

中国计量出版社

CHILUN CELIANG JISHU
DUANWEN XUANBIAN

B6
2

测量技术短文选编 . 2 .

内 容 提 要

本书收集了计量测试工作者撰写的十四篇短文。主要讨论了内齿轮的跨棒距、齿轮范成误差、齿轮滚刀的啮合误差、摆线齿轮的齿形误差、摆线螺旋锥齿轮与圆弧齿轮的齿向误差,以及蜗杆与蜗轮的一些参数的测量和数据处理等问题。本书适于计量测试人员和车间检验员阅读,也可供工程技术人员和大专院校师生参考。

齿轮测量技术短文选编

(第 二 集)



中国计量出版社出版

(北京和平里11区7号)

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售



开本 787×1092 1/32 印张 4 5/8

字数 108 千字 印数 1—7000

1986年5月第一版 1986年5月第一次印刷

统一书号 15210·570

定价 1.15 元

前 言

随着国民经济的迅速发展，长度计量工作也日新月异。根据被测对象的技术要求和测量条件来选择测量方法是计量测试工作者在实际工作中迫切需要解决的问题。我们收集了计量测试工作者撰写的有关齿轮测量技术方面的短文汇编成册（共两集），以供读者参考。

本书所介绍的测量方法，大部分经实践证明是行之有效的；一部分是属于探讨性质的；还有一部分虽然总的说来是可行的，但其中某些环节可能还存在不足。本书的宗旨在于交流经验，启发思维，推动精密测试技术的发展，使齿轮的测量方法臻于完善。为此，希望广大读者在参考本书所涉及的技术方法时，注意分析研究，力求有所创造发展。

计量出版社编辑部

目 录

一、内齿轮的跨棒距测量.....	(1)
二、在 HS-400 齿轮综合检查仪上测量齿 轮的周节偏差.....	(7)
三、齿轮的范成误差及其测量法.....	(12)
四、齿轮滚刀啮合误差及其测量.....	(23)
五、MAAG SP-60 齿轮检查仪可测齿宽计算 分析.....	(29)
六、确定齿形误差曲线与渐开线齿廓的对应位 置的方法.....	(42)
七、由渐开线样板记录曲线的异样分析仪器 故障.....	(51)
八、斜齿轮螺旋角的测绘.....	(66)
九、摆线齿轮的坐标测量法.....	(72)
十、行星针齿减速器摆线齿形测量及数据处理	(83)
十一、摆线齿螺旋锥齿轮的齿向误差与测量.....	(93)
十二、圆弧齿轮螺旋角(齿向误差)测量中 的几个问题.....	(107)
十三、用触球法测量直纹螺旋面蜗杆齿形时测 量原理误差及其计算.....	(120)
十四、蜗轮分度圆齿厚 S_{fn} 和实测值 M 的关系	(137)

一、内齿轮的跨棒距测量

(一) 概 述

用测量跨棒距的办法来控制内齿轮的齿厚时，可根据已知的量棒直径 d_p ，由计算公式^{〔1〕~〔12〕}算出应有的跨棒距。但是在许多情况下，量棒的直径是未知的。在量棒直径、被测点位置与跨棒距这三者之间，常见由一值求另一值的关系有如下三种情况：（1）已知量棒直径求跨棒距；（2）已知量棒直径求被测点位置；（3）已知被测点位置求量棒直径。

本文提出适用于各种圆柱内齿轮的计算方法。它不要求量棒同渐开线的切点恰好在分度圆（或固定弦）上，允许稍稍离开分度圆。这样，在选用量棒直径时，便具有相当大的灵活性而又不影响测量结果的正确性。

(二) 计算公式及其说明

内齿轮跨棒距测量的计算公式表汇总了适于在上述三种情况下使用的计算公式。利用表中的公式可按给出的值求其余的值。若弧齿槽宽给出尺寸的上、下偏差时，将尺寸连同尺寸偏差代入公式中，即可得到所求各值的最大值或最小值。

