

普通高等教育“九五”国家级重点教材

# 动力调谐陀螺仪

## 设计与制造

周百令 主编

东南大学出版社

## 内 容 提 要

本书共分 10 章,系统地介绍了动力调谐陀螺仪的工作原理与误差分析、总体设计、挠性支承、信号器、力矩器、驱动电机、再平衡回路、典型零部件加工工艺与稳定性处理、装配调试与参数测定及试验等内容。

本书系“九五”普通高等教育国家级重点教材。可作为高等院校“测控技术与仪器”专业本科生、“精密仪器及机械”、“导航制导与控制”以及相关专业的研究生用教材或教学参考书,也可供从事惯性技术领域研究和陀螺仪设计制造的高校、研究设计院所、工厂等有关单位科研人员、工程技术人员阅读参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

动力调谐陀螺仪设计与制造/周百令主编. —南京：  
东南大学出版社, 2002.5

ISBN 7 - 81050 - 956 - X

I . 动... II . 周... III . ①挠性陀螺仪 - 设计 - 高等教育 - 教材 ②挠性陀螺仪 - 制造 - 高等教育 - 教材 IV . TN965

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 019056 号

东南大学出版社出版发行  
(南京四牌楼 2 号 邮编 210096)

出版人:宋增民

江苏省新华书店经销      南京五四印刷厂印刷  
开本: 787mm × 1092mm  1/16      印张: 16.25      字数: 406 千字  
2002 年 5 月第 1 版      2002 年 5 月第 1 次印刷  
定价: 32.00 元

## 前　　言

本书是根据教高[1997]16号文通知确定的国家重点教材的立项选题及《动力调谐陀螺仪设计与制造》编写大纲编写的。

动力调谐陀螺仪具有结构简单、可靠性高、制造成本低、体积小、寿命长、精度高等突出优点,是陀螺仪技术上的重大革新和突破,曾一度风靡全球。在目前乃至今后较长的一段时间内,动力调谐陀螺仪仍会广泛用于导弹、航空、航天、航海、大地测量和石油钻井等领域,作为制导、导航与定位等用途。

讲述动力调谐陀螺仪工作原理和部分元件设计的书籍目前仅有几种,但是,全面、系统、集中地论述其理论、设计、制造和测试的著作至今尚未见到。为此,我们在总结了长期从事动力调谐陀螺仪的教学与科研工作成果的基础上,吸收国内外相关的最新科技成就,编写了本教材。

本教材共分10章。第1章和第2章主要介绍动力调谐陀螺仪工作原理、误差分析及总体设计;第3章至第7章主要介绍挠性支承、信号器、力矩器、驱动电机及再平衡回路;第8章至第10章主要介绍典型零部件加工、稳定性处理、装配调试、参数测定及试验。

本教材在内容上注意了创新性。从理论上阐明了用双平衡环消除2倍频振动误差的原理,导出了双平衡环接头的径向、轴向总刚度,给出了信号器和力矩器的优化设计方法,公开了挠性陀螺仪用的永磁同步电机的设计技术,给出了全解耦的理论和实现方法等。这对发展我国动力调谐陀螺仪技术具有重要意义。同时,本教材还注意了内容的系统性、可读性和实用性。

本教材在结构上充分注意到了理论紧密联系实际,既有理论、结构、误差分析和设计方法,又有制造工艺和设计举例,每章有小结和思考题。这既适宜于学生自学,又有利于指导学生进行工程设计实践和进行工程培训教育。

本书由东南大学周百令教授任主编。参加本书编著的有：东南大学周百令、王寿荣、张燕娥、吴本寿、隋绍崑、苏岩，苏州录像机厂蔡培龙，中国船舶重工集团公司重庆华渝电子总厂 101 分厂吴玉华、夏明泽、杜志泉。

书中还参考了一些其他作者的有关著作和文章，在此一并鸣谢。

本教材由上海交通大学金志华教授、南京航空航天大学袁信教授担任主审，并提出了宝贵的意见，谨致衷心的感谢。

由于科技发展迅猛，限于编著者水平，疏误之处一定不少，希望广大读者和使用本教材的师生们给予指正。

编著者

2002 年 1 月

# 目 录

<b>1 动力调谐陀螺仪工作原理与误差分析</b> .....	1
1.1 动力调谐陀螺仪的特点 .....	1
1.2 动力调谐陀螺仪的结构 .....	1
1.3 平衡环及动力调谐 .....	2
1.3.1 平衡环扭摆运动 .....	2
1.3.2 平衡环负弹性力矩 .....	5
1.3.3 动力调谐 .....	6
1.4 动力调谐陀螺仪的运动方程 .....	8
1.4.1 欧拉动力学方程 .....	8
1.4.2 陀螺转子的角速度 .....	9
1.4.3 作用于陀螺转子的外力矩 .....	9
1.4.4 壳体静止时动力调谐陀螺仪的运动方程 .....	11
1.4.5 壳体转动时动力调谐陀螺仪的运动方程 .....	11
1.5 动力调谐陀螺仪的运动分析 .....	12
1.5.1 陀尖运动轨迹图 .....	12
1.5.2 运动规律及陀尖运动轨迹方程 .....	13
1.5.3 陀尖运动轨迹的测定及分析 .....	17
1.6 动力调谐陀螺仪的误差分析 .....	17
1.6.1 自转轴角偏移引起的漂移误差 .....	17
1.6.2 驱动轴具有 2 倍旋转频率的角振动引起的漂移误差 .....	19
1.6.3 陀螺转子及平衡环的质心偏移引起的漂移误差 .....	20
1.6.4 不等弹性引起的漂移误差 .....	24
1.6.5 双平衡环消除 2 倍频角振动误差的原理 .....	26
小 结 .....	28
思考题 .....	28
<b>2 动力调谐陀螺仪的总体设计</b> .....	29
2.1 动力调谐陀螺仪的设计原则 .....	29
2.1.1 工作于平台状态的动力调谐陀螺仪 .....	29
2.1.2 工作于捷联状态的动力调谐陀螺仪 .....	30
2.2 动力调谐陀螺仪的结构及布局 .....	30
2.2.1 结构特点 .....	30
2.2.2 总体布局 .....	31
2.3 动力调谐陀螺仪的平衡 .....	32
2.3.1 陀螺仪不平衡的影响 .....	32

