

微电子学 ——集成元件—— 数学模型

Ю. П. 诺索夫 等著

魏同立 等译

江苏科学技术出版社

内 容 简 介

本书介绍了用于计算机辅助设计的双极型晶体管、MOS晶体管(包括新型器件)和集成电路的数学模型,阐述了模型原理、建立方法、各种模型与器件物理的关系以及各种模型参数的测量。此外,还指出各种模型的精度和应用范围。

本书内容全面系统,理论性强,可供半导体器件和集成电路设计的科技人员阅读,也可以作为高等院校有关专业的教学参考书。

Ю. Р. НОСОВ, К. О. ПЕТРОСЯНЦ, В. А. ШИЛИН
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ
ИНТЕГРАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

МОСКВА «СОВЕТСКОЕ РАДИО» 1976

微电子学集成元件数学模型

〔俄〕 Ю.Р. 诺索夫等著

魏同立 高中林 孙大有 译

出版、发行:江苏科学技术出版社

经 销:江苏省新华书店

印 刷:江苏新华印刷厂

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 10.375 插页 2 字数 231,000
1991 年 1 月第 1 版 1991 年 1 月第 1 次印刷
印数 1—1,000 册

ISBN 7—5345—1034—1

TN·27

定价:4.00 元

责任编辑 沃国强



导 论*

微电子学是电子技术的主要发展方向，它从根本上保证了现代无线电设备制造、计算技术和自动化等方面的发展。由于微电子学在大大缩小元件尺寸和重量的同时，保证了设备的高可靠性和低成本(通过采用一系列的先进加工技术)，同时也由于它本身利用了一切基础技术科学成就，从而得到了非常迅速的发展，这就使得它在现代科学技术革命中起着催化剂的作用。

没有集成电路理论、工艺、电路和系统技术基础等方面的配合和发展，微电子学的进展是不可能的。而微电子学的这“三大台柱”本身也必须具有与解决复杂任务相适应的必要的数学算法基础。现在大家公认，对于现代微电子学来说，只有以电子计算机为手段自动设计集成电路的方法才能称为这种基础。综括国内外研究和生产集成电路的经验，可以看出，如果没有对集成电路进行分析和综合的理论及数学方法的不断完善，那么，在发展工艺上所花费的力气就远远不能达到预期的效果^[2-4]。

计算机最低限度可以自动完成下列任务：

- 分析集成电路性能；
- 根据一定的质量标准优化系统参数；
- 集成元件在芯片上的配置以及制订内部连线图案；

* 略有删减——译者。

- 制作光刻掩模版；
- 控制集成电路生产工艺过程；
- 试验电路和检出电路废品；
- 制订电路工艺卡(工艺文件)。

在这些任务中使用电子计算机可以大大缩短集成电路设计时间，降低成本，同时也提高了它的设计精度和质量。如果不使用计算机，设计过程要包括很多试验加工周期，每一个周期都要进行拓扑校正，制作新的光刻掩模版，并要重复所有的工艺操作。这样，每一个周期至少要延续2~3个月的时间。如果用电子计算机设计时，则在电子计算机上，用模拟代替试验性加工周期，从而就排除了在电路计算、制订电路内部连线和光刻掩模版各工序中出现错误的可能性。

一般说来，如果不使用计算技术设备，要制造大规模集成电路是不可能的(某些最简单的情况除外)。

显然，集成电路自动设计系统的效果，取决于用什么样的晶体管、二极管和电阻的数学模型来作为原始数据。对模型的研究水平在很大程度上决定了计算的精度和可靠性，同时也决定了机器时间的消耗^[5]。因此，很显然，“集成电路计算和设计的中心问题之一，就是要建立电路有源元件和无源元件的数学模型”^[6]。

所谓数学模型可以理解为一个方程组(或者是其它某种数学描写)，它可以按照所要求的精度确定不同工作条件下的元件应有的性能。例如，晶体管的静态模型，就是由将器件在静态工作时的端电流和端电压联系起来的方程组来描写。

集成元件的数学模型，按其原始参数系统的不同可分为：电学模型，物理-拓扑模型和工艺模型。在电学模型中，其原始参数是电学参数(放大系数，跨导，阻抗等)；在物理-拓扑

模型中,则是几何尺寸和电物理特性(基区宽度,发射极尺寸,杂质分布,迁移率等);在工艺模型中,则是制造元件时所采用的工艺操作参数(扩散时间和温度,扩散杂质剂量等)。

