

知名教辅专家 希扬主编

人民教育出版社

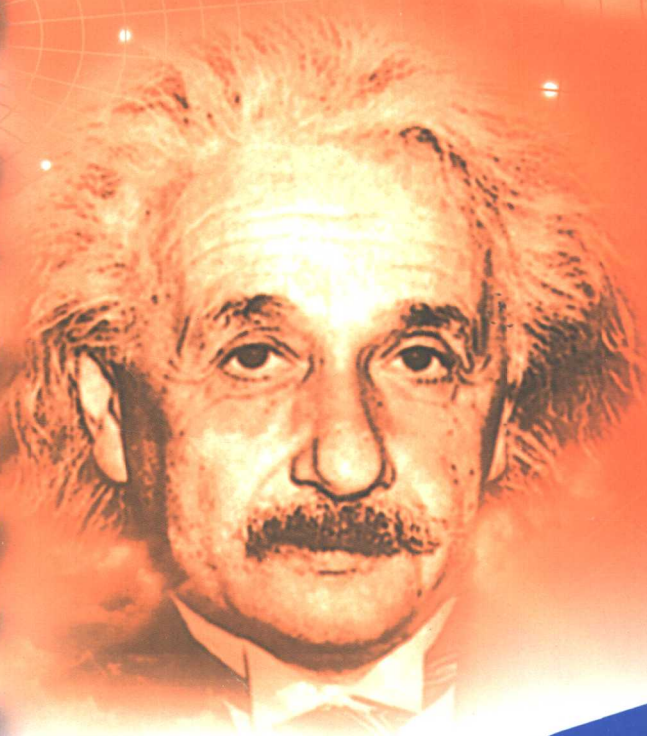
大象出版社 联合出版

● 课堂要革命 ● 学生要创

# 发散收敛整合

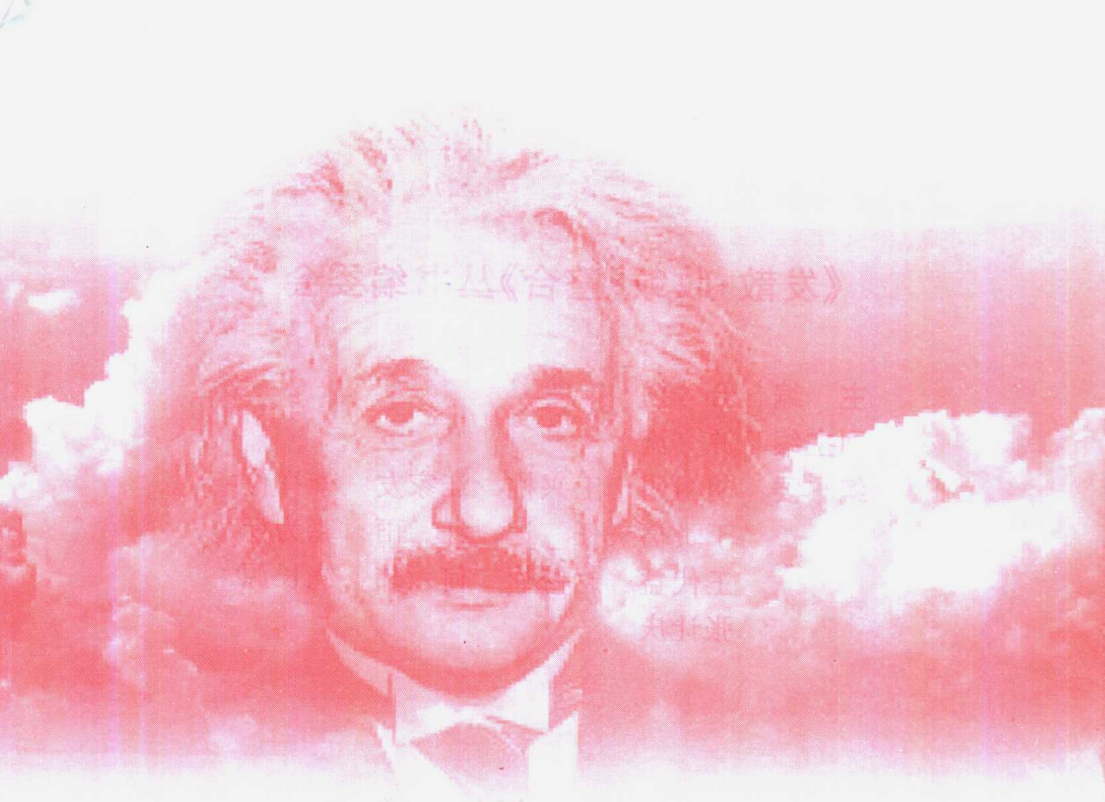
(双色版)