2.3.2 陀螺仪平衡的要求 .....	32
2.3.3 考虑平衡时陀螺仪结构设计应遵循的原则 .....	32
2.3.4 陀螺仪平衡的方法 .....	33
2.4 温控、抽真空及密封等设计 .....	34
2.4.1 温控 .....	34
2.4.2 抽真空 .....	35
2.4.3 密封 .....	35
2.4.4 屏蔽 .....	35
2.4.5 轴承 .....	35
2.4.6 驱动电机 .....	36
2.4.7 限动装置 .....	37
2.5 动力调谐陀螺仪总体设计举例 .....	37
2.5.1 技术指标 .....	37
2.5.2 误差分配 .....	38
2.5.3 参数计算 .....	38
2.5.4 总漂移误差验算 .....	41
小 结 .....	42
思考题 .....	43
<b>3 挠性支承 .....</b>	<b>44</b>
3.1 概述 .....	44
3.2 单平衡环挠性接头设计 .....	44
3.2.1 结构类型 .....	44
3.2.2 调谐设计计算 .....	49
3.2.3 刚度计算 .....	52
3.2.4 承载能力及质量指标 .....	56
3.2.5 有限元分析 .....	57
3.3 多平衡环挠性接头设计 .....	60
3.3.1 结构类型 .....	60
3.3.2 调谐设计计算 .....	66
3.3.3 刚度计算 .....	67
3.4 挠性接头材料 .....	71
3.4.1 对挠性接头材料的要求 .....	71
3.4.2 几种常用的挠性接头材料 .....	71
3.5 挠性支承设计步骤及设计举例 .....	76
3.5.1 设计步骤 .....	76
3.5.2 设计举例 .....	77
小 结 .....	78
思考题 .....	79
<b>4 信号器 .....</b>	<b>80</b>

4.1 概述 .....	80
4.1.1 对信号器的要求 .....	80
4.1.2 信号器的类型 .....	81
4.2 电感信号器的工作原理及特点 .....	81
4.2.1 单个电感信号器的工作原理 .....	81
4.2.2 差动式电感信号器的工作原理 .....	84
4.2.3 差动式电感信号器的特点 .....	88
4.3 电感信号器的误差分析及误差补偿 .....	89
4.3.1 陀螺转子端面跳动引起的误差及其补偿 .....	89
4.3.2 外界条件发生变化引起的误差及其补偿 .....	91
4.3.3 电感信号器引起的误差及其补偿 .....	92
4.4 电感信号器的设计 .....	94
4.4.1 技术条件的确定 .....	94
4.4.2 设计步骤 .....	95
4.5 信号器的设计举例 .....	99
4.5.1 技术指标 .....	99
4.5.2 设计步骤 .....	100
4.6 电磁吸力矩的优化设计 .....	101
4.6.1 优化设计的数学模型 .....	102
4.6.2 优化设计方法及程序框图 .....	103
4.6.3 优化结果 .....	105
小 结 .....	106
思考题 .....	106
<b>5 力矩器 .....</b>	<b>107</b>
5.1 概述 .....	107
5.1.1 对力矩器要求 .....	107
5.1.2 力矩器的类型 .....	108
5.2 动铁式双轴力矩器的结构、原理及特点 .....	109
5.2.1 动铁式双轴力矩器的结构 .....	109
5.2.2 动铁式双轴力矩器的工作原理 .....	110
5.2.3 力矩公式及力矩系数 .....	110
5.2.4 动铁式双轴力矩器的特点 .....	111
5.3 动铁式双轴力矩器的误差及其补偿 .....	112
5.3.1 力矩系数不稳定引起的误差及其补偿 .....	112
5.3.2 输出特性非线性和不对称引起的误差及其补偿 .....	115
5.3.3 零位力矩引起的误差及其补偿 .....	115
5.4 动铁式双轴力矩器的设计 .....	116
5.4.1 技术条件的确定 .....	116
5.4.2 主要设计任务 .....	116

5.4.3 设计步骤	116
<b>5.5 力矩器的设计举例</b>	<b>124</b>
5.5.1 技术指标	124
5.5.2 设计计算	124
<b>5.6 电磁力矩器的优化设计</b>	<b>130</b>
5.6.1 优化设计的数学模型	130
5.6.2 优化设计方法	133
5.6.3 优化结果	133
小 结	134
思考题	134
<b>6 驱动电机</b>	<b>135</b>
6.1 概述	135
6.2 驱动电机的结构及工作原理	135
6.2.1 磁滞同步电机的结构及工作原理	135
6.2.2 达松伐尔型永磁同步电机的结构及工作原理	136
6.2.3 磁滞同步电机与达松伐尔型永磁同步电机的比较	137
6.3 电磁设计	137
6.3.1 电枢绕组形式、换向电路及控制电路的选择	138
6.3.2 永磁材料的选择	139
6.3.3 磁负荷、电负荷、电枢直径、电枢长度的选择及确定	141
6.3.4 永磁体结构尺寸及外磁路系统结构尺寸的确定	143
6.3.5 永磁体工作图的绘制及最佳工作点的确定	145
6.3.6 电枢绕组参数的计算	147
6.3.7 主要技术指标的核算	149
6.4 控制电路设计	152
6.4.1 脉冲调幅锁相稳速电路	152
6.4.2 脉冲调宽锁相稳速电路	165
6.5 驱动电机的设计举例	169
6.5.1 主要技术指标	170
6.5.2 总体结构设计	170
6.5.3 磁路计算	171
6.5.4 电路计算	173
6.5.5 主要技术指标的核算	174
小 结	176
思考题	176
<b>7 再平衡回路</b>	<b>177</b>
7.1 概述	177
7.2 全解耦理论及方法	178
7.2.1 再平衡回路的耦合及解耦	178

