

TONG XIN YU XIN XI GONG CHENG ZHONG

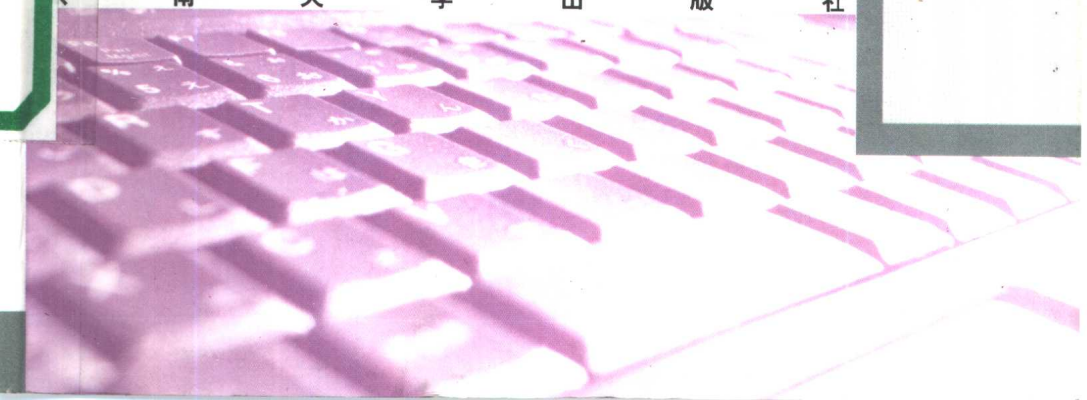
# 通信与信息工程中

DE SUI JI GUO CHENG

4  
陈

明 / 编 著

南 大 学 出 版 社



**图书在版编目 ( CIP ) 数据**

通信与信息工程中的随机过程 / 陈明编著. — 南京:  
东南大学出版社, 2001. 8

ISBN 7-81050-758-3

I. 通… II. 陈… III. ①通信工程 — 随机过程  
②信息技术 — 随机过程 IV. TN911.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 054206 号

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编 210096)

出版人: 宋增民

江苏省新华书店经销 南京五四印刷厂印刷

开本: 850mm×1168mm 1/32 印张: 13.00 字数: 314 千字

2001 年 8 月第 1 版 2001 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1 - 3000 定价: 18.80 元

(凡因印装质量问题, 可直接向发行科调换. 电话: 025-3792327)

# 序

20 世纪末至 21 世纪初通信与信息系统以前所未有的速度迅猛发展,它帮助我们跨越时空,高速高效地传递和处理各类信息,人们的工作方式和生活方式正在因此而发生变化。但是,与社会进步和人们日益增长的需求相比,现在的系统还远非完善。建立高速度、大容量、安全可靠、高智能化、无处不在的信息系统乃是今天通信与信息工程专业人员的奋斗目标。

按其自然特征,信息流和携带信息流的各种信号都是非确定性过程,或称随机过程。妨碍信息流在系统中正常流通的各种干扰因素也是随机过程。若要对通信和信息系统进行改造或设计高性能的系统,必须对随机过程的本质特征和它通过各种物理系统时发生的变化有深入的了解。因此,世界各著名大学和我国一些重点大学都对有关专业的学生开设随机过程课程。我国一些重点大学还将随机过程定为博士研究生入学的考试科目。

本书作者陈明博士曾多次在东南大学无线电工程系为通信与信息系统专业的硕士研究生讲授该专业的随机数学基础课——随机过程。本书是他在此教学经验的基础上,结合他在校移动通信国家重点实验室从事科研工作的丰富经验,几经修订而完成的佳作。书中除了讲述随机过程和随机过程通过线性与非线性系统的基本概念、基本理论外,还介绍生灭过程和排队论的基本知识。这对分析研究现代通信网是十分有用的。

本书以解决工程技术问题为背景,以严谨而易懂的方式向读者介绍必需的基础知识,可供通信与信息系统专业的研究生和高年级

本科生用作教学参考书，也可供通信与信息系统的研发人员和其他相关专业的技术人员使用。

感谢 Nokia 公司为本书出版提供赞助。

**程时昕**

2001 年 7 月于南京

# 前 言

在被人们称为信息时代的今天,通信与信息技术的发展日新月异。通信系统的换代更新,使得系统的容量越来越大,信息传输的速率越来越高,被传输的信息种类越来越丰富。推动这个发展趋势的市场动力,是人们所要处理或传输的信息的种类越来越多、信息业务需求量越来越大。通信与信息技术的发展,正朝着任何人在任何时间和任何地点实现与任何人进行任何种类的信息交换的个人通信的最高目标迈进。