量棒直径的正确性是保证齿厚正确的先决条件，因此在求出跨棒距以后，要进行被测点位置和量棒直径正确性的校核。如果直径过大，计算得到的被测点位置将落在齿顶圆上（图 1—1a 的上、下两处），无法获得正确的齿厚值；如果直径过小，量棒将与齿根圆接触（图 1—1b），或沉入在齿

槽内的任一位置 (图 1—1d), 也不能获得正确的齿厚值。

为了不出现上述的这些现象, 所求得的跨棒距值必须满足 $D_g > D_o$; $(2R_{x\max} + d_p) < D_i$ 和 $(2R_{x\max} - d_p) < D_o$ 这三个条件。

当量棒直径因受其它条件的限制, 不可能加大时, 可以把量棒的外圆切去一部分, 其高度值为 $r_p(1 - \sin \alpha_x)$, 如图 1—1c 所示, 以保证得到正确的跨棒距值。

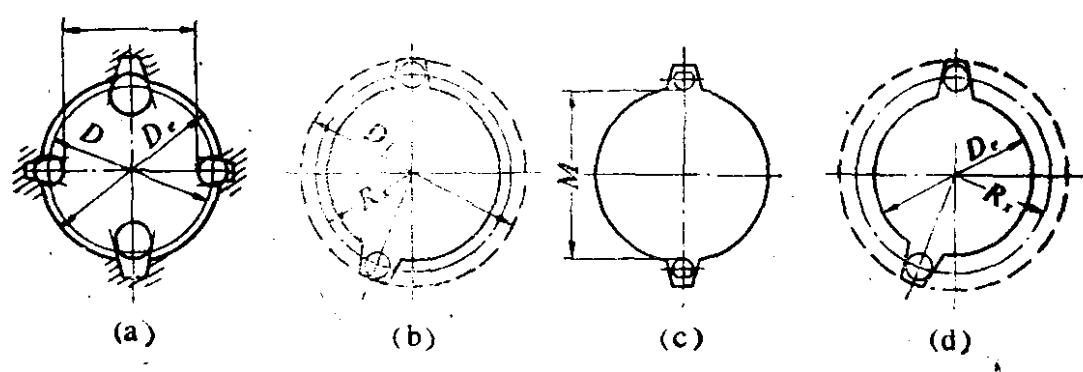


图 1—1

如果所给的是内齿轮弧齿厚 S , 渐开线角的计算式为:

$$\text{inv } \alpha_x = \text{inv } \alpha_f - \frac{S}{d_f} - \frac{d_p}{d_f} + \frac{\pi}{Z}$$

至于如下式所示的渐开线角的计算式⁽⁶⁾、⁽⁷⁾

$$\text{inv } \alpha_{o.} = \text{inv } \alpha_o - \frac{W_a}{d_o} + \frac{\pi}{2Z}$$

因为此式中未包含弧齿厚或弧齿槽宽、固定弦齿厚和变位系数等, 所以不适用于变位齿轮或变位花键孔的测量。

内齿轮跨棒距测量的计算式表

	由量棒直径 d_p 求跨棒距 M	由量棒直径 d_p 求被测点所在直径 D_g	由被测点位置 D_g 求量棒直径 d_p
已知	分度圆直径 d_f 、基圆直径 d_b 、分度圆上压力角 α_f 、分度圆上弧齿槽宽 S_1		
条件	d_p	d_p	D_g
计 算 步 骤	1. 应用 $\text{inv } \alpha_x = \text{inv } \alpha_f + \frac{S_1}{d_f} - \frac{d_p}{d_f}$ 求 α_x ; 2. 由 $R_x = \frac{r_f}{\cos \alpha_x}$ 求 R_x ; 3. 求跨棒距 对偶数齿 $M = 2R_x - d_p$ 对奇数齿 $M = 2R_x \cos \frac{\pi}{2Z} - d_p$	1. 应用 $\text{inv } \alpha_x = \text{inv } \alpha_f + \frac{S_1}{d_f} - \frac{d_p}{d_f}$ 求 α_x ; 2. 由 $R_x = \frac{r_f}{\cos \alpha_x}$ 求 R_x ; 3. 由 $\text{tg } \theta_g = \text{tg } \alpha_x + \frac{d_p}{d_f}$ 求 θ_g ; 4. 由 $D_g = \frac{d_f}{\cos \theta_g}$ 求 D_g ;	1. 由 $\cos \theta_g = \frac{d_f}{D_g}$ 求 θ_g ; 2. 由 $2\theta = \frac{S_1}{r_f} + 2(\text{inv } \alpha_f - \text{inv } \theta_g)$ 求 θ ; 3. 由 $\alpha_x = \theta_g - \theta$ 求 α_x ; 4. 由 $d_p = \frac{D_g \sin \theta}{\cos \alpha_x}$ 求 d_p .