9.5.1 动平衡 .....	226
9.5.2 纯力偶平衡 .....	227
9.5.3 静平衡 .....	228
9.6 动力调谐及刚度中心的调整 .....	229
9.6.1 动力调谐的调整方法 .....	229
9.6.2 陀螺仪刚度中心调整 .....	230
9.7 陀螺仪常值漂移系数及正交漂移系数的调整 .....	231
9.7.1 陀螺仪常值漂移系数的调整 .....	231
9.7.2 陀螺仪正交漂移系数的调整 .....	231
9.8 真空与密封 .....	231
9.8.1 抽真空 .....	231
9.8.2 密封 .....	232
9.9 陀螺仪时间常数及品质因数的测定 .....	232
9.9.1 陀螺仪时间常数的测定 .....	232
9.9.2 陀螺仪品质因数的测定 .....	233
小 结 .....	233
思考题 .....	233
<b>10 动力调谐陀螺仪的测试与试验 .....</b>	<b>234</b>
10.1 概述 .....	234
10.1.1 试验的目的及项目 .....	234
10.1.2 漂移的定义及类型 .....	234
10.1.3 漂移模型 .....	235
10.2 力矩反馈法漂移测试 .....	237
10.2.1 力矩反馈法漂移测试的原理 .....	237
10.2.2 固定位置测试法 .....	238
10.2.3 八位置测试法 .....	239
10.3 伺服法漂移测试 .....	242
10.3.1 伺服法漂移测试的原理 .....	242
10.3.2 单轴伺服试验 .....	243
10.3.3 双轴伺服试验 .....	245
10.4 环境试验 .....	247
10.4.1 振动试验 .....	248
10.4.2 颠震试验 .....	248
10.4.3 高温试验 .....	248
10.4.4 低温试验 .....	248
10.4.5 运输试验 .....	248
小 结 .....	248
思考题 .....	249
<b>参考文献 .....</b>	<b>250</b>

7.2.2 全解耦的实现方法 .....	180
7.3 模拟再平衡回路设计 .....	182
7.3.1 信号预处理电路设计 .....	183
7.3.2 系统校正网络设计 .....	186
7.3.3 控制解耦网络设计 .....	187
7.3.4 功率放大电路设计 .....	188
7.4 脉冲再平衡回路设计 .....	189
7.4.1 脉冲再平衡回路的加矩方式 .....	189
7.4.2 二元调宽脉冲再平衡回路的组成及原理 .....	192
7.4.3 二元调宽脉冲再平衡回路的设计准则 .....	193
7.4.4 数字控制逻辑电路的原理及设计 .....	195
小 结 .....	203
思考题 .....	204
<b>8 典型零部件加工与稳定性处理 .....</b>	<b>205</b>
8.1 概述 .....	205
8.2 挠性接头的加工及热处理 .....	205
8.2.1 主要技术要求 .....	205
8.2.2 挠性接头的加工 .....	206
8.2.3 挠性接头的稳定性处理 .....	211
8.3 陶瓷骨架的加工 .....	214
8.3.1 陶瓷骨架的加工特性 .....	214
8.3.2 陶瓷骨架的加工方法 .....	215
8.3.3 陶瓷骨架的检验 .....	218
8.4 磁钢环的加工及稳磁处理 .....	218
8.4.1 磁钢环的加工特性 .....	218
8.4.2 磁钢环的加工方法 .....	218
8.4.3 磁钢环的稳磁处理 .....	220
小 结 .....	221
思考题 .....	221
<b>9 动力谐振陀螺仪的装配、调试与参数测定 .....</b>	<b>222</b>
9.1 概述 .....	222
9.2 驱动轴轴承的装配及电机工作特性测试 .....	222
9.2.1 装配环境及零部件清洗 .....	222
9.2.2 轴承的检查及配对 .....	222
9.2.3 轴承的配合、润滑及预载力 .....	223
9.2.4 轴承预跑合及电机工作特性测试 .....	224
9.3 信号器、力矩器的装配 .....	224
9.4 陀螺仪飞轮及挠性接头的安装 .....	225
9.5 平衡 .....	226

# 1 动力调谐陀螺仪工作原理与误差分析

## 1.1 动力调谐陀螺仪的特点

动力调谐陀螺仪(Dynamically Tuned Gyro, 缩写为 DTG)是一种利用挠性支承悬挂陀螺转子，并将陀螺转子与驱动电机隔开，其挠性支承的弹性刚度由支承本身产生的动力效应来补偿的新型的二自由度陀螺仪。动力调谐陀螺仪与液浮陀螺仪相比，两者精度相当，但动力调谐陀螺仪具有下列优点：结构简单，零部件少，体积小，重量轻，抗冲击能力强，可靠性高，寿命长，功耗少，起动快，成本较低，加工装配较容易，适合于大批量生产等。

动力调谐陀螺仪的独特优点，引起了国内外有关科研单位、生产厂家和高等院校的普遍重视。它是继液浮陀螺仪、气浮陀螺仪之后，已批量生产并广泛用于导弹、坦克、火炮、航天器、飞机、船舶、机器人、大地测量等领域，作为制导、导航与定位等用途的一种新型陀螺仪。它是陀螺仪技术发展史上具有重大革新和突破的第三代惯性级精密陀螺仪。