发散收敛 知识整合 开放求索



本册主编 源流

初三数学



金发徐开从《合...》

# 发散·收敛·整合

FASAN SHOULIAN ZHENGHE

## 初三数学

丛书主编：希 扬

本册主编：源 流

本册撰稿：源 流 王惠英 徐迎春



人民教育出版社

大象出版社

## 《发散·收敛·整合》丛书编委会

主 编 希 扬  
副主编 源 流  
编 委 胡祖明 王兴桃 江家友 李祥伦  
丁赉禧 任 远 红 雨 龚为标  
王代益 赵修灼 何六玮 饶长源  
张让庆

本册书名 《发散·收敛·整合》初三数学  
本册主编 源 流  
本册撰稿 源 流 王惠英 徐迎春  
责任编辑 夏 宇  
出 版 人民教育出版社 大象出版社  
发 行 大象出版社  
印 刷 河南第二新华印刷厂  
版 次 2002 年 6 月第 1 版  
印 次 2002 年 6 月第 1 次印刷  
开 本 890×1240 1/32  
印 张 11  
字 数 418 千字  
印 数 1—45 600 册  
书 号 ISBN 7-5347-2795-2/G·2253  
定 价 13.40 元

# 欲穷千里目 更上一层楼

## ——《发散·收敛·整合》代序

文因名人撰写,当行之久远;书因名家作序,将蓬荜生辉。而我们既非名人,也非名家,只是参与了希扬主编的《发散·收敛·整合》这套丛书的策划与评审工作,谈谈与主编接触的感受以及评审中的切身体会,也许会在这套书的读者中找到几个知音。

### 过去的几年

“不曾‘异想’,就不能‘天开’”,“想前人未想之想,事前人未事之事”是主编常爱说的话,常爱做的事。早在八年前,他策划《三点一测》时就说过:“我们为什么不可以编一套教辅,让上百万的学习者、应试者一看就心明眼亮,在学习应试中不走弯路?”八年前,《三点一测》一上市就异军突起,一鸣惊人。之后,他编著一套响一套。而今,即将付梓问世的这套《发散·收敛·整合》丛书,将会以它创意上的独出心裁、内容上的深层魅力、方法上的独树一帜而受到广大读者的喜爱,将是同步教辅图书新的里程碑。

### 最新的奉献

这套《发散·收敛·整合》丛书,是作者奉献给初一至高三中学生的与教学同步的新型素质教育丛书,是《发散思维大课堂》的姊妹篇。

何谓发散思维、收敛思维、知识整合?

发散思维即求异思维,是通过对已知信息进行多方向、多角度、多渠道的思考,从而悟出新问题、探索新知识或发现多种解答或得出多种结果的思维方式。

收敛思维即求同思维,是指从已知信息中寻觅正确答案的一种有方向、有范围、有层次的思维方式。

发散思维、收敛思维在思维过程中紧密联系,它们是辩证统一的。

MAF48/01

前者表现思维的广度,后者体现思维的深度。

知识整合是对学科之间知识、技能的沟通和迁移,使学科知识在更大的范围内综合化,突出和凸现知识的运用和创新过程,把综合素质的培养落到实处。

发散—收敛—整合,是新世纪素质教育大课题的三部曲,三者相辅相成。从基础知识的学习到发散思维能力的延伸,再到总结规律,形成自己的知识网络,最后通过知识整合,形成运用所学知识解决问题的能力;由浅入深,由此及彼,环环相扣,有条不紊,体现了学生创新思维的形成全过程。

