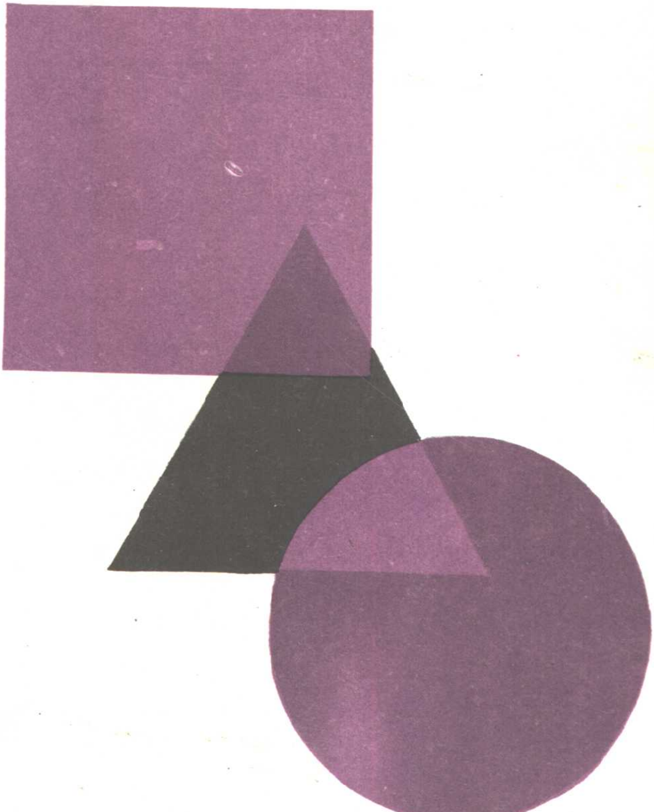
● 数学
● 物理
● 化学
● 生物

1985 — 1989
高考答卷常见错误分析

理科分册

● 刘士俊　马效江　蔡心田
徐流　王伟　孙森　闻希璋　编写
程怀洁　刘长兴　孙慧真

● 教育科学出版社



1985—1989高考答卷常见错误分析

理　科　分　册

(数学　物理　化学　生物)

数学	徐　流	马效江	编写
	王建民		审订
物理	刘士俊	王　玮	编写
	蔡心田	闻希璋	
化学	孙　森		编写
	程耀尧		审定
生物	程怀洁	刘长兴	编写
	孙慧真		

教育科学出版社

封面设计：王四海

版式设计：黄　星

1985-1989 高考答卷常见错误分析

理科分册（数学物理化学生物）

数学　徐　流　马效江　编写

　　　王建民　　　　　审定

物理　刘士俊　王　玮
　　　蔡心田　闻希璋　编写

化学　孙　森　　　　　编写

　　　程耀尧　　　　　审定

生物　程怀洁　刘长兴
　　　孙慧真　　　　　编写

教育科学出版社出版

新华书店发行

天津市津一胶印厂印刷

787×1092 毫米　1/32 开　19.375 印张

1990 年 2 月第 1 版　1990 年 2 月第一次印刷

ISBN7-5041-0209-1/G · 181

定价：7.00 元

前　言

本书把近五年各科高考试卷的变化和考生在答卷中的主要错误、错误类型、错误原因及考场上技术性失误的情况力求准确、简明地介绍给读者，以帮助参加高考的学生及社会青年了解各科试题的内容分布、题型变化；使高中生通过近五年高考答卷中的错例分析对自己如何学好各门功课有所认识，从而改进学习方法，提高学习水平；即将参加高考的读者还可以从本书中了解考场失误的种种情况，学习应试时的对策，提高高考成绩；各科教师和教研人员可从本书的定性、定量分析中得到启示，以推动教学改革。

本书分公共科、理科、文科三册。公共科目有政治、语文、外语。理工科有数学、物理、化学、生物。文科有数学、历史、地理。

编者　　1989 年 8 月

目　　录

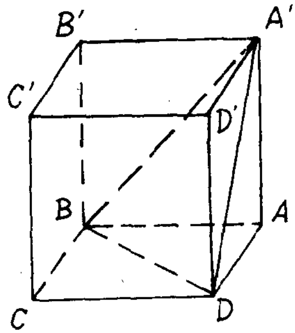
数　学

一、试题解答及典型错误详析

1985年

一、(本题满分15分) 本题共有5个小题，每一个小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得3分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否写在圆括号内），一律得0分。

(1) 如果正方体ABCD−A′B′C′D′的棱长为a，如图1，那么四面体A′−ABD的体积是



(A) $\frac{a^3}{2}$

(B) $\frac{a^3}{3}$.