挠性陀螺仪种类较多。按挠性接头结构形式，分为细颈式挠性陀螺仪和动力调谐陀螺仪；按用途，分为用于罗经及平台的低跟踪速率的位移挠性陀螺仪和用于捷联式惯性导航系统的高跟踪速率的速率挠性陀螺仪；按平衡环的数目，分为单平衡环动力调谐陀螺仪、双平衡环动力调谐陀螺仪和三平衡环动力调谐陀螺仪。

## 1.2 动力调谐陀螺仪的结构

动力调谐陀螺仪的结构如图 1.1 所示。

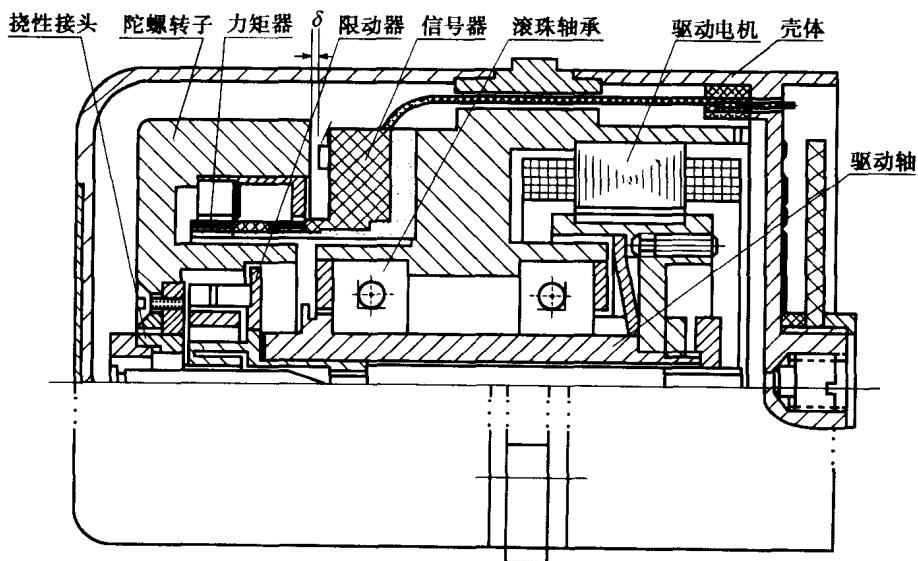


图 1.1 动力调谐陀螺仪结构示意图

动力调谐陀螺仪由驱动电机、挠性接头、陀螺转子、信号器、力矩器和壳体等组成。信号器用来检测壳体相对转子自转轴的偏角，并提供陀螺仪的输出信号，一般采用电感式或电容式信号器。图 1.1 中所示的是电感式信号器，其导磁体就是转子体本身，而铁心和线圈则安装在壳体上。力矩器用来对陀螺转子施加控制力矩，并使转子进动或保持稳定方位，一般采用永磁式力矩器或涡流杯式力矩器。图 1.1 中所示的是永磁式力矩器，其永磁环固装在转子内壁上，而线圈则固装在壳体上。驱动电机一般采用磁滞同步电机或永磁同步电机，电机的驱动轴通过一对滚珠轴承安装在壳体上。驱动轴的一端通过挠性接头与陀螺转子相连，另一端与驱动电机转子相连，使驱动电机转子不再是陀螺转子的一部分，而是驱动轴的一部分。

挠性接头是由互相垂直的内、外扭杆和平衡环组成，其示意图如图 1.2 所示。图中一对共轴线的内扭杆与驱动轴及平衡环固连，另一对共轴线的外扭杆与平衡环及陀螺转子固连。内扭杆轴线垂直于驱动轴轴线，外扭杆轴线垂直于内扭杆轴线，并且内、外扭杆轴线与驱动轴轴线相交于一点。内、外扭杆绕其自身轴线具有很低的扭转刚度，而绕与内、外扭杆轴线垂直的方向具有很高的抗弯刚度。

当驱动电机使驱动轴旋转时，驱动轴通过内扭杆带动平衡环旋转，平衡环再通过外扭杆带动陀螺转子旋转。当陀螺转子绕内扭杆轴线有转角时，陀螺转子通过外扭杆带动平衡环一起绕内扭杆轴线偏转，内扭杆将产生扭转弹性变形。当陀螺转子绕外扭杆轴线有转角时，则不会带动平衡环绕外扭杆轴线偏转，而仅是外扭杆产生扭转弹性变形。由此可见，由内、外扭杆和平衡环组成的挠性接头，一方面起着支承陀螺转子的作用，另一方面又提供了陀螺转子所需的转动自由度。

在动力调谐陀螺仪工作时，若陀螺转子自转轴与驱动轴之间出现相对偏角，则扭杆将产生扭转弹性变形，挠性接头会由此而产生弹性约束力矩（又称正弹性力矩），作用到陀螺转子上。与此同时，平衡环将做扭摆运动（又称平衡环振荡运动），并产生一个与正弹性力矩方向相反的动力反弹性力矩，作用到陀螺转子上，正好起到补偿正弹性力矩的作用，此力矩通常称为负弹性力矩。

## 1.3 平衡环及动力调谐

### 1.3.1 平衡环扭摆运动

选取坐标系如下：

- (1) 惯性坐标系  $OXYZ$  与惯性空间固连；
- (2) 壳体坐标系  $oxyz$  与壳体固连，其中  $z$  轴沿驱动轴轴线方向；
- (3) 驱动轴坐标系  $ox_1y_1z_1$  与驱动轴固连，其中  $z_1$  轴沿驱动轴轴线方向；