这套丛书按照新的时代要求和素质教育理念,力图体现新的课程观、教材观、教学观和学习观,以培养学生的创新精神和实践能力为重点,以提高学生综合素质为目标,旨在促进学生主动的、生动活泼的学习,促进学生的全面发展,是一套崭新的,具有开放性、探究性,时代感强,视野开阔,方法独特的素质教育丛书。

### 真诚的希望

目前,素质教育对教学提出了更高的要求。培养和造就无数有慧心、有灵气、会学习、会沟通、善协作、守诚信、富有团队精神的综合型人才,是我们教育工作者和出版工作者的神圣使命,是我们研究的重大课题。我们殷切地企盼这套丛书问世以后能听到全国莘莘学子与辛勤耕耘的导师的反馈意见,从而使之在今后的修订中不断臻于完善。

### 丛书评论组

# 前 言

敛散思维即收敛与发散思维。收敛思维又叫求同思维,是指从已知信息中产生逻辑结论,寻觅正确答案的一种有方向、有范围、有层次的思维方式。它是深刻理解概念、正确解决问题、完整掌握知识系统的重要思维方式。发散思维即求异思维。它是对已知信息进行多方向、多角度、多渠道的思考,不局限于既定的理解,从而提出新问题、探索新知识或发现多种解答或得出多种结果的思维方式。

发散思维与收敛思维在思维过程中紧密联系、交替使用,它们是辩证统一的。收敛思维体现思维的深度,发散思维表现思维的广度,二者的有机结合,可缔造灵性空间,活化思维,提高认知水平和创造思维能力,从而达到开启心扉、挖掘潜能、提高整体素质的目的。

本书紧扣教学大纲,与现行教材同步,紧密联系学生的学习实际,全面深入地反映 2001 年以来各省、市中考试题情况,力求贴近整个教学环节,增强学生思维的灵活性、拓展性,以提高学生解决实际问题的能力。

本书每章(单元)均由以下六个部分组成:

**基础知识指要** 依据现行教学大纲、考试大纲,指明知识的学习要求和要点,并将整个初中三年的全程目标分解到每章(单元),确保学生达到教学大纲在知识、技能、综合素质诸方面提出的要求。

**重点难点剖析** 帮助学生突出重点,精辟地分析、引导、诠释疑难问题,提供化解难点的思路和方法。

**中考破误捷径** 通过对中考试题不同思维方式的分析,寻根探源,释疑解惑,排除思维障碍,点拨避错技巧,从而使读者获得最正确、最简捷的解题思路和方法。

**敛散思维导练** 通过对题型发散、正向收敛、最优收敛、侧向发散、逆向发散、转化发散、多向发散、综合发散等各种模式例题的分析与指导练习,强化学生思维训练,培养敛散思维能力。

**知识整合实践** 对学科每章(单元)知识进行全面系统的整理和提炼,加深各个知识点间的联系,在巩固知识的基础上加强运用,提高学生分析问题、解决问题的能力。本栏目中还设置联系实际指导、理(文)科综合园地、中考名题点评、竞赛新题开悟四个小栏目并配备了例题。

**提高能力测试** 每章(单元)设置综合能力测试题一套,用以提高学生对学科知识体系和规律性的整体掌握水平及分析问题、解决问题的能力。这可以帮助学生检验课堂学习效果,同时家长也可借此了解学生对课本各章节知识的掌握程度。书后附有参考答案。

另外,对解题方法及其注意事项和解题时容易犯的错误,在解题结束后,增加了“点评”及“警示误区”,指出其错误的缘由。

本书主要用到如下敛散思维:

**正向收敛** 是按照常规习惯形成的,沿着固定方向,采用一定的模式或方法进行思考的思维方式。

**最优收敛** 是一题多解或构造法中最佳解法的思维方式。

**侧向发散** 是从知识之间的横向联系出发,即从同一学科的不同分支出发,或从不同学科的有关原理或规律出发,去模拟、构造、分析问题,寻求解答的思维方式。

**逆向发散** 是从习惯思路的反方向去分析解答问题的思维方式。

**转化发散** 是保持原命题的实质而变换其形式的思维方式。

**多向发散** 是从多方面思考同一问题,使思维不局限于一种模式或一个方面,从而获得多种解答的思维方式。

**综合发散** 是通过教材各章(单元)知识点之间的联系、一个学科与其他学科之间的联系,进行综合思考的一种思维方式。

总之,本书由浅入深,精析多练,学练结合,阶梯训练,逐步提高,并揭示中考的测试规律,使学生的复习与应试实际更贴近,从而提高学生灵活运用知识的能力,增强迁移应变和创造性思维能力。