我们知道,通信与信息工程的发展首先依赖的是通信与信息技术理论的不断发展和完善。而在通信与信息工程的技术理论体系中,概率论和随机过程等随机数学理论又是整个体系的一块非常重要的理论基石。因此,对于这一领域研究的工作者来说,掌握一定的概率论和随机过程的基础理论是非常重要的。

本书介绍了通信与信息工程这一领域所涉及的概率和随机过程的基础知识,主要包括概率和随机过程基本概念的介绍、随机过程的线性和非线性变换、随机信号分析基础、Markov链和排队论初步。本书的编写假设读者具有高等数学及初步的信号与系统理论的基础知识。

本书第1章简要介绍了通信与信息工程中所遇到的概率与随机模型,并简述了本书后续各章的内容,意在阐明本书内容为通信与信息工程领域的研究所必需。

第2章在介绍概率空间的基础上,尝试从一个统一的数学范畴——随机对象的角度介绍了随机变量、随机向量和随机过程,并揭

示了这三种随机对象所描述的随机现象的差别及内在联系,使没有概率论基础的读者能够较为轻松地掌握概率论的要素,并对随机过程的概念有一个清晰的掌握。

第3章介绍了在通信与信息工程中常见的随机过程的基本类型,意在使读者增加对随机过程的感性认识,并了解常见的描述一个随机过程的基本角度:概率密度函数描述、记忆特性描述、统计平稳性描述。本章可以使读者熟悉在通信与信息工程中常见的随机过程,如正态随机过程、纯粹独立随机过程、二项计数过程、Poisson过程、Wiener过程、Markov过程等等。

第4章介绍了随机过程通过线性和无记忆非线性系统的性质。为了得到随机过程通过线性系统的数学表示,介绍了随机过程微积分的概念。本章还介绍了二阶过程的一个和二阶矩等价的频域描述概念——功率谱密度。讨论了线性系统的输入过程和输出过程的均值、自相关函数、功率谱密度等统计特性的关系,还简要讨论了输入过程和输出过程的概率密度函数之间的关系。最后,介绍了随机过程通过无记忆非线性系统的常见处理办法。

第5章介绍了随机信号分析的基础知识。正交分解可以使我们在一组具有特殊意义的基函数上,将随机信号在这些基上进行分解,从而更好地刻画一个随机信号;随机信号的带宽概念可以使我们较好地信号的频域描述一个随机信号。本章还讨论了通信与信息工程中最基本的带限随机信号和带通随机信号的性质,及从频域定义的噪声模型,介绍了随机信号的极大似然检测和均方滤波问题,这是通信与信息系统中最基本的信号检测和波形估计问题。

考虑到Markov链理论和排队论在迅猛发展的通信网络理论中有着重要而深刻的应用,在第6章和第7章介绍了这方面的有关基

基础知识。第6章主要介绍了离散时间和连续时间 Markov 链及生死过程的基本理论,在此基础上介绍了第7章排队论的基础知识,主要介绍了最简单的  $M/M/1$ 、 $M/M/c$ 、 $M/M/c/K$ 、 $M/G/1$  等排队模型,讨论了这些排队模型的基本性质。通过这两章的学习可使读者具备基本的从事通信网络相关领域科研能力。

第8章介绍了随机过程的一些基本的计算机方法,如具有任意概率分布的随机变量的计算机生成,在实际问题中如何估计随机过程的均值和自相关函数及功率谱密度等,以便为读者用计算机仿真的方法从事通信与信息系统的科学研究提供基础的准备。

本书是笔者在东南大学无线电工程系的硕士研究生学位课程《随机过程》的教学中,结合在东南大学移动通信国家重点实验室从事通信与信息工程领域的科研经验,经三次修订而编成。编写本书的初衷是想为通信与信息工程领域的研究生提供一本良好的培养随机数学基础的教材。指导思想是以通信与信息工程中所需要的随机数学基础作为知识要点,以通信与信息工程中所遇到的基本问题和背景作为范例,试图用简洁而易懂的方式将最基本、最必需的知识框架以清楚而严格的方式介绍给读者。当然,这样的教材对通信与信息工程领域的科研工作者来说,也应该具有一定的参考价值。

虽经三次修订,但由于时间仓促,书中疏漏和错误仍在所难免,恳请读者不吝斧正。

感谢芬兰 Nokia 移动通信公司为本书的出版提供了资助,并感谢芬兰 Nokia 移动通信公司的高级研究员 Jorma. Lilliberg 和王海峰博士使得该项资助成为可能,他们也为本书的编写提供了很好的参考资料;感谢东南大学移动通信国家重点试验室主任程时昕