注: θ_g ——量棒同渐开线切点的渐开线压力角; θ ——量棒中心同被测点间的中心角; α_x ——量棒中心的渐开线压力角; R_x ——量棒中心到齿轮中心的距离; r_f ——分度圆半径; r_b ——基圆半径。

(三) 应用举例

有一渐开线花键(图1—2)的参数如下:

$m = 2, Z = 16, d_f = 32, \alpha_f = 30^\circ, S_1 = 4.296^{+0.125}_{-0.045}$, 渐开线转变直径最小为36, 求跨棒距。

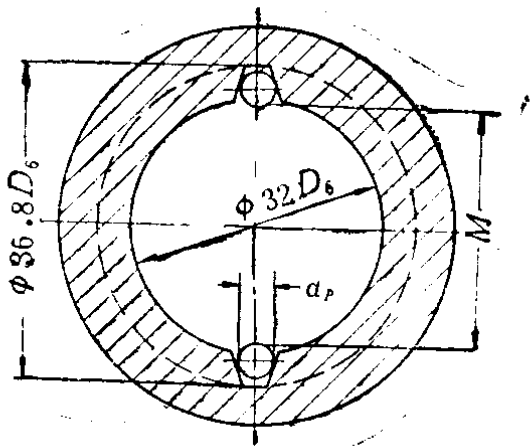


图 1—2

解:

1. 确定是否变位

当工件无变位, 弧齿宽应为

$$S_1 = \frac{\pi m}{2} = 3.1416$$

现工件是 4.296, 所以是变位的, 量棒应另作计算;

2. 选定被测点位置 D_g

由所给数据可知, 分度圆直径 d_f 与齿顶圆直径 D_a 都是 32mm。因为齿顶圆上有尖角, 量棒在分度圆上与渐开线接触不稳定, 故不应在分度圆上进行测量。今选择在接近分度圆的直径为 33mm 的圆上测量, 即 $D_g = 33\text{mm}$;

3. 由选定的被测点位置求量棒直径 d_p

$$\cos \theta_g = \frac{d_f}{D_g} = 0.8397822$$

$$\theta_g = 32^\circ 52' 58''$$

由

$$2\theta = \frac{S_1}{r_f} + 2(\text{inv } \alpha_f - \text{inv } \theta_g)$$

为使被测点位置的偏差较小, S_1 按公差的中值计算, 即

$$S_1 = 4.296 + \frac{0.125 + 0.045}{2} = 4.381$$

$$\therefore 2\theta = 13^\circ 31' 45''$$

$$\alpha_x = \theta_g - \theta = 26^\circ 07' 06''$$

$$d_p = \frac{D_g \sin \theta}{\cos \alpha_x} = 4.329$$

4. 计算跨棒距 M

由
$$\operatorname{inv} \alpha_x = \operatorname{inv} \alpha_f + \frac{S_1}{\alpha_f} - \frac{d_p}{d_f}$$

将
$$S_{l\max} = 4.296 + 0.125 = 4.421$$

$$S_{l\min} = 4.296 + 0.045 = 4.341$$

代入上式, 得

$$\alpha_{x\max} = 26^\circ 24' 50''$$

$$\alpha_{x\min} = 25^\circ 49' 07''$$

将 α_x 的最大、最小值代入下式中的 α_x ,

$$R_x = \frac{r_f}{\cos \alpha_x}$$

得
$$R_{x\max} = 15.4716$$

$$R_{x\min} = 15.39297$$

由
$$M = 2R_x - d_p$$

代入 $R_{x\max}$ 、 $R_{x\min}$,

$$M_{\max} = 26.614$$

$$M_{\min} = 26.457$$

5. 校核

(1) 被测点位置 D_g 在本例为选定值, 不必校核;