由于本书编写时间紧迫和编者水平所限,不妥之处,祈望读者不吝赐教。

编 者

2002年3月

# 目 录

发散 · 收敛 · 整合

初三数学

## 第一篇 代 数

|     |                    |
|-----|--------------------|
| 1   | <b>第十二章 一元二次方程</b> |
| 1   | 基础知识指要             |
| 4   | 重点难点剖析             |
| 6   | 中考破误捷径             |
| 10  | 敛散思维导练             |
| 10  | 一、一元二次方程           |
| 27  | 二、可化为一元二次方程的分式方程   |
| 37  | 三、简单的二元二次方程组       |
| 43  | 知识整合实践             |
| 48  | 提高能力测试             |
| 51  | <b>第十三章 函数及图象</b>  |
| 51  | 基础知识指要             |
| 53  | 重点难点剖析             |
| 56  | 中考破误捷径             |
| 59  | 敛散思维导练             |
| 59  | 一、平面直角坐标系及函数       |
| 67  | 二、一次函数及其图象和性质      |
| 83  | 三、二次函数、反比例函数       |
| 116 | 知识整合实践             |
| 125 | 提高能力测试             |
| 130 | <b>第十四章 统计初步</b>   |
| 130 | 基础知识指要             |
| 132 | 重点难点剖析             |



|     |              |
|-----|--------------|
| 133 | 中考破误捷径       |
| 135 | 敛散思维导练       |
| 135 | 一、平均数、众数与中位数 |
| 147 | 二、方差与频率分布    |
| 159 | 知识整合实践       |
| 163 | 提高能力测试       |

## 167 第二篇 几 何

### 167 第六章 解直角三角形

|     |          |
|-----|----------|
| 167 | 基础知识指要   |
| 169 | 重点难点剖析   |
| 170 | 中考破误捷径   |
| 173 | 敛散思维导练   |
| 173 | 一、锐角三角函数 |
| 181 | 二、解直角三角形 |
| 200 | 知识整合实践   |
| 205 | 提高能力测试   |

### 208 第七章 圆

|     |             |
|-----|-------------|
| 208 | 基础知识指要      |
| 212 | 重点难点剖析      |
| 214 | 中考破误捷径      |
| 218 | 敛散思维导练      |
| 218 | 一、圆的有关性质    |
| 237 | 二、直线和圆的位置关系 |
| 261 | 三、圆与圆的位置关系  |

279 四、正多边形和圆

298 知识整合实践

306 提高能力测试

310 第一学期期末综合测试

313 第二学期期末综合测试

317 参考答案

# 第一篇 代数

## 第十二章 一元二次方程



### 基础知识指要

本章的主要内容有：一元二次方程的解法及其应用，根的判别式及根与系数的关系，可化为一元二次方程的分式方程的解法，简单的二元二次方程组的解法，以及由上述内容反映出来的消元、降次等数学思维规律及方法。

本章安排一定数量的正向收敛、多向发散、组合发散题。正向收敛在一定的范围内对学生进行方向性、逻辑性、条理性的训练，多向发散通过进行一题多解、一题多变、一题多得的训练，使学生的思维具有流畅性、灵活性和独创性组合发散可拾零为整，注意整体构思，可发挥整体功能。本章以上内容为中心展开收敛思维与发散思维训练。现就如下基础知识指明要点。

#### 一、一元二次方程的概念及其解法

##### 1. 整式方程

方程的两边都是关于未知数的整式，这样的方程叫做整式方程。

##### 2. 一元二次方程

只含有一个未知数，并且未知数最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程。

关于 $x$ 的一元二次方程的一般形式为： $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，其中 $ax^2$ 叫做二次项， $a$ 叫做二次项系数； $bx$ 叫做一次项， $b$ 叫做一次项系数； $c$ 叫做常数项。 $b, c$ 可以是任意实数， $a$ 是不等于零的实数。