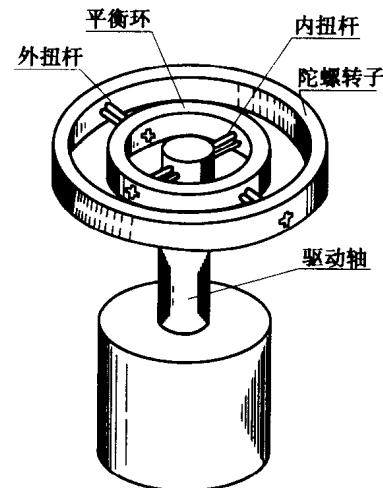


图 1.2 挠性接头示意图

(4) 平衡环坐标系  $ox_2y_2z_2$  与平衡环固连, 其中  $x_2$  轴沿内扭杆轴线方向,  $y_2$  轴沿外扭杆轴线方向,  $z_2$  轴沿平衡环极轴方向;

(5) 转子坐标系  $ox_3y_3z_3$  与陀螺转子固连, 其中  $x_3$  轴和  $y_3$  轴均在陀螺转子的赤道平面内, 而且互相垂直,  $y_3$  轴与外扭杆轴线即  $y_2$  轴方向一致,  $z_3$  轴沿转子自转轴(即极轴)方向。

假设各坐标系之间的相对运动关系如图 1.3 所示, 其中:

(1)  $\dot{\Phi}_x$ 、 $\dot{\Phi}_y$  和  $\dot{\Phi}_z$  为壳体绕壳体坐标轴  $x$ 、 $y$  和  $z$  相对惯性空间的转动角速度(其转角在图中未示出);

(2)  $\theta$  角为驱动轴坐标系  $ox_1y_1z_1$  绕驱动轴轴线  $z_1$  相对壳体坐标系  $oxyz$  的转角;

(3)  $\gamma$  角为平衡环坐标系  $ox_2y_2z_2$  绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴坐标系  $ox_1y_1z_1$  的转角;

(4)  $\varphi$  角为转子坐标系  $ox_3y_3z_3$  绕外扭杆轴线  $y_2$  ( $y_3$ ) 相对平衡环坐标系  $ox_2y_2z_2$  的转角;

(5)  $\beta$  角为陀螺转子自转轴绕壳体坐标系  $x$  轴正向相对驱动轴的转角;

(6)  $\alpha$  角为陀螺转子自转轴绕壳体坐标系  $y$  轴正向相对驱动轴的转角。

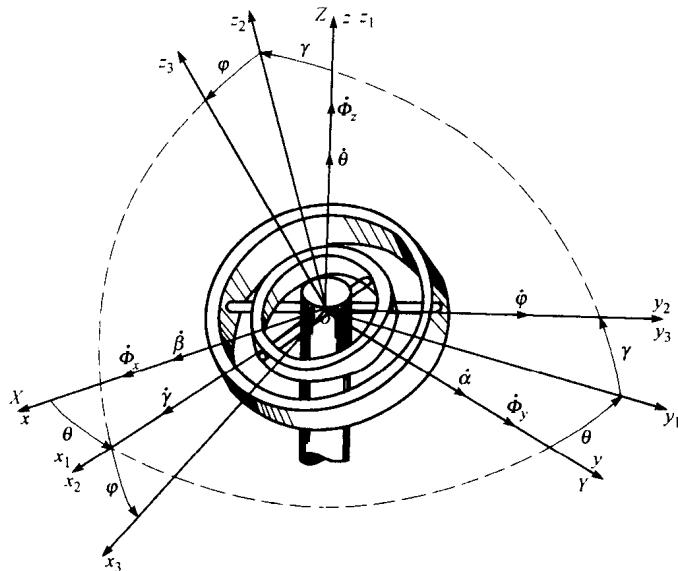


图 1.3 各坐标系间相对运动关系

平衡环产生扭摆运动的物理过程如图 1.4 所示。

图 1.4(a)是驱动轴旋转转角的初始位置( $\theta = 0^\circ$ )。这时内扭杆轴线  $x_2$  与壳体轴  $x$  重合, 内扭杆垂直于纸面且  $A$  端在前、 $B$  端在后, 外扭杆位于纸面上且  $C$  端在右、 $D$  端在左。当驱动轴绕壳体轴  $x$  负向转动时, 由于转子自转轴相对惯性空间方位稳定, 使转子自转轴绕壳体轴  $x$  正向相对驱动轴转过  $\beta$  角。又因内扭杆扭转刚度很小, 外扭杆抗弯刚度很大, 使平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  正向相对驱动轴转过同一个  $\beta$  角, 这时内扭杆产生扭转变形, 外扭杆扭转变形为 0。内扭杆扭转变形产生的正弹性力矩通过平衡环和外扭杆作用到转子上。

图 1.4(b)是驱动轴旋转  $90^\circ$  的位置( $\theta = 90^\circ$ )。当驱动轴旋转  $90^\circ$  时, 它通过抗弯刚度很大的内扭杆带动平衡环, 平衡环再通过抗弯刚度很大的外扭杆带动陀螺转子一起旋转  $90^\circ$ 。此时, 外扭杆垂直于纸面且  $D$  端在前、 $C$  端在后, 内扭杆位于纸面上且  $A$  端在右、 $B$  端在左。但转子自转轴仍然保持原方位稳定, 使陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  负向相对驱动轴转过  $\beta$  角。因

外扭杆扭转刚度很小,内扭杆抗弯刚度很大,使平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴转到与驱动轴垂直的位置上。此时外扭杆产生扭转变形,内扭杆扭转变形为 0。外扭杆扭转变形产生的正弹性力矩直接作用到转子上。