(2) 校核量棒与被测工件的接触位置按 $(2R_{x\max} + d_p) < D_i$

今 $D_i = 36.8$, 代入 $R_{x\max}$ 与 d_p 值, 得

$$(2 \times 15.4716 + 4.329) = 35.272 < 36.8$$

符合要求;

$$\text{按 } (2R_{x\max} - d_p) < D_g$$

今 $D_e = 32$, 代入 $R_{x\max}$ 与 d_p 值, 得

$$(2 \times 15.4716 - 4.329) = 26.614 < 32$$

符合要求。

结论: 所求各值均满足测量要求, 可供采用。

参 考 资 料

- 〔1〕 中国计量科学研究院长度室, 齿轮测量, 1973.
- 〔2〕 中国机械工程学会、一机部设备动力司, 机修手册, 圆柱齿轮传动, 机械工业出版社, 1967.
- 〔3〕 小模数齿轮测量手册编写组, 小模数齿轮测量手册, 国防工业出版社, 1972.
- 〔4〕 刘汉瑛, 外齿轮的跨棒距测量, 汽车技术, 1982 年 2 期.

(桂林市机械厂 刘汉瑛)

二、在HS-400齿轮综合检查仪上测量 齿轮的周节偏差

所谓周节偏差是指齿轮的实际周节和公称周节之差。当用相对法测量时，公称周节是指所有实际周节的平均值。所以，周节偏差与相邻周节差、任意周节差的取值方法就有所不同。

我厂有台 HS-400 齿 轮 综合检查仪，可以测量齿轮的周节，并可在记录纸上画出相邻周节和周节累积误差曲线。但是能否在该仪器上测得周节偏差呢？这是我们要解决的问题。否则将只有采用逐齿测量且经人工计算才能得到结果，这将是繁琐的。

（一）相对法测量给我们的启示

齿轮标准 JB179-81《渐开线圆柱齿轮精度制》介绍了相对法测量齿轮周节偏差的方法，详见下页表。

如果用 Δf_{Pi1} 表示第一个齿的周节偏差， Δf_{Pi2} 表示第二个齿的周节偏差……。

用 ΔF_{P1} 表示第一齿的周节累积误差， ΔF_{P2} 表示第二齿的周节累积差……。

那么由下表可以看出：

$$\Delta F_{P2} = 2.5 + (-0.5) = \Delta f_{Pi2} + \Delta F_{P1}$$

$$\Delta F_{P3} = 1.5 + 2 = \Delta f_{Pi3} + \Delta F_{P2}$$

$$\Delta F_{P4} = \Delta f_{Pi4} + \Delta F_{P3}$$
$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

表

齿 号	读数值	读数累加	周节偏差 Δf_{Pi}	周节累积误差 ΔF_P
1	0	0	-0.5	-0.5
2	3	3	2.5	2
3	2	5	1.5	3.5
4	1	6	0.5	4
5	-1	5	-1.5	2.5
6	-2	3	-2.5	0
7	-3	0	-3.5	-3.5
8	3	3	2.5	-1
9	2	5	1.5	0.5
10	0	5	-0.5	0

修正值 $K = 5/10 = 0.5$

$$\begin{aligned} \Delta F_{Pi} &= \Delta f_{Pii} + \Delta F_{P(i-1)} \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \end{aligned} \quad (2-1)$$

由式 (2—1) 得:

$$\begin{aligned} \Delta F_{Pi} &= \Delta f_{P+i} + \Delta F_{P(i-1)} \\ \Delta f_{Pii} &= \Delta F_{Pi} - \Delta F_{P(i-1)} \end{aligned} \quad (2-2)$$

式(2—2)是很明确的: 齿轮上某齿的周节偏差 (Δf_{Pii}) 等于该齿的周节累积误差 (ΔF_{Pi}) 减去前一齿的周节累积误差 ($\Delta F_{P(i-1)}$)。