##### 3. 一元二次方程的解法

(1) 直接开平方法 用直接开平方求解一元二次方程的方法叫做直接开平方法。用直接开平方法解形如 $(x - a)^2 = b (b \geq 0)$ 的方程，得解为 $x = \pm \sqrt{b} + a$ 。

(2)配方法 把方程整理成  $ax^2 + bx = -c$  ( $a \neq 0$ ) 的形式,并用二次项系数去除方程的各项,得  $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$ .

在方程两边各加上一次项系数一半的平方:  $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ , 使得方程的左边成为一个二项式的完全平方:  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ , 只要方程右边是非负数,就可用直接开平方法求出方程的根.

(3)公式法 把一元二次方程化成一般形式,然后把各项系数  $a, b, c$  的值代入求根公式  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ( $b^2 - 4ac \geq 0$ ) 就可以求得方程的根,这种解一元二次方程的方法叫做公式法.

(4)因式分解法 把方程变形为一边是零,把另一边的二次三项式分解成两个一次因式的积的形式,让两个一次因式分别等于零,得到两个一元一次方程,解这两个一元一次方程所得到的根,就是原方程的两个根.这种解一元二次方程的方法叫做因式分解法.

#### 4. 一元二次方程根的判别式

$b^2 - 4ac$  叫做一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式,用符号“ $\Delta$ ”表示.

(1)当  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  时,方程有两个不相等的实数根;

(2)当  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时,方程有两个相等的实数根,即  $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ ; (以上两种情况综合为当  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$  时方程有实根.)

(3)当  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  时,方程没有实数根.

上述命题的逆命题也是正确的:

一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 若有两个不相等的实数根,必有  $\Delta > 0$ ; 若有两个相等的实数根,必有  $\Delta = 0$  (若有实数根,必有  $\Delta \geq 0$ ); 若没有实数根,必有  $\Delta < 0$ .

#### 5. 一元二次方程的根与系数的关系(即韦达定理)

设方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根为  $x_1, x_2$ , 那么  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ .

韦达定理的逆命题也是正确的,即如果:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ,  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ , 那么  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根.

#### 6. 二次三项式的因式分解

分解二次三项式  $ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的因式时, 先求出一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根  $x_1, x_2$ , 然后写成  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ . 这里特别要注意: 在书写答案时, 不要漏写二次项系数  $a$ .

## 二、可化为一元二次方程的方程

### 1. 分式方程

分母中含有未知数的方程叫做分式方程. 本节研究可化为一元二次方程的分式方程.

把分式方程化为整式方程, 通常用各分式的最简公分母去乘方程的两边, 约去分母, 使之成为整式方程; 有时也可根据某些方程的特点, 采用换元法, 把分式方程化成整式方程去求解. 分式方程必须要验根. 检验增根的方法一般是将变形后所得整式方程的根代入原方程各分式的分母 (或代入最简公分母) 中去, 如果使分母为零的, 就是增根; 如果不使分母为零的, 就是原方程的根.

### 2. 简单的高次方程

未知数的最高次数大于 2 的一元方程, 称做一元高次方程. 高次方程解法的基本思想是降次, 而降次的基本方法是因式分解和换元.

## 三、简单的二元二次方程组

### 1. 二元二次方程

含有两个未知数, 且含有未知数的项的最高次数是 2 的整式方程, 叫做二元二次方程. 它的一般式是  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$  ( $a, b, c$  不全为零),  $ax^2, bxy, cy^2$  是二次项,  $dx, ey$  是一次项,  $f$  是常数项.

### 2. 简单的二元二次方程组

(1) 由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组: 一般用代入法解.

(2) 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组:

一般先分解可化为两个二元一次方程的方程, 使它们分别与另一个二元二次方程组成两个方程组, 然后分别解之.

### 3. 简单二元二次方程组的解法

解简单二元二次方程组的基本思想是消元和降次, 消元、降次常用的方法有: 代入消元法、加减消元法、因式分解法、换元法等, 从而使之转化为一元二次方程或二元一次方程组, 进而求得原方程组的解.