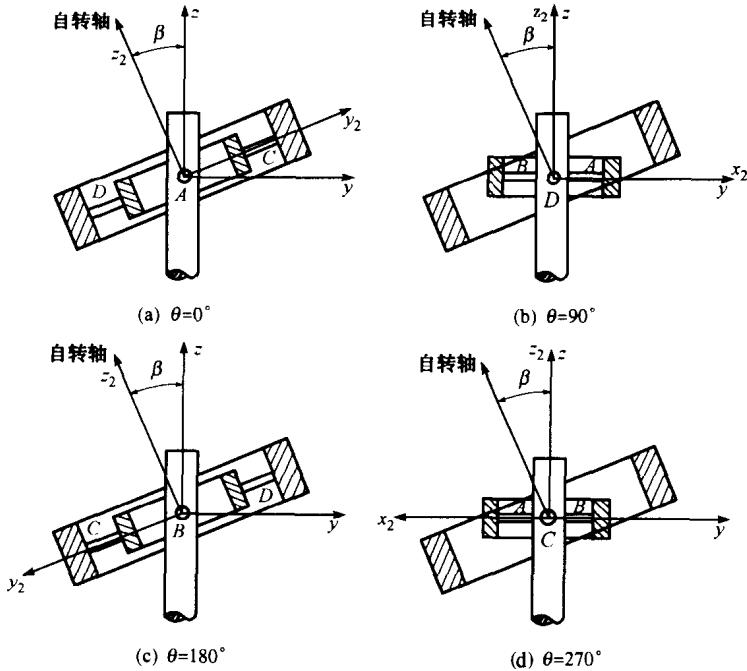


图 1.4 平衡环扭摆运动

当驱动轴继续旋转  $90^\circ$  的位置( $\theta = 180^\circ$ )时如图 1.4(c)所示,它带动内扭杆、平衡环、外扭杆及陀螺转子一起再旋转  $90^\circ$ 。此时内扭杆轴线  $x_2$  转到沿壳体轴  $x$  负向,即内扭杆又垂直于纸面,但  $B$  端在前、 $A$  端在后;外扭杆又位于纸面上,但  $D$  端在右、 $C$  端在左。因转子自转轴仍然保持原方位稳定,使陀螺转子绕内扭杆轴线  $x_2$  负向相对驱动轴转过  $\beta$  角。由于内扭杆扭转刚度很小,外扭杆抗弯刚度很大,使平衡环也绕内扭杆轴线  $x_2$  负向相对驱动轴转过  $\beta$  角。此时内扭杆产生与图 1.4(a)所示反方向的扭转变形,外扭杆扭转变形为 0。内扭杆扭转变形产生的正弹性力矩通过平衡环和外扭杆作用到转子上。

当驱动轴再旋转  $90^\circ$  的位置( $\theta = 270^\circ$ )时如图 1.4(d)所示,它带动内扭杆、平衡环、外扭杆及陀螺转子一起再旋转  $90^\circ$ 。此时外扭杆轴线  $y_2$  转到沿壳体轴  $x$  的正向,即外扭杆又垂直于纸面,但  $C$  端在前、 $D$  端在后;内扭杆又位于纸面上,但  $B$  端在右、 $A$  端在左。因转子自转轴仍然保持原方位稳定,使陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  正向相对驱动轴转过  $\beta$  角。由于外扭杆扭转刚度很小,内扭杆抗弯刚度很大,使平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴又转到与驱动轴垂直的位置上。此时外扭杆产生与图 1.4(b)所示反方向的扭转变形,内扭杆扭转变形为 0。外扭杆扭转变形产生的正弹性力矩直接作用到陀螺转子上。

当驱动轴再旋转  $90^\circ$ ( $\theta = 360^\circ$ )时,又回到图 1.4(a)所示的情况。

由此可见,当转子自转轴绕壳体轴  $x$  相对驱动轴出现偏角  $\beta$  时,在驱动轴带动陀螺转子旋转一周过程中,陀螺转子连同平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴的转角  $\gamma$  按余弦函数规律变化一个周期,而陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  相对驱动轴的转角  $\varphi$  按正弦函数规律变化一个

周期。其幅值均等于转子自转轴相对驱动轴的偏角  $\beta$ , 频率均等于陀螺转子旋转频率  $\dot{\theta}$ 。因此, 转角  $\gamma$  和  $\varphi$  的变化规律分别可表示为:

$$\begin{aligned}\gamma &= \beta \cos \dot{\theta}t = \beta \cos \theta \\ \varphi &= -\beta \sin \dot{\theta}t = -\beta \sin \theta\end{aligned}$$

同理, 当转子自转轴绕壳体轴  $y$  相对驱动轴出现偏角  $\alpha$  时, 陀螺转子连同平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴的转角  $\gamma$  的变化规律和陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  相对驱动轴的转角  $\varphi$  的变化规律分别可表示为:

$$\gamma = \alpha \sin \theta$$

$$\varphi = \alpha \cos \theta$$

如果转子自转轴同时绕壳体轴  $x$  和  $y$  相对驱动轴出现偏角  $\beta$  和  $\alpha$  时, 则陀螺转子连同平衡环绕内扭杆轴线  $x_2$  的转角  $\gamma$  的变化规律和陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  的转角  $\varphi$  的变化规律分别可表示为:

$$\gamma = \alpha \sin \theta + \beta \cos \theta \quad (1.1)$$

$$\varphi = \alpha \cos \theta - \beta \sin \theta \quad (1.2)$$

综上分析可见, 当转子自转轴绕壳体轴  $x$  和  $y$  相对驱动轴出现偏角  $\beta$  和  $\alpha$  时, 在驱动轴带动陀螺转子旋转过程中, 平衡环一方面随驱动轴作高速旋转, 另一方面又绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴作扭摆运动。平衡环的这种复合运动将产生陀螺力矩(又称负弹性力矩)作用到转子上, 以补偿内、外扭杆扭转时产生的正弹性力矩。