这样一来, 我们可以从 HS-400 齿轮综合检查仪的周节累积误差曲线上量得某齿和前一齿的周节累积差, 它们的差值就是该齿的周节偏差。这样就解决了在 HS-400 齿轮综合检查仪上测量齿轮周节偏差的问题。

(二) 从该仪器的周节累积误差曲线上看

将用相对法测得的数据 (即上表的读数), 按照 HS-

400 齿轮综合检查仪作 累积误差曲线的方法画成累积误差的线图。将纵坐标表示齿号（10 个格子，每格表示一齿），横坐标表示读数累加后画成图 2—1 曲线图，将该曲线首尾（OJ）相联即成周节累积误差曲线。

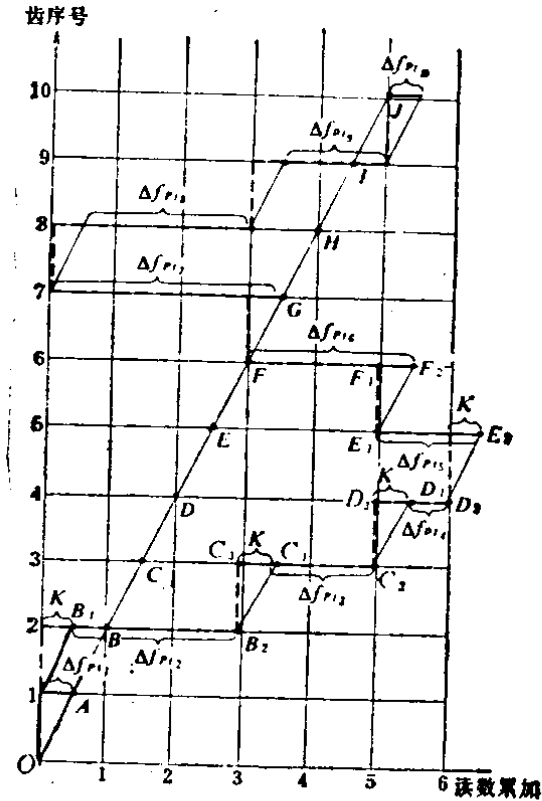


图 2—1

从图上来看 J 点的横坐标不为零。

我们知道，齿轮标准中周节偏差是指实际周节与公称周节之差。用 $t_{\text{公称}}$ 表示齿轮的公称周节， t_i 表示某齿的实际周节、 Δf_{pi} 表示某齿的周节偏差。

$$\begin{aligned} \text{周节偏差的累加数} &= \sum_{i=1}^Z (t_i - t_{\text{公称}}) \\ &= \sum_{i=1}^Z \Delta f_{pi} \end{aligned}$$

用相对法测量时：

$$t_{\text{公称}} = \frac{1}{Z}(t_1 + t_2 + \dots + t_Z)$$

所以,

$$\sum_{i=1}^Z \Delta f_{P_{ti}} = \sum_{i=1}^Z \left[(t_1 + t_2 + \dots + t_Z) - Z \times \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_Z}{Z} \right] = 0 \quad (2-3)$$

从式 (2—3) 可以看出, 当用公称周节对齿轮的周节进行相对测量时, 其读数累加值应等于零。但是, 现在从图上看, 其读数累加值不为零。说明我们测量周节不是公称周节而大于公称周节, 因此要对测得的读数进行修正, 其修正值 $K = \text{读数累加值} / \text{齿数} = 5/10 = 0.5$

在图形上过齿 1 点作 $1B_1 \parallel OJ$, 过 B_2 点作 $B_2C_1 \parallel OJ$, 过 C_2 作 $C_2D_1 \parallel OJ$, 过 D_2 点作 $D_2E_2 \parallel OJ \dots$ 即在线图中,

$$\triangle 12B_1 \sim \triangle O10J, \text{ 即 } \frac{1}{10} = \frac{2B_1}{10J},$$

$$2B_1 = \frac{1}{Z} J10 = \frac{1}{10} \text{ 读数累加} = \frac{1}{10} \times 5 = 0.5 = K \text{ 同理,}$$

$$A1 = K, C_1C_3 = K, D_1D_3 = K \dots \dots$$

第一齿读数为零, $\therefore A1 = \Delta f_{P_{t1}}$

$$\begin{aligned} \text{第二齿读数为 } 2B_2, \therefore B_2B_1 &= 2B_2 - 2B_1 = 2B_2 - K \\ &= \Delta f_{P_{t2}} \end{aligned}$$

$$\text{第三齿读数为 } C_2C_3, \therefore C_2C_1 = C_2C_3 - K = \Delta f_{P_{t3}}$$

.....