## 四、列一元二次方程解应用题的一般步骤

(1) 审题; (2) 设未知数; (3) 列方程 (组); (4) 解方程 (组); (5) 检验, 书写答案.



## 重点难点剖析

本章把一元二次方程判别式,根与系数的关系及解方程的四个基本方法紧密地结合起来,可解决一系列关于方程的求根、求值、化简、证明等初等数学问题.

本章重点是一元二次方程的解法,分式方程,列方程解应用题.

本章难点是配方法解一元二次方程,一元二次方程的应用,分式方程的验根问题,简单二元二次方程组的解法.

为了掌握重点,突破难点,点拨思路,揭示规律,熟练技巧,培养综合运用所学知识的能力,提高分析问题、解决问题的能力,我们必须注意以下问题:

### 一、关于一元二次方程的若干问题

1. 解一元二次方程的基本思想方法是通过“降次”,将它转化为两个一元一次方程

一元二次方程的四种解法中开平方是最基本的方法,配方与求根公式法是最重要的方法,因式分解法是简便的常用方法,解某些特殊的方程用配方法和因式分解法比较简便.

### 2. 应用根的判别式定理解有关问题

(1)不解方程,判别方程的根的性质.

利用判别式  $\Delta = b^2 - 4ac$  判别方程有没有实根,如果有实根,实根是否相等,即  $b^2 - 4ac > 0$  时,方程有两不等实根;

$b^2 - 4ac = 0$  时,方程有两相等实根;

$b^2 - 4ac < 0$  时,方程没有实根.

(2)根据方程的根的性质,确定方程中字母系数的取值范围.

①判别式定理的逆定理 实系数一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ , 如果有两个不相等的实数根,则  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ;

如果有两个相等的实数根,则  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ;

如果没有实数根,则  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ .

②利用判别式定理的逆定理,根据方程根的性质,求出字母系数的取值范围.

③注意二次项系数不为零是方程有两个实根的前提.

(3)判断二次三项式是否是完全平方式.

当  $a \neq 0$ , 且  $b^2 - 4ac = 0$  时,则  $ax^2 + bx + c$  就是一个完全平方式.

### 3. 韦达定理的应用

(1)检验方程的根是否正确.

(2)已知二次方程的一个根,可求出方程的另一个根或方程中字母系数的值.

(3) 已知一元二次方程的两根或已知两根的和与两根的积, 作此方程.

(4) 利用韦达定理求一元二次方程根的代数式的值.

(5) 不解方程, 判别根的性质和符号.

① 因为两根  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ , 故可利用  $\frac{c}{a}$  判别两实根的符号是否相同及是否有根等于零. 即

$\frac{c}{a} > 0$  时, 两实根同号;

$\frac{c}{a} < 0$  时, 两实根异号;

$\frac{c}{a} = 0$  时, 至少有一个根等于零.

② 因为  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ , 故可利用  $-\frac{b}{a}$  判别绝对值较大的根是正还是负或者两根绝对值相等. 即

$-\frac{b}{a} > 0$  时, 绝对值较大的根是正根;

$-\frac{b}{a} < 0$  时, 负根的绝对值较大的根是负根;

$-\frac{b}{a} = 0$ , 两根的绝对值相等.

#### 4. 一元二次方程特殊根的运用

(1) 设一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个实根  $x_1, x_2$ , 如果  $a + b + c = 0$ , 则  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$ ; 反之, 如果  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$ , 则  $a + b + c = 0$ .

(2) 设一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个实根  $x_1, x_2$ , 如果  $a - b + c = 0$ , 则  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$ ; 反之, 如果  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$ , 则  $a - b + c = 0$ .

#### 5. 一元二次方程两根差的绝对值的应用

如果  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的两个根, 那么其差的绝对值:  $|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$ .

#### 6. 两个一元二次方程只有一个公共根

(1) 设公共根为  $a$ , 则  $a$  同时满足这两个一元二次方程;

(2) 用加减法消去  $x^2$  的项, 求出公共根或公共根的有关表达式;

(3) 把公共根代入原方程中的任何一个方程, 就可以求出字母系数的值或字母系数之间的关系式.