(C) $\frac{a^3}{4}$.

(D) $\frac{a^3}{6}$.

(2) tgx = 1 是 $x=\frac{5}{4}\pi$的

(A) 必要条件。　　(B) 充分条件。

(C) 充分必要条件。　　(D) 既不充分又不必要的条件。

(3) 在下面给出的函数中，哪一个函数既是区间

$(0, \frac{\pi}{2})$ 上的增函数，又是以 π 为周期的偶函数？

(A) $y=x^2$ 　　$(x\in R)$.

(B) $y=|\sin x|$ 　$(x\in R)$.

(C) $y=\cos 2x$ 　　$(x\in R)$.

(D) $y=e^{\sin 2x}$ 　$(x\in R)$.

(4) 如图2，极坐标方程 $\rho=a\sin\theta$ $(a>0)$ 的图象是

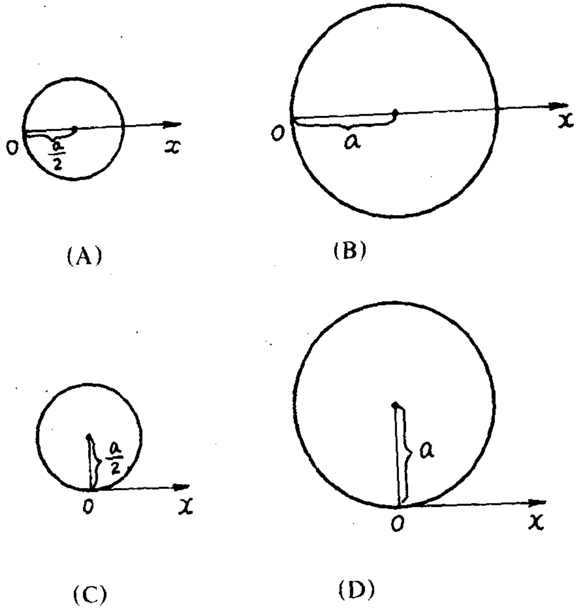


图 2

(5) 用 1，2，3，4，5 这五个数字，可以组用比 20000 大，并且百位数不是数字 3 的没有重复数字的五位数，共有

(A) 96 个。　　(B) 78 个。

(C) 72 个。　　(D) 64 个。

〔正确解答〕

(1) 解：如图 1，△ABD 面积

$$S=\frac{1}{2}a^2$$

h＝AA′＝a

四面体$A'-ABD$的体积

$r=\frac{1}{3}sh=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}a^2\cdot a$

$=\frac{a^3}{6}$.

所以选择（D）。

说明:

四面体 A′-ABD 可以看做以△ABD 为底面的三棱锥。

AA′⊥△ABD 所在平面，是三棱锥 A′-ABD 的高。

(2) 解:

∵命题：若 $x=\frac{5}{4}\pi$ 则 $tgx=1$ 正确。

所以 $tgx=1$ 是 $x=\frac{5}{4}\pi$ 的必要条件。

∵命题：若 $tgx=1$，则 $x=\frac{5}{4}\pi$ 不正确，

所以 $tgx=1$ 不是 $x=\frac{5}{4}\pi$ 的充分条件。

故选择（A）。

说明:

本题若问 $x=\frac{5}{4}\pi$ 是 $tgx=1$ 的什么条件？由命题若 $x=\frac{5}{4}\pi$ 则 $tgx=1$ 真，知 $x=\frac{5}{4}\pi$ 是 $tgx=1$ 的充分条件，

由命题若 $tgx=1$ 则 $x=\frac{5}{4}\pi$ 假，知 $x=\frac{5}{4}\pi$ 不是 $tgx=1$ 的必要条件。

应选择（B）。

看来选择结论时，与出题方式有关。

(3) 解:

