朱华伟/审订

小学数学

奥林匹克课课通

胡兴虎　汪　洪　编著

六年级下学期

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克课课通六年级下学期/胡兴虎、汪洪编著.
—武汉:湖北教育出版社,2002
ISBN 7-5351-3249-9

Ⅰ.小… Ⅱ.①胡… ②汪… Ⅲ.数学课-小学-教学参考资料 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 042165 号

出版 发行:湖北教育出版社
网 址:http://www.hbedup.com
武汉市青年路 277 号
邮编:430015 传真:027-83619605
邮购电话:027-83669149

经 销:新 华 书 店
印 刷:文字六〇三厂印刷 (441021·湖北襄樊盛丰路 45 号)
开 本:850mm×1168mm 1/32 14.25 印张
版 次:2002 年 7 月第 1 版 2002 年 7 月第 1 次印刷
字 数:393 千字 印数:1—6 000

ISBN 7-5351-3249-9/G·2624 定价:20.00 元

前言

站在新世纪的地平线上，人类社会迎来知识经济、信息化、全球化的时代，我们的未来一代怎样才能够应对这种新的局面呢？学会做人，学会学习，学会生存，学会创新，即面向发展的未来而努力学习将成为主旋律！而在适应未来发展的人的诸多素质中，数学素质是不可忽视的。

这是因为，当今尖端科学的研究需要数学，大规模的社会化生产倚重于数学，新世纪许多重要的开发研究都需要通过数学模型进行探索、试验和优化选择，提高人才的数学素质已成为一项迫在眉睫的重要任务。世界各地兴盛的数学奥林匹克、数学建模竞赛活动，从一个侧面反映了全世界对提高大、中、小学生数学素质的高度重视。

我国十多年来的数学奥林匹克竞赛活动，使千百万青少年参与其中，极大地激发了他们学习数学，崇尚科学的兴趣，给数学教育注入了新的活力，促进了大面积素质教育质量的提高；同时也给我国中小学数学教育带来了深刻的变化。从这个意义上讲，数学奥林匹克竞赛活动不是单一的知识教育，更不是家庭教育式的业余补课，而是一种智能教育、素质教育。这种活动的结果，不只是体现在解题方法上，而更体现在学生对数学本质的洞察力、创造力和数学的机智等创新型思维能力的形成上。而这种能力的形成与发展，其作用不仅仅对学生学习数学有益，更将对学生综合素质的提高大有裨益。

那么，怎样才能让小朋友轻松愉快地学好数学奥林匹克，且能独立自主地学习它呢？其中的一个关键是要为小朋友们提供一套适用性很强而又通俗易懂的学习工具书，以帮助他们自主学习。基于以上认识与想法，编著者以自身十余年的竞赛数学教学与辅导的成功经验为基

础,以众多的国内外小学数学竞赛文献为源泉,参照现行的九年义务教育小学数学教学大纲的教学进度,按年级分册编著了这套小学生自主学习竞赛数学的必备工具书——《小学数学奥林匹克课课通》(四年级至六年级共六册)。以此献给全国的小朋友和辛勤教育他们的老师们、家长们。

本书具有以下三个特点:

一、内容齐全

全书集近年的国内外小学数学奥林匹克的最新思想、最新理念、最新资料、最新素材之精华,融竞赛数学的理论、方法与应用为一体,精心编撰出3180道题,归入636课(题型),按单元、节、课(题型)分六册编写。全书涵盖了小学数学奥林匹克的所有知识点、所有解题思想方法及所有题型,并使之系统完整,不重复亦不遗漏,是目前此类图书中覆盖知识面最广、教学内容最全、学习效率最高、实用性最强的不可多得的小学数学竞赛训练教材。

二、安排合理

本着减轻负担与儿童可接受性原则,以及四年级学生已经掌握了一些最基本的数学知识和思想方法,并且具备了一定的阅读能力,在辅导老师的指导下,有能力学习竞赛数学材料等因素,本书内容的编排从四年级上学期开始。

在内容安排上,四年级上学期50课时,下学期80课时,约每周3课时;五年级上学期110课时,下学期120课时,约每周5课时;六年级上学期160课时,下学期116课时,约每周7课时。每一课时,一般情况下只需要半小时左右就能够学好。这样的阅读与学习量,对大多数孩子讲,还是承受得了的,至于学有余力的孩子,就更显得轻松了。