7. 两个一元二次方程有两个根互为相反数

方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  与方程  $ax^2 - bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个根互为相反数, 因此, 要使一个一元二次方程的根改变符号, 只需将这个方程的一次项系数改变符号.

8. 两个方程有两个根互为倒数或互为负倒数

方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  和  $cx^2 + bx + a = 0 (a \neq 0, c \neq 0)$  的两个根分别互为倒数. 因此, 要使一个一元二次方程的根变为原来各根的倒数, 只需将这个方程的二次项系数与常数项互换.

二、关于分式方程问题

1. 掌握去分母或换元法求分式方程的解.

2. 分式方程产生增根的原因是分母为零, 应掌握验根的方法.

3. 能列出可化为一元二次方程的分式方程解有关应用问题.

三、简单的二元二次方程组的解法

1. 用代入消元法解由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组.

2. 用韦达定理解形如  $\begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases}$  的二元二次方程组, 可将其转化为求方程  $z^2 -$

$az + b = 0$  的两个根.

3. 用因式分解法解由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组.

四、列方程解应用题问题

1. 审题要弄清已知量和未知量, 问题中的等量关系;

2. 设元有直接设元和间接设元, 一般是根据列方程解题是否简便而进行选择;

3. 列方程(组)时, 方程两边的量要相等, 方程两边代数式的单位要相同, 一般所设元的个数应与所列方程的个数是相同的;

4. 检验包括判断是否是方程的解和是否符合题意两个方面;

5. 掌握解应用题中的等量关系, 如匀速行程: 路程 = 速度  $\times$  时间; 工程问题; 航行问题; 混合物问题; 增长率问题; 十进制整数问题. 分析其中的等量关系, 可以采用列式法、线段图示法、列表法.



中考破题捷徑

本章内容应避免如下误区, 方可步入捷径.



## 1. 概念误区:

(1) 对一元二次方程的概念理解不清, 判定一元二次方程时, 往往忽略“ $a \neq 0$ ”的条件;

(2) 写出二次项系数、一次项系数和常数项时, 往往丢掉它们的符号.

## 2. 审题误区:

(1) 用因式分解法解一元二次方程容易忽略先使方程右边为 0 的要求.

(2) 用直接开平方法解方程  $(ax - b)^2 = c (c \geq 0)$ , 开平方后应取  $\pm \sqrt{c}$ , 往往只取  $\sqrt{c}$ .

(3) 用配方法解方程往往忽略先把二次项系数化为 1, 再把方程的两边加上一次项系数一半的平方.

## 3. 运算误区:

(1) 解一元二次方程时, 往往把方程两边同除以含有  $x$  的代数式, 破坏了方程的同解性, 导致遗根.

(2) 解可化为一元二次方程的分式方程时, 往往把方程两边同乘以含有  $x$  的代数式, 导致增根.

## 4. 结论误区:

列方程解应用题除了审题不清、误解题意外, 往往解方程后未经检验, 就忙于作答, 导致答案错误.

## 例 1 选择题

若方程  $(k+1)x^2 - 2kx + k - 5 = 0$  有两个不相等的实根, 则  $k$  的取值为 ( )

(A)  $k \geq -\frac{5}{4}$

(B)  $k \leq -\frac{5}{4}$

(C)  $k > -\frac{5}{4}$

(D)  $k > -\frac{5}{4}$  且  $k \neq -1$

分析 用直接推算法.

解 由判别式  $\Delta = (-2k)^2 - 4(k+1)(k-5) > 0$  且二次项系数  $k+1 \neq 0$ , 因此解得  $k > -\frac{5}{4}$  且  $k \neq -1$ , 故本题应选 (D).

错解 选 (C).

错解分析 选 (C) 错的原因是忽视了前提条件: 首先方程必是一元二次方程, 即二次项系数不为 0, 审题不清.

例 2 用配方法将  $2x^2 - 6x + 1$  化成  $(x+a)^2 = b (b \geq 0)$  的形式.

解  $2x^2 - 6x + 1 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{1}{2}\right)$