### 1.3.2 平衡环负弹性力矩

为求得平衡环负弹性力矩, 建立如图 1.3 所示的坐标系。

设初始瞬时壳体坐标系  $oxyz$  和平衡环坐标系  $ox_2y_2z_2$  对应各轴均重合。当驱动轴以角速度  $\dot{\theta}$  绕驱动轴轴线  $z_1$  相对壳体转动并转过  $\theta = \dot{\theta}t$  角时, 通过内扭杆带动平衡环一起转动, 平衡环坐标系从  $oxyz$  位置转到  $ox_1y_1z_1$  位置。而当平衡环以角速度  $\dot{\gamma}$  绕内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴转动并转过  $\gamma$  角时, 平衡环坐标系从  $ox_1y_1z_1$  位置转动到  $ox_2y_2z_2$  位置。这时平衡环相对惯性空间的转动角速度在  $x_2$ 、 $y_2$  和  $z_2$  轴方向的分量分别为  $\dot{\gamma}$ 、 $\dot{\theta}\gamma$  和  $\dot{\theta}$ 。

由式(1.1)可知, 平衡环绕内扭杆轴线的转角  $\gamma$  是随时间交变的。因此, 平衡环绕内、外扭杆轴线必然存在角速度和角加速度。

平衡环绕内、外扭杆轴线的角加速度将产生平衡环绕内、外扭杆轴线的转动惯性力矩。平衡环作高速旋转的同时又以  $\dot{\gamma}$  和  $\dot{\theta}\gamma$  的角速度绕内、外扭杆轴线摆动, 将产生平衡环绕内、外扭杆轴线的哥氏惯性力矩。因此, 平衡环的惯性力矩由转动惯性力矩和哥氏惯性力矩所组成。

平衡环惯性力矩并不作用于平衡环本身, 而是作用在使平衡环产生运动的物体上, 即它是作用在与平衡环相约束的转子和驱动轴上。由于内扭杆的扭转刚度很小而外扭杆的抗弯刚度很大, 所以绕内扭杆轴线的惯性力矩可以经过外扭杆作用到转子上。由于内扭杆的抗弯刚度很大而外扭杆的扭转刚度很小, 所以绕外扭杆轴线的惯性力矩就经过内扭杆作用到驱动轴上, 但作用不到转子上。也就是说, 由于挠性支承的结构特点, 平衡环惯性力矩的一部分作用到转子上, 另一部分作用到驱动轴上。然而, 平衡环作用到转子上的那一部分惯性力矩, 即绕内扭杆轴线的那一部分惯性力矩, 是我们所关心的。

设  $I_x$ 、 $I_y$  为平衡环对  $x_2$  和  $y_2$  轴的转动惯量, 即平衡环赤道转动惯量  $I_e$ , 且  $I_x = I_y = I_e$ ;  $I_z$

为平衡环对  $z_2$  轴的转动惯量, 即平衡环极转动惯量, 则当平衡环绕  $x_2$  轴有转动角加速度  $\ddot{\gamma}$  和平衡环绕  $y_2$  轴有转动角速度  $\dot{\theta}\gamma$ 、绕  $z_2$  轴有转动角速度  $\dot{\theta}$  时, 平衡环绕  $x_2$  轴将产生转动惯性力矩和哥氏惯性力矩, 其和可表示为:

$$M_{nx_2} = -I_e\ddot{\gamma} - (I_z - I_e)\dot{\theta}^2\gamma \quad (1.3)$$

式(1.3)表示了平衡环内扭杆轴线作用于转子的惯性力矩。若将该惯性力矩变换成为绕壳体坐标轴  $x$  和  $y$  作用于转子, 则有:

$$\begin{cases} M_{nx} = M_{nx_2} \cos \theta = [-I_e\ddot{\gamma} - (I_z - I_e)\dot{\theta}^2\gamma] \cos \theta \\ M_{ny} = M_{nx_2} \sin \theta = [-I_e\ddot{\gamma} - (I_z - I_e)\dot{\theta}^2\gamma] \sin \theta \end{cases} \quad (1.4)$$

将式(1.1)所表达的  $\gamma$  及其对时间的二阶导数  $\ddot{\gamma}$  代入式(1.4), 并利用正、余弦倍角公式稍加变换后得:

$$\begin{cases} M_{nx} = -\frac{I_e\ddot{\beta}}{2} - I_e\dot{\theta}\dot{\alpha} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta + \left[-\frac{I_e\ddot{\beta}}{2} - I_e\dot{\theta}\dot{\alpha} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta\right] \cos(2\theta) + \left[-\frac{I_e\ddot{\alpha}}{2} + I_e\dot{\theta}\dot{\beta} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha\right] \sin(2\theta) \\ M_{ny} = -\frac{I_e\ddot{\alpha}}{2} + I_e\dot{\theta}\dot{\beta} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha - \left[-\frac{I_e\ddot{\alpha}}{2} + I_e\dot{\theta}\dot{\beta} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha\right] \cos(2\theta) + \left[-\frac{I_e\ddot{\beta}}{2} - I_e\dot{\theta}\dot{\alpha} + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta\right] \sin(2\theta) \end{cases} \quad (1.5)$$

为了突出平衡环惯性力矩所产生的基本效应, 假设转子自转轴与驱动轴之间的相对转角  $\alpha$  和  $\beta$  均为常数, 相对转动角速度  $\dot{\alpha}$  和  $\dot{\beta}$  以及角加速度  $\ddot{\alpha}$  和  $\ddot{\beta}$  均为 0, 则上式变为:

$$\begin{cases} M_{nx} = \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta \cos(2\theta) + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha \sin(2\theta) \\ M_{ny} = \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha - \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\alpha \cos(2\theta) + \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2\beta \sin(2\theta) \end{cases} \quad (1.6)$$