我们从图上还可以发现:

$$\begin{aligned} \Delta f_{P_{t2}} &= B_2B_1 = |B_2B| + |BB_1| \\ &= B_2B - (-BB_1) \end{aligned}$$

$$\therefore B_2B = \Delta F_{P_2} \quad -BB_1 = -1A = \Delta F_{P_1}$$

$$\therefore \Delta f_{P_{i2}} = \Delta F_{P_2} - \Delta F_{P_3}$$

$$\Delta f_{P_{i3}} = \Delta F_{P_4} - \Delta F_{P_3}$$

.....

$$\Delta f_{P_{it}} = \Delta F_{P_i} - \Delta F_{P_{(i-1)}}$$

此式与式 (2—2) 完全一致。进一步证明式 (2—2) 是完全正确的。

这样一来，在 HS-400 齿轮综合检查仪上是可以测量齿轮的周节偏差的，只需在累积误差曲线上找到该齿的周节累积误差，减去前一齿的周节累积误差即可。不过使用时要注意累积误差曲线首尾联线的一方为正值而另一方为负值。

(三) 举 例

图 2—2 为 HS-400 齿轮综合检查仪上测得的齿轮周节累积误差曲线，OO 为该齿轮的首尾联线。

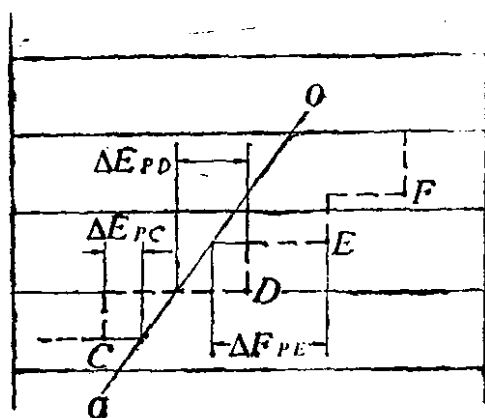


图 2—2

$$D \text{ 齿周节偏差 } \Delta f_{P_{iD}} = |\Delta F_{PD}| + |\Delta F_{PO}|$$

($\because \Delta F_{PO}$ 为负)

$$E \text{ 齿周节偏差 } \Delta f_{P_{iE}} = \Delta F_{PE} - \Delta F_{PD}$$

(南京第二机床厂 马大珊、叶荣成)

三、齿轮的范成误差及其测量法

在老机标圆柱齿轮传动公差 JB179-60 中，规定用范成误差或公法线长度变动评定齿轮的切向误差。在新机标渐开线圆柱齿轮精度制 JB179-81 中，取消了范成误差，保留了公法线长度变动。取消范成误差的原因是：根据调研结果，这个指标国内过去没有测量过，因而缺乏实用价值。作者从范成误差的定义出发，在单啮仪上用简便的方法测量了范成误差，通过与公法线长度变动的比较，认识了这个指标的优越性，对取消范成误差提出不同的看法。