在知识衔接上,力争做到与最新通用小学数学教材同步配套,从学生已有的知识结构与思维发展水平的实际出发,紧密配合课堂教学,由浅入深、由易到难、循序渐进地介绍竞赛数学的知识与方法,使之成为课堂教学的延伸与发展,把课内和课外有机结合起来,以帮助学生扩展知识视野,提高数学素质与创新思维能力。这样,学生不需要超前学习课本数学知识,就能学好相应学年段的竞赛数学知识。因此,本书更利

于学生课外自主学习。

三、课型科学

整套书按题型对应课时进行编排，每一课前，详细列出解题要领，包括重要概念、知识要点、解题思想方法等，以作为打开该课题解大门的金钥匙；每一课内，均编有5道题（有的增添了部分小题），尽量从不同的侧面，揭示出该题型的变化的一般规律，集中解决一个问题；每一道题，又有详细的分析与解答过程，有的还给出了多种解法。这些题目，既有传统的佳题，又有近年国内外涌现的好题，还有编著者根据自己的教学实践编撰的新题，很有代表性，也极有学习价值，更有一定难度；但经过按题型分类编排之后，学习起来，就容易多了。这种课型设计，题量精当，费时不多，不仅利于教师教学与家长辅导，更便于学生利用课余时间自主学习与复习。

怎样使用好本书：

对执教者而言，要充分利用本书编写体例上的独特优势，变“教”为“导”，在指导学生读书、启发学生思考、引导学生议论的过程中，使学生在“学会”的同时逐步达到“会学”的目的。学完一课后，应鼓励学生根据自身的实际情况，挑出其中适量的题独立解答，以利于深化理解，形成能力。

对自学者而言，先要熟悉与了解每课金钥匙的内容，然后逐题学习。题下的分析旨在帮助学生理清思路，提高分析能力。学生应认真理解。由于题目内容的限制，分析或一题一析，或数题一析，亦有少数题未作分析，这在体例上虽略有参差，但应更便于学生理解吸收。在学习的过程中，要一边读，一边思，既要弄清楚该题是怎样做的，更要搞明白为什么要这样做。学完一课后，同样要根据学习的情况，挑出其中适量的题独立解答，以便巩固所学知识与形成能力。

本书可供小学中、高年级中等及中等以上程度的学生课外自学用，也可供家长辅导、小学数学教师课堂教学中开发学生智力使用，还可作为数学兴趣小组及数学竞赛讲座的教材。

本书在编写过程中，参考并引用了有关资料中的优秀题目，为求简明，书中未一一注明出处。在此，谨向原题编者表示崇高的敬意。

由于笔者水平有限，书中难免会有疏漏或错误之处，诚挚欢迎读者批评与指正。

胡兴虎　汪洪

2002年2月28日于深圳南山

目　录

第一单元　计算问题

第一节　超值计算

第521课　错位相减法

【金钥匙】

1. 什么是超值计算并怎样巧算

超值计算问题，一般有数值大、项数多、次数高、结构复杂等特点，所以在计算时只依据运算法则和恒等变形技巧是远不能达到目的的，往往需要观察、分析和探索，根据计算对象的结构规律，运用机智寻找一种巧妙合理的算法。

2. 错位相减法

用将原式乘以2后所得的新式，再减去原式，抵消两式中相同的项，这样能使计算化简。这种计算方法叫做错位相减法。

【自主学】

题2601　求和 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{1999}$。

分析　观察和式不难发现，后面一个数是它前面一个数的2倍。为此，在和式两边都乘以2后再与原和式两边相减，这里相减是指错位相减，这样常常使差的值非常简单或易于计算。

解　$S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{1999}$

$2S=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{1999}+2^{2000}$

后式减前式，得

$2S-S=$

$$2+2^2+2^3+\cdots+2^{1999}+2^{2000}-(1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{1999})$$
$$=2^{2000}-1$$

即 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{1999}=2^{2000}-1$

题 2602 计算 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^n}$。

解 设 $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^n}$,则 $2S=2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\cdots+\frac{1}{2^{n-2}}+\frac{1}{2^{n-1}}$。

后式减前式,得

$$2S-S=2-\frac{1}{2^n}$$

即 $S=\frac{2^{n+1}-1}{2^n}$

题 2603 计算 $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}+\frac{1}{3^n}$。

解 设 $S=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}+\frac{1}{3^n}$。

则 $3S=3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\cdots+\frac{1}{3^{n-2}}+\frac{1}{3^{n-1}}$