式(1.6)等号右边第 1 项力矩大小与转子自转轴偏角大小成正比, 方向与转子自转轴偏转方向相同, 该力矩称为负弹性力矩(或动力反弹性力矩), 其系数

$$K_N = \left(I_e - \frac{I_z}{2}\right)\dot{\theta}^2 \quad (1.7)$$

称为负刚度系数。它与转子自转角速度  $\dot{\theta}$  平方成正比, 并与平衡环极转动惯量  $I_z$  和赤道转动惯量  $I_e$  有关。

为了得到负弹性力矩, 平衡环转动惯量必须满足下列条件:

$$I_e > \frac{I_z}{2} \quad (1.8)$$

式(1.6)等号右边第 2 项和第 3 项为 2 倍于陀螺转子旋转频率的周期振荡力矩项, 简称二次谐波力矩项。这是高频周期性力矩, 它不会使动力调谐陀螺仪产生常值进动角速度。

### 1.3.3 动力调谐

假设内、外扭杆的正刚度系数均为  $K_P$ , 则当陀螺转子连同平衡环内扭杆轴线  $x_2$  相对驱动轴转过  $\gamma$  角时, 因内扭杆被扭转同一  $\gamma$  角, 而使内扭杆产生绕内扭杆轴线的正弹性力矩

$M_{P_{x_2}}$  作用到陀螺转子上。该力矩方向与陀螺转子偏转方向相反,其大小与转角  $\gamma$  大小成正比,即

$$M_{P_{x_2}} = -K_p \gamma \quad (1.9)$$

当陀螺转子绕外扭杆轴线  $y_2$  相对平衡环转过  $\varphi$  角时,因外扭杆被扭转同一  $\varphi$  角,而使外扭杆产生绕外扭杆轴线的正弹性力矩  $M_{P_{y_2}}$  作用到陀螺转子上。该力矩方向与陀螺转子偏转方向相反,大小与转角  $\varphi$  大小成正比,即

$$M_{P_{y_2}} = -K_p \varphi \quad (1.10)$$

绕内扭杆轴线作用于陀螺转子的力矩包括两部分:一部分是平衡环扭摆运动所产生的绕内扭杆轴线的惯性力矩  $M_{n_{x_2}}$ ,通过外扭杆传递到陀螺转子上;另一部分是内扭杆扭转变形所产生的绕内扭杆轴线的正弹性力矩  $M_{P_{x_2}}$ ,通过平衡环和外扭杆也传递到陀螺转子上。绕外扭杆轴线作用于陀螺转子的力矩仅是外扭杆扭转变形所产生的正弹性力矩  $M_{P_{y_2}}$ ,而平衡环绕外扭杆轴线的惯性力矩作用不到陀螺转子上。因此,绕内、外扭杆轴线作用于陀螺转子的力矩可写成:

$$\begin{aligned} T_{x_2} &= M_{n_{x_2}} + M_{P_{x_2}} \\ T_{y_2} &= M_{P_{y_2}} \end{aligned}$$

将式(1.3)、式(1.9)和式(1.10)代入上式,可得:

$$\begin{cases} T_{x_2} = -I_e \ddot{\gamma} - (I_z - I_e) \dot{\theta}^2 \gamma - K_p \gamma \\ T_{y_2} = -K_p \varphi \end{cases} \quad (1.11)$$

若将式(1.11)所示力矩转换成绕壳体坐标轴  $x$  和  $y$  作用于陀螺转子,则有:

$$\begin{cases} T_x = T_{x_2} \cos \theta - I_{y_2} \sin \theta = \\ \quad [-I_e \ddot{\gamma} - (I_z - I_e) \dot{\theta}^2 \gamma] \cos \theta - K_p \gamma \cos \theta + K_p \varphi \sin \theta \\ T_y = T_{x_2} \sin \theta + I_{y_2} \cos \theta = \\ \quad [-I_e \ddot{\gamma} - (I_z - I_e) \dot{\theta}^2 \gamma] \sin \theta - K_p \gamma \sin \theta - K_p \varphi \cos \theta \end{cases} \quad (1.12)$$

式(1.12)等号右边第 1 项的推导结果见式(1.6),如果不考虑二次谐波力矩项,则只有负弹性力矩项。另外,式(1.12)等号右边第 2 项中的  $\gamma$  用式(1.1)代入,第 3 项中的  $\varphi$  用式(1.2)代入。这样,绕壳体坐标轴  $x$  和  $y$  作用于陀螺转子的力矩可表示为:

$$\begin{cases} T_x = -\left[ K_p - \left( I_e - \frac{I_z}{2} \right) \dot{\theta}^2 \right] \beta \\ T_y = -\left[ K_p - \left( I_e - \frac{I_z}{2} \right) \dot{\theta}^2 \right] \alpha \end{cases} \quad (1.13)$$

式(1.13)中的方括号项称为剩余刚度系数,并用符号  $\Delta K$  表示:

$$\Delta K = K_p - \left( I_e - \frac{I_z}{2} \right) \dot{\theta}^2 \quad (1.14)$$

由式(1.14)可见,只要适当选择扭杆的正刚度系数  $K_p$ 、陀螺转子的自转角速度  $\dot{\theta}$  以及平衡环的转动惯量  $I_e$  和  $I_z$ ,可使正刚度系数与负刚度系数相等,即

$$K_p = \left( I_e - \frac{I_z}{2} \right) \dot{\theta}^2 \quad (1.15)$$