教授，他为本书作了序，并且在平时的科研工作中给了我极大的帮助；同时还要感谢移动通信国家重点实验室的尤肖虎教授、赵春明教授、曹秀英教授、沈连丰教授对我工作上的帮助和支持，整个移动通信国家重点实验室的团结向上的精神给了我工作的快乐和兴趣；感谢同室的蒋朱成老师带给我的许多难忘的快乐和友情；感谢无线电工程系历届学习该课程的硕士研究生，他们为本书提出了许多建议；最后，感谢本室的硕士研究生张辉和张文飞，他们帮助校对了本书的全部草稿。

**陈明**

2001年4月于南京

感谢芬兰 Nokia 移动电话公司  
对本书出版的资助

Thanks to Nokia Mobile Phone of Finland  
for the Sponsorship to the Publication

# 目 录

|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| <b>第1章 通信与信息工程中的随机过程</b> | <b>1</b>  |
| 1.1 自然界中的随机现象            | 1         |
| 1.2 随机现象的数学模型            | 3         |
| 1.3 通信和信息工程中的随机对象        | 5         |
| 1.3.1 信源和随机信号            | 5         |
| 1.3.2 信道模型               | 6         |
| 1.3.3 信号的传输和接收           | 7         |
| 1.3.4 排队模型               | 8         |
| 1.4 全书内容简介               | 9         |
| 1.5 本章概要和习题              | 11        |
| <b>第2章 随机对象</b>          | <b>13</b> |
| 2.1 概率空间                 | 13        |
| 2.1.1 随机试验和样本空间          | 13        |
| 2.1.2 事件和 Borel 集        | 15        |
| 2.1.3 概率空间               | 16        |
| 2.1.4 条件概率和事件的独立         | 20        |
| 2.1.5 全概率公式和 Bayes 公式    | 21        |
| 2.2 随机对象                 | 23        |
| 2.2.1 随机变量               | 25        |
| 2.2.2 随机向量               | 33        |
| 2.2.3 随机过程               | 43        |

|            |                  |           |
|------------|------------------|-----------|
| 2.2.4      | 随机对象的特征函数        | 49        |
| 2.3        | 随机对象的矩描述         | 53        |
| 2.3.1      | 随机对象的期望运算        | 53        |
| 2.3.2      | 随机变量的矩           | 56        |
| 2.3.3      | 复随机变量的矩          | 57        |
| 2.3.4      | 随机向量的矩           | 58        |
| 2.3.5      | 实随机过程的矩函数        | 60        |
| 2.3.6      | 复随机过程的矩函数        | 64        |
| 2.4        | 本章概要和习题          | 66        |
| <b>第3章</b> | <b>随机过程的基本类型</b> | <b>75</b> |
| 3.1        | 随机过程的分类          | 75        |
| 3.2        | 正态随机过程           | 76        |
| 3.2.1      | 正态随机变量           | 77        |
| 3.2.2      | 正态随机向量           | 80        |
| 3.2.3      | 正态随机过程           | 82        |
| 3.3        | 记忆特性随机过程         | 84        |
| 3.3.1      | 纯粹独立随机过程         | 84        |
| 3.3.2      | 独立增量随机过程         | 85        |
| 3.3.3      | 离散时间独立增量过程之例     | 87        |
| 3.3.4      | 连续时间独立增量过程之例     | 90        |
| 3.3.5      | Markov 随机过程      | 101       |
| 3.4        | 平稳随机过程           | 105       |
| 3.4.1      | 严平稳过程            | 105       |
| 3.4.2      | 宽平稳过程            | 107       |