每一种模型都有它自己的应用范围。在计算分立元件电子线路时,适于采用电学模型,因为在设计这种电路时,设计者掌握有现成的晶体管、电阻、电容,而这些元件的参数可以由外部电学测量或者根据手册来确定。在这种场合,采用工艺模型就是荒唐的了。

在设计单块集成电路时,最适于采用物理-拓扑模型和电学模型。在第一阶段计算元件的电学参数时,使用物理-拓扑模型,而在计算整个集成电路性能时,则使用电学模型(其初始参数已在第一阶段确定)。另外一个事实也很重要,那就是单块集成电路的所有元件都是在同一的工艺过程中制作的,因此,在设计时不容许个别元件的某些参数自由变动。例如,制作在同一芯片上的所有双极晶体管的杂质分布必须是相同的。

对于控制工艺过程的自动化系统,看来,最好使用工艺模型。

在设计大规模集成电路或者以集成电路为基础的各种系统时,由于大量的计算时耗,在模拟过程中很难或者不可能采用“元件方法”,因为按这种方法建立电路模型时,是以电路中所有元件:二极管、晶体管和电阻等的模型为基础。通常,系统是建立在标准电路:逻辑单元,触发器、移位寄存器等的基础之上的。因此,在模拟过程中,最好是把一个电路作为一个元件来考虑,例如,晶体管-晶体管逻辑(TTL)门电路,就以它来建立模型,其模型参数可以通过试验或者通过预先对逐个元件进行模拟来确定。这个趋向被称为“巨型化”,它

是大约在两年前出现的，而现在发展得很快。

元件的数学模型，还可以按其它一些特征分类：小信号大信号模型；在一定温度范围内的准确模型；考虑到元件参数因其老化或外界影响而发生变化的模型；等等。

广泛用于电子线路通用分析程序中的器件（主要是在分立情况下）电学模型，已经研究得十分充分^[7-9]，而在建立足够准确的和通用的物理-拓扑模型及工艺模型方面，目前也在进行着大量的工作。

关于这些问题的文献资料，主要见于在刊物上发表的一些文章，或者见于研究这种或那种集成电路专著中的个别章节。我们认为，有两种情况可以说明对于在集成电路元件数学模型方面的工作需要进行总结。

第一，集成电路（或总称为电子电路）的自动设计越来越普遍地被采用，而且实际上正在成为这一领域中的唯一手段。这就使得数学模型的“顾客”队伍也在不断地增加，并且，有许多工程技术人员正在发挥着科学工作者的作用。因此，把微电子学中最广泛使用的数学模型加以统一（即使是纯参考性的）是很有必要的。

第二，集成电路物理学和工艺学的发展，使得不断出现很多新型元件：其中有电荷耦合器件，离子注入式器件，使用新材料的器件，如齐纳二极管和砷化钾发光二极管。一些传统器件（如双极或单极晶体管），在采用了新的工艺操作后也发生了很大的变化。因此，有必要对国内外研究者所积累起来的经验进行总结，整理出集成电路元件数学模型的基本原理，就是说，要建立起一套在微电子学发展过程中一段相当长的时间内能够顺利使用的科学资料。

本书的任务就是对这些问题进行研究。

译 者 序

近些年来，计算机辅助设计已成为大规模集成电路设计的唯一手段。应用计算机辅助设计对电路进行计算和设计，其结果是否精确和可靠，固然取决于计算方法和计算机本身的性能，但在很大程度上还由电路元件的模型精度来决定。《微电子学集成元件数学模型》一书系统地分析了建立集成元件数学模型的基本原理和方法，详细地讨论了一维模型和二维模型据以建立的各种效应，明确地指出了各种模型的精度和应用范围。它既总结了已有的经验，但又不是简单的资料综合，而是一本自成系统的、理论性较强的专著。译者期望该书的翻译出版将对我国大规模集成电路的迅速发展有所裨益。但限于水平，译文的错误在所难免，切望读者指正。