题目要求是偶函数，而 $y=e^{\sin 2x}$（$x\in R$）不是偶函数，将（D）排除。

题目要求函数以 π 为周期，而 $y=x^2$（$x\in R$）不是周期函数，将（A）排除。

题目要求函数在区间（$0,\ \frac{\pi}{2}$）上为增函数，

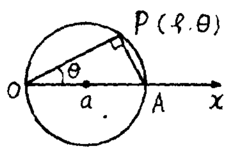
而 $y=cos2x$（$x\in R$）在区间

（$0,\ \frac{\pi}{2}$）上为减函数，将（C）排除。

那么只有选择（B）。

(4) 解：

如果没有记忆过方程 $\rho=a\sin\theta$（$a>0$）的图象，可以根据四个图形推导它的方程。



（A）的图象如图 3 所示。

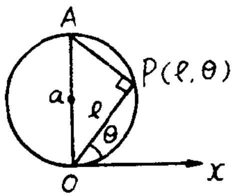
在圆与任选一点 P（9，0），则 ρ 的几何意义是 OP，$\angle POA=\theta.OA=a$，在 $Rt\triangle\ OAP$ 中，$OP=\ OA\cos\theta$，即 $\rho=a\cos\theta$.

不能选择（A）。

同理（B）中图象的方程是 $\rho=2a\cos\theta$，不能选择（B）。

而（C）中如图 4，

$OP=\ \rho$. $\angle POX=\theta$ $OA=a$，在 $Rt\triangle\ OPA$ 中，$\rho=\ a\cos$



$(90^\circ - \theta)$，即 $\rho = a\sin\theta$.

由于只有一个结论是正确的，不用验证（D），就可以选择（C）。

说明:

如果对圆的直角坐标方程与圆在直角坐标系上的位置的关系认识得比较清楚，也可以将极坐标方程化为直角坐标方程，再进行选择。

由 $\rho = a\sin\theta$ 两边同乘以 ρ 得:

$$\rho 2 = a\rho\sin\theta.$$

即

$$x^2 + y^2 = ay$$

得出圆的方程为:

$$x^2 + y^2 - ay = 0$$

圆心: $(0, \frac{a}{2})$

半径: $\frac{a}{2}$,

故只有选择（C）了。

(5) 解:

比 20000 大的数共有$4P_4^4$，在这里面减去百位数字是 3 的数共$3P_3^3$.

则满足题意的数有$4P_4^4 - 3P_3^3 = 78$（个）。

说明:

分两步排成比 20000 大的数，第一步排万位有 4 种方法，第二步排余下四位有P_4^4种。

由乘法原理得出$4P_4^4$.

比20000大，百位数字是3的数可分三步排成，第一步排百位，只有1种方法，第二步排万位，有3种方法，第三步排余下几位有P_3^3种方法，由乘法原理，可排成$1\cdot3\cdot P_3^3$个比20000大，百位数字是3的数。

〔错解分析〕

在解答第一大题第五小题时，有些考生选择（C），即满足题意的五位数共有72个，这个选择是错误的。这些考生的想法是：1，2，3，4，5这五个数字可排没有重复数字的五位数共有P_5^5个，其中比20000小的五位数有P_4^4个，百位数字是3的五位数共有P_4^4个，于是$P_5^5-P_4^4-P_4^4=72$，就是比20000大且百位数字不是3的没有重复数字的五位数的个数。

错误在于比20000小的五位数有P_4^4个，其中包括百位数字是3的五位数，式子$P_5^5-P_4^4-P_4^4$在减去比20000小的五位数的个数时，就已经减去了一部分百位数字是3的五位数，再减去P_4^4（百位数字是3的五位数的个数）就多减去了一些百位数字是3的五位数。所以72个比正确答案少了。应该把多减去的个数再加回来，这样的数有P_3^3个，正确答案是$P_5^5-P_4^4-P_4^4+P_3^3=78$（个）。

这就提示我们注意，在分类时，要注意每类元素的集合是否相交。本解法的分类是：一类比20000小的没有重复数字的五位数集，两集合交集非空。这种分类容易犯上面的错误，但是只要掌握一般原理，可以处理好这种问题。

设A，B表示集合，$|A|$，$|B|$分别表示集合A，B中元素的个数。

1.若有限集合A，B不交（即$A\cap B=\Phi$）则

$|A\cup B|=|A|+|B|$.