(一) 齿轮的几何偏心和运动偏心

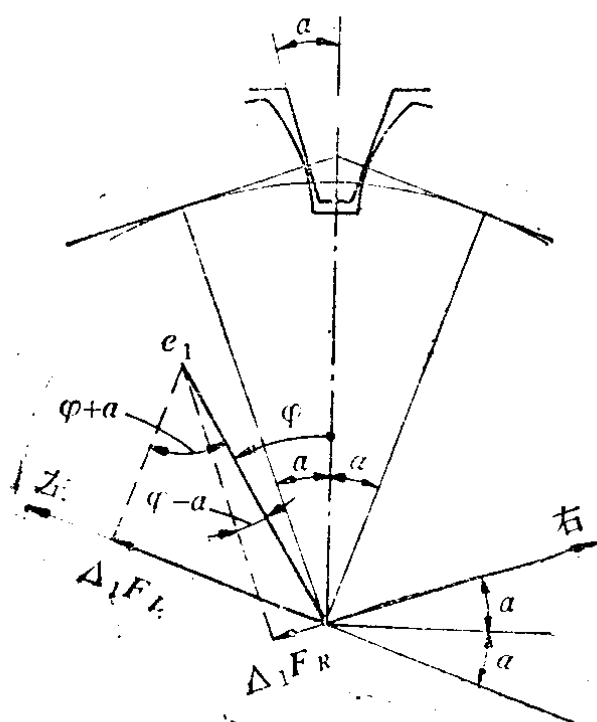


图 3—1

齿轮的切向综合误差 ΔF_t 主要由几何偏心和运动偏心所产生。齿轮由几何偏心 e_1 所产生的左右齿面的啮合线增量按下式计算（图 3—1）：

$$\Delta_1 F = \pm e_1 \sin(\phi \pm \alpha) \quad (3-1)$$

式中 ϕ ——齿轮的转角；
 α ——分度圆压力角。

上式正号用于左齿面，负号用于右齿面。

几何偏心是不便测量的，通常用齿圈径向跳动 ΔF_r 来反映。当齿轮无局部误差(齿形误差、基节偏差)时， $\Delta F_r = 2e_1$ 。

齿轮由运动偏心 e_2 所产生的左右齿面的啮合线增量按下式计算：

$$\Delta_2 F = \pm e_2 \sin(\phi + \psi) \quad (3-2)$$

式中 ψ ——运动偏心对几何偏心的初相差。正号用于左齿面，负号用于右齿面。

必须指出，运动偏心并非客观存在的物理量，它只是一个数学当量。客观存在的物理量，是左右齿面各有一个几何偏心 e'_{iL} 和 e'_{iR} ，二者大小相等，相位相差 2α 角度^[1]。如以逆时针方向作为正方向，则左齿面的几何偏心 e'_{iL} 比其当量运动偏心 e_2 滞后 α ，右齿面的几何偏心 e'_{iR} 比 e_2 超前 α ，见图 3—2。齿轮的运动偏心可用公法线长度变动或范成误差来反映。

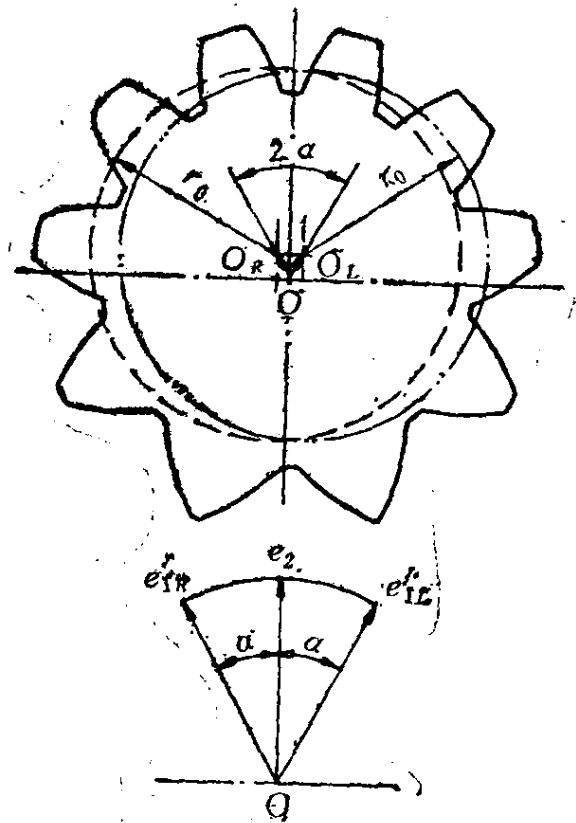


图 3—2

(二) 公法线长度变动 ΔF_w 与运动偏心的关系及其测量

在测量公法线长度时，所选的跨齿数使得测量点位在齿间固定弦上(图 3—3)。当齿轮在逆时针方向转过 ϕ 角时，