南京工学院周鸮教授、简耀光教授曾对译稿的内容与文字作了审阅，在此谨致诚挚的谢意。

译 者

1988年9月于东南大学

目 录

导论	
第一章 建立半导体器件和集成电路元件数学模型的一般问题	1
1.1 对数学模型的要求 模型分类	1
1.2 原始方程	8
1.3 建立模型的方法	12
1.4 半导体器件结构中物理过程的等效电路	30
1.5 数字集成电路的宏观模型	41
第二章 双极型元件 物理-拓扑模型	44
2.1 一维模型	46
2.2 二维效应模拟	74
2.3 三维结构模拟	82
第三章 双极型元件 电学模型	95
3.1 晶体管小信号模型	96
3.2 大信号晶体管模型	113
3.3 其它双极型集成电路元件	161
3.4 晶体管模型参数的确定	176
第四章 绝缘栅单极晶体管(MOS晶体管)	197
4.1 MOS器件的基本方程	199
4.2 物理-拓扑模型	205
4.3 电学模型	257
4.4 小信号模型	264
4.5 二维分析	269
第五章 其它单极型器件	280
5.1 离子注入MOS晶体管	280
5.2 其它类型的MOS晶体管	297
5.3 电荷耦合器件	304
5.4 P-N结控制的单极晶体管(结型场效应晶体管)	319
参考文献	

第一章 建立半导体器件和集成电路 元件数学模型的一般问题

1.1 对数学模型的要求 模型分类

电子电路数学设计的已有经验表明，当采用足够精确的元件模型时，使用电子计算机最为有效^[1-3]，而当晶体管、二极管、电阻等模型的精度不够时，使用大容量机器对电路性能进行数值分析就不够有效。

根据机器设计的任务，“理想”元件的数学模型至少应满足下列要求：在较宽的电压、电流和温度范围内能足够精确地反映器件的性能；在器件参数和物理过程之间具有单值的对应关系（这一点在设计集成电路时特别重要，因为集成电路的原始数据就是元件的几何尺寸和材料的电物理参数）；能引入某些近似处理和简化，使其便于应用；能适用于电子计算机对电路进行分析（即数学模型能够转化为在电子计算机分析电路的通用程序中可以使用形式）。

上面所列的这些要求是相互矛盾的。事实上，依据半导体中载流子运动方程（连续方程、电流输运方程和泊松方程）所建立的模型，已能满足精度和相应的物理过程的要求。但是，这些模型是非常复杂的，因为它们要由偏微分方程来描写，而这些方程用数值法是很难求解的。若用计算机计算，则受到机器速度和存储容量的限制。此外，任何实际工艺过程所固有的原始参数值的统计离散性，会使这些模型失去高度的精确性。另一方面，若使用简化的数学模型，则同样会导

致模拟精度的降低。

设计者应根据所设计的电路种类(非线性的或线性的,低频的或高频的等等)来决定采用这种或那种数学模型.在分析非线性电路时,必须采用能够在较宽的电压和电流范围内描述器件性能的模型;对于小信号线性电路,则重要的是提高靠近工作点附近的模型精度;在高频电路中,器件本身的惰性作用和寄生因素的影响就显得突出了.当分析的电路是在外界条件(温度、光照、电磁场等)的变化下工作时,在器件模型和参数系统中,应该考虑所有这些起作用的外界因素的影响。

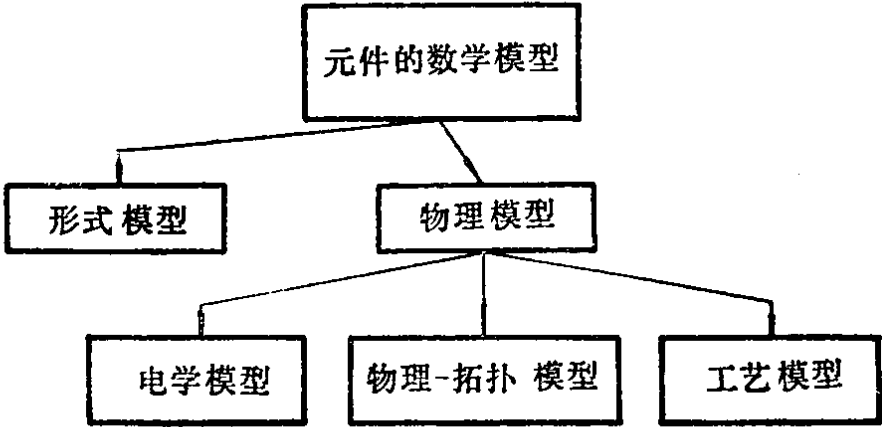


图 1-1 元件数学模型的分类

一般可以把模型分为两类：形式模型和物理模型，如图 1-1 所示。

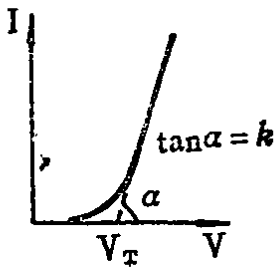


图 1-2 二极管伏-安特性分段线性函数近似(…………)