2.若A，B为有限集合，则$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$.

这两个关系式从集合的韦恩图（如图5）容易看出

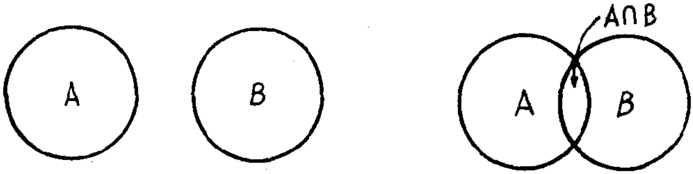


图 5

例：7 人排队，甲不站在排头且乙不站在排尾共有多少种排法。

解：设S表示7人排队所有全排列集合。

A表示甲站在排头的所有可能排列的集合。

B表示乙站在排尾的所有可能排列的集合。

则所求为

$|S|-|A\cup B|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)$

$=|S|-|A|-|B|+|A\cap B|$

$=P_7^7-P_6^6-P_6^6+P_5^5$

$=3720$

本题中$A\cap B\neq\Phi$.

类似分类问题可以推广：$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|$

$-|A\cap B|-|A\cap C|-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|$.

课本中所讲的加法原理是A、B为有限集$A\cap B=\Phi$,

则$|A\cup B|=|A|+|B|$.

二、（本题满分 20 分）本题共有 5 个小题，每一个小题满分 4 分。只要求直接写出结果。

(1) 求方程 $2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1$ 的解集。

(2) 设$|a|<1$，求 arccosa+arccos(−a)的值。

(3) 求曲线 $y^2=-16x+64$ 的焦点。

(4) 设 $(3x-1)^6=a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x^1+a_0$，

求$a_6+a_5+a_4+a_3+a_2+a_1+a_0$的值。

(5) 设函数$f(x)$的定义域是〔0，1〕，求函数 $f(x^2)$ 的定义域。

〔**正确解答**〕

(1) 解:

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$$

$$x+\frac{\pi}{6}=k\pi+(-1)^k\arcsin\frac{1}{2}$$

$$x+\frac{\pi}{6}=k\pi+(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}$$

$$x=k\pi+[(-1)^k-1]\frac{\pi}{6},\ k\in Z$$

解集为:

$$\left\{x\,|\,x=k\pi+[(-1)^k-1]\frac{\pi}{6},\ k\in Z\right\}.$$

(2) 解:

$$\arccos a+\arccos(-a)$$
$$=\arccos a+\pi+\arccos a$$
$$=\pi$$

说明:

这里利用等式 $\arccos(-a)=\pi-\arccos a$.

有些考生先求出

$$\cos\left[\arccos a+\arccos(-a)\right]=-1$$

然后得出:

$$\arccos a+\arccos(-\alpha)=\pi+ak\pi \quad k\in z$$

没有注意 $\arccos a$ 及 $\arccos(-a)$ 的值域。

事实上

$$0\leqslant \arccos a\leqslant \pi,$$

$$0\leqslant \arccos(-a)\leqslant \pi$$

得出

$$0\leqslant \arccos a+\arccos(-a)\leqslant 2\pi$$

在这个范围内余弦值为-1 的角只有 π.

(3) 解:

$$y^2=-16(x-4)$$

令:

$$\begin{cases}x'=x-4\\ y'=y\end{cases} \qquad 即\begin{cases}x=x'+4\\ y=y'\end{cases}$$

原方程变为$y'^2=-16x'$

其焦点坐标为 $(-4,\ 0)$

$$即\begin{cases}x=-4\\ y'=0\end{cases}$$

$$则\begin{cases}x=x'+4=-4+4=0\\ y=y'=0\end{cases}$$

原方程的焦点坐标为 $(0,\ 0)$.

说明:

有些考生误把$y'^2=-16x'$的焦点坐标 $(-4,\ 0)$ 误认为是

$$\begin{cases}x=-4\\ y=0\end{cases}$$

则

$$\begin{cases}x'=x-4=-4-4=-8\\ y'=y=0\end{cases}$$