|            |                       |            |
|------------|-----------------------|------------|
| 3.5        | 本章概要和习题               | 112        |
| <b>第4章</b> | <b>随机信号通过线性和非线性系统</b> | <b>119</b> |
| 4.1        | 随机信号通过线性系统的表示         | 119        |
| 4.1.1      | 随机变量的无穷和              | 119        |
| 4.1.2      | 随机序列通过离散时间线性系统的表示     | 123        |
| 4.1.3      | 连续时间随机过程的微积分          | 125        |
| 4.1.4      | 随机过程通过连续时间线性系统的表示     | 132        |
| 4.1.5      | 由差分方程和微分方程定义的线性系统     | 134        |
| 4.2        | 随机信号的功率谱密度            | 142        |
| 4.2.1      | 连续时间随机信号的功率谱密度        | 142        |
| 4.2.2      | 离散时间随机信号的功率谱密度        | 148        |
| 4.3        | 随机信号通过线性系统的统计性质       | 151        |
| 4.3.1      | 连续时间系统的输入和输出二阶矩性质     | 151        |
| 4.3.2      | 离散时间系统的输入和输出二阶矩性质     | 158        |
| 4.3.3      | 线性系统输入和输出的概率性质        | 162        |
| 4.4        | 随机信号通过非线性系统简介         | 164        |
| 4.4.1      | 随机变量的无记忆变换            | 164        |
| 4.4.2      | 随机向量的无记忆变换            | 167        |
| 4.4.3      | 随机过程的无记忆变换            | 171        |
| 4.5        | 本章概要和习题               | 178        |
| <b>第5章</b> | <b>随机信号分析基础</b>       | <b>187</b> |
| 5.1        | 随机信号的正交分解             | 187        |
| 5.1.1      | 正交分解和随机信号的表示          | 187        |
| 5.1.2      | 随机信号的 Fourier 正交分解    | 190        |

|            |                                     |            |
|------------|-------------------------------------|------------|
| 5.1.3      | 随机信号的 Karhunen-Loève 正交分解 . . . . . | 194        |
| 5.2        | 常见随机信号的性质 . . . . .                 | 200        |
| 5.2.1      | 随机信号的带宽 . . . . .                   | 200        |
| 5.2.2      | 带限随机信号 . . . . .                    | 203        |
| 5.2.3      | 带通随机信号 . . . . .                    | 208        |
| 5.2.4      | 带限随机信号的调制 . . . . .                 | 217        |
| 5.3        | 随机信号的检测 . . . . .                   | 218        |
| 5.3.1      | 统计判决理论 . . . . .                    | 218        |
| 5.3.2      | 确定波形的检测 . . . . .                   | 222        |
| 5.3.3      | 离散随机信号的检测 . . . . .                 | 226        |
| 5.4        | 随机信号的均方滤波 . . . . .                 | 230        |
| 5.4.1      | 白化滤波器及其物理可实现性 . . . . .             | 231        |
| 5.4.2      | 连续时间过程的均方滤波 . . . . .               | 235        |
| 5.4.3      | 离散时间过程的均方滤波 . . . . .               | 241        |
| 5.5        | 本章概要和习题 . . . . .                   | 246        |
| <b>第6章</b> | <b>Markov 链</b>                     | <b>253</b> |
| 6.1        | 离散时间 Markov 链 . . . . .             | 253        |
| 6.2        | 离散时间 Markov 链的状态分类 . . . . .        | 258        |
| 6.2.1      | 状态的互达 . . . . .                     | 258        |
| 6.2.2      | 状态的常返和瞬过 . . . . .                  | 260        |
| 6.2.3      | 状态空间的分解 . . . . .                   | 268        |
| 6.2.4      | 状态的周期 . . . . .                     | 272        |
| 6.2.5      | 状态的遍历 . . . . .                     | 274        |
| 6.3        | 连续时间 Markov 链 . . . . .             | 277        |

|            |                           |            |
|------------|---------------------------|------------|
| 6.3.1      | 状态停留时间 . . . . .          | 279        |
| 6.3.2      | 状态微分方程 . . . . .          | 280        |
| 6.4        | 生灭过程 . . . . .            | 285        |
| 6.4.1      | 生灭过程的暂态解 . . . . .        | 285        |
| 6.4.2      | 生灭过程的稳态解和状态转移率图 . . . . . | 290        |
| 6.4.3      | 有限状态的生灭过程 . . . . .       | 293        |
| 6.5        | 嵌入 Markov 链 . . . . .     | 297        |
| 6.6        | 本章概要和习题 . . . . .         | 299        |
| <b>第7章</b> | <b>排队论初步</b>              | <b>307</b> |
| 7.1        | 排队系统的基本要素 . . . . .       | 307        |
| 7.2        | Little 公式 . . . . .       | 310        |
| 7.3        | M/M/1 排队系统 . . . . .      | 313        |
| 7.3.1      | 暂态解 . . . . .             | 314        |
| 7.3.2      | 稳态解 . . . . .             | 314        |
| 7.3.3      | 稳态解的等待时间 . . . . .        | 316        |
| 7.3.4      | 闲期和忙期 . . . . .           | 318        |
| 7.3.5      | M/M/1/K 排队系统 . . . . .    | 322        |
| 7.4        | M/M/c 排队系统 . . . . .      | 324        |
| 7.4.1      | 稳态解 . . . . .             | 326        |
| 7.4.2      | M/M/c 排队系统的等待时间 . . . . . | 328        |
| 7.4.3      | M/M/c/K 排队系统 . . . . .    | 329        |
| 7.5        | 有限顾客源排队系统 . . . . .       | 333        |
| 7.5.1      | 稳态解分析 . . . . .           | 334        |
| 7.5.2      | 到达顾客分布 . . . . .          | 335        |