后式减前式,得

$$3S-S=3-\frac{1}{3^n}$$

即 $S=\frac{3^{n+1}-1}{2\times3^n}$

题 2604 计算 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}$。

分析 观察分母规律,分别把以 2^n 为分母和以 3^n 为分母的分数分成两组,然后分别计算这两组数的和。

解 设 $S=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}$

$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)=S_1+S_2$。

$$S_1=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n} \quad ①$$

$$S_2=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n} \quad ②$$

分别计算 S_1 和 S_2。

①×2,得

$$2S_1=2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}} \quad ③$$

③－①,得

$$S_1=2-\frac{1}{2^n}=\frac{2^{n+1}-1}{2^n}$$

②×3,得

$$3S_2=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}$$

④－②,得

$$2S_2=1-\frac{1}{3^n}=\frac{3^n-1}{3^n}$$

$$\therefore \quad S_2=\frac{3^n-1}{2\cdot 3^n}$$

$$\therefore \quad S=S_1+S_2=\frac{2^{n+1}-1}{2^n}+\frac{3^n-1}{2\cdot 3^n}$$

$$=\frac{3^n\cdot(2^{n+1}-1)+2^{n-1}\cdot(3^n-1)}{2^n\cdot 3^n}$$

题 2605 （1）比较 $S_{2000}=\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\cdots+\frac{2000}{2^{2000}}$ 与 2 的大小。

解 在等式

$$S_{2000}=\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+\cdots+\frac{2000}{2^{2000}} \quad ①$$

两边同乘以$\frac{1}{2}$,得

$$\frac{1}{2}S_{2000}=\frac{1}{4}+\frac{2}{8}+\frac{3}{16}+\frac{4}{32}+\cdots+\frac{2000}{2^{2001}} \quad ②$$

①－②,得

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)S_{2000}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^{2000}}-\frac{2000}{2^{2001}} \quad ③$$

及　$S'_{2000}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^{2000}}$　④

两边同乘以$\frac{1}{2}$,得

$$\frac{1}{2}S'_{2000}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots+\frac{1}{2^{2000}} \quad ⑤$$

④－⑤,得

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)S'_{2000}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{2001}}$$

$\therefore$　$S'_{2000}=1-\frac{1}{2^{2000}}$

代入③,得

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)S_{2000}=1-\frac{1}{2^{2000}}-\frac{2000}{2^{2001}}$$

$\therefore$　$S_{2000}=2-\frac{2002}{2^{2000}}<2$

(2) 计算 $1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^{2000}+3^{2001}$。

分析　和式中从第 2 项起,相邻的后一项与前一项的比都是 3。如先用 3 乘以和式两边,然后与原式对应相减,即可得解。

解　设 $S=1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^{2000}+3^{2001}$。则

$$3S=3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^{2001}+3^{2002}$$

$$3S-S=3^{2002}-1$$

$$2S=3^{2002}-1$$

$$S=\frac{3^{2002}-1}{2}$$

第 522 课　巧用公式法

【金钥匙】

超值计算的过程,实际上是根据数的运算规律进行推理的过程,所以计算时千万不可忽视常用公式的灵活应用。这些公式有:

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

在具体计算中，特别要注意这些公式的逆用、变用。

【自主学】

题 2606 计算$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$。

分析 式子中 $2, 2^2, 2^4, \cdots$ 每一个数都是前一个数的平方，若在$(2+1)$前面有一个$(2-1)$，就可以连续递进地运用$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$了。

解 原式$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$$\begin{aligned}
&\times(2^{16}+1)(2^{32}+1)\\
&=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)\times(2^{32}+1)\\
&=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)\\
&=\cdots\cdots\\
&=(2^{32}-1)(2^{32}+1)\\
&=2^{64}-1
\end{aligned}$$

题 2607 计算$(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)$。

分析 从式子中容易看出，在 3、3^2、3^4、3^8、3^{16}、3^{32} 中，从第 2 个起的每一个数都是它前一个数的平方，从而联想用平方差公式。

解 设 $S=(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)$，两边乘以$(3-1)$，得

$$\begin{aligned}
(3-1)S&=(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)\\
&\quad\times(3^{32}+1)\\
&=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)\\
&=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)(3^{16}+1)(3^{32}+1)\\
&=\cdots\\
&=3^{64}-1
\end{aligned}$$

$\therefore \quad S=\frac{1}{2}(3^{64}-1)$

即 $(3+1)(3^2+1)\cdots(3^{32}+1)=\frac{3^{64}-1}{2}$