|            |                                  |            |
|------------|----------------------------------|------------|
| 7.6        | M/G/1 排队系统 . . . . .             | 337        |
| 7.6.1      | 稳态解的嵌入 Markov 链分析 . . . . .      | 337        |
| 7.6.2      | 等待时间的概率分布 . . . . .              | 344        |
| 7.7        | 本章概要和习题 . . . . .                | 347        |
| <b>第8章</b> | <b>随机过程的计算机方法简介</b>              | <b>351</b> |
| 8.1        | 均匀分布随机变量的计算机生成 . . . . .         | 351        |
| 8.2        | 任意分布的随机变量的计算机生成 . . . . .        | 354        |
| 8.2.1      | 变换法 . . . . .                    | 354        |
| 8.2.2      | 拒绝法 (rejection method) . . . . . | 356        |
| 8.2.3      | 生成随机变量的函数 . . . . .              | 359        |
| 8.3        | 给定协相关矩阵的随机向量的生成 . . . . .        | 361        |
| 8.4        | 随机过程二阶矩的时间平均估计 . . . . .         | 364        |
| 8.5        | 具有任意功率谱密度的随机过程的生成 . . . . .      | 370        |
| 8.6        | 随机过程功率谱密度的估计 . . . . .           | 371        |
| 8.6.1      | 周期图估计 . . . . .                  | 371        |
| 8.6.2      | 平均周期图估计 . . . . .                | 374        |
| 8.7        | 随机过程的 Monte Carlo 方法 . . . . .   | 375        |
| 8.8        | 本章概要和习题 . . . . .                | 379        |
| <b>附录A</b> | <b>常用数学公式</b>                    | <b>381</b> |
| A.1        | 三角恒等式 . . . . .                  | 381        |
| A.2        | 不定积分 . . . . .                   | 381        |
| A.3        | 定积分 . . . . .                    | 382        |

|                             |            |
|-----------------------------|------------|
| <b>附录B 常见随机变量</b>           | <b>383</b> |
| B.1 离散型随机变量 . . . . .       | 383        |
| B.2 连续型随机变量 . . . . .       | 384        |
| <b>附录C Fourier 变换表</b>      | <b>387</b> |
| C.1 Fourier 变换的定义 . . . . . | 387        |
| C.2 Fourier 变换的性质 . . . . . | 387        |
| C.3 Fourier 变换对 . . . . .   | 387        |
| <b>参考文献</b>                 | <b>389</b> |
| <b>索 引</b>                  | <b>391</b> |

# 第1章 通信与信息工程中的随机过程

本章分析讨论：随机现象产生的原因；随机现象的三类数学模型，即随机变量、随机向量和随机过程；在通信和信息工程中主要遇到的随机现象；本书各章内容简介，及它们与通信和信息工程中随机现象和随机问题的对应。

## 1.1 自然界中的随机现象

在自然科学的研究中，人们常常遇到各种“随机现象”。如抛硬币，无法准确预测哪一面朝上；将来的某一天是否下雨；某机器的使用寿命；某天某个时刻的温度等等。

为什么会产生随机现象呢？让我们先来看一个例子。例如，我们可以在所要求的精度范围内准确预测人造卫星的轨道。然而，从绝对的角度来讲，人类永远无法绝对准确地预测人造卫星的准确的位置。这是因为人造卫星在运动过程中，受到大量的无法事先预测的来自于其他天体的微小扰动力的作用，使得卫星的实际位置总是和预测位置有微小的偏差，而这样的偏差在研究问题的精度范围内往往是无需加以考虑的。所以我们近似地认为这样的运动是确定性现象。它所表现的运动主要是地球和卫星之间的万有引力规律的反映，因为地球对卫星的引力和其他的微小扰动力相比，占据主导地位。我们所研究的任何一种“确定性现象”都是这样的情形。但是，当大量的人们无法准确预知的影响物质运动的因素处于均等的地位时，现象将表现出明显的不可预测的随机性。例如，液体中微小的花粉颗粒受到许多不可预测的热运动液体分子的作用，作不