形式模型在下述情况下可作为器件特性的近似，即当器件工作的物理性能知道得不够充分或者对电路工作需要进行定性分析时。所选择的近似函数的未知系数，可从器件性能的外部电学测量中确定。例如，二极管的伏-安特性，可以近似为分段线性函数，如图 1-2 所示。

$$I = \begin{cases} 0 & \text{当 } V \leq V_T \\ k(V - V_T) & \text{当 } V > V_T \end{cases} \quad (1-1)$$

其中 I ——二极管电流，
 V ——外加电压，
 V_T ——阈电压，
 k ——常数。

通常，很精确的形式模型要求测量的参量很多，而且器件特性的近似仅适用于有限的工作区内。所以，一般在进行预先估算时使用形式模型。

物理模型在不同程度上反映了半导体器件的工作过程。它与形式模型不同，其模型方程是在器件工作原理的基础上推导出来的。

元件模型分类的主要标志（按集成电路研究者的观点），是原始参数系统的特性。正是这点使得模型可应用于电学、结构-拓扑和工艺设计等领域，因而可以把数学模型分为三种。

电学模型 在这种模型中，原始参数是从元件外部进行电学测量所得到的电学参数（晶体管放大系数、反向电流、P-N结电容等）。在大多数情况下，这些参数都应包含在器件的技术条件中（对于分立结构形式）。

物理-拓扑模型* 在这种模型中，原始参数是器件的几何尺寸和半导体的物理参数（原子杂质浓度及其与坐标的关系，非平衡少数载流子寿命，表面态密度，载流子迁移率等）。几何参数由光刻掩模图形（或者拓扑图形）以及外延、扩散层厚度决定；物理参数则从相应的电物理测量中得到。在大多数

* 在有些文献中，有时使用“结构”模型名称。按我们的看法，该名称没有完全反映事物的本质，而且在很多情况下还可能引起混乱——作者原注。

情况下，这一组参数将形成集成电路的结构图形。

工艺模型 在这种模型中，原始参数为工艺规范参数(扩散、外延的温度与时间，气体流量，扩散杂质源浓度，腐蚀液成分及腐蚀温度等)。这些参数用相应的工艺监控设备来确定。在工艺卡中给出了这些参数值的允许误差。

在电学模型中，所求的输出特性是元件引线的端电压和端电流。在物理-拓扑模型中，简化形式的输出特性是元件的电学参数(即电学模型的原始参数)，在一般情况下是引线的端电压和端电流。工艺模型可能有三级复杂程度：或者保证物理-拓扑参数计算的可能性；或者跳过这一级，保证器件参数计算的可能性；最后，或者在器件引线端确定电流和电压。通常使用第一级和第二级。

电学模型是从简化的物理原理中得到的，它仅考虑主要效应。这些数学模型的参数由电学测量确定。电学模型与形式模型的区别在于，电学模型的方程式或等效电路是在器件物理原理的基础上得到的，因此它的作用范围远比形式模型宽广。在简化理论中没有考虑到的物理效应，可以在模型中引入某些近似和形式系数反映出来。例如，从 P-N 结扩散理论知道，二极管的静态特性可由指数函数描写：

$$I = I_0 (e^{V/m\varphi_T} - 1) \quad (1-2)$$

其中 $\varphi_T = KT/q$ ——温度势；

K ——玻尔兹曼常数；

T ——绝对温度；

系数 m 表示器件的实际特性与理论值的偏差。

表达式 (1-2) 包含的 I_0 和 m 两个参数，可从二极管的伏-安特性测量中得到。 I_0 和 m 的测量值不仅反映出扩散电流的存在，而且也反映出 P-N 结产生-复合电流，以及漏泄电

流等(也就是扩散理论没有考虑到的效应)的影响。

在设计分立元件电路时广泛使用电学模型。自然,用一组电学参数描写已有的元件是比较方便的(例如,对于晶体管,以正向和反向电流放大系数、反向电流等表示)。这种模型同样适用于集成电路的计算。这时,其参数则从对专门的试验样品进行测量来确定,或者用物理-拓扑模型进行计算。

第二种类型是物理-拓扑模型。这种模型应该考虑影响器件工作的所有主要效应。因为它被用来设计半导体元件本身,而不是为了近似已经制造出来的器件特性。所以,一般说来,物理-拓扑模型要比电学模型复杂得多。例如,二极管物理-拓扑模型(一维静态小注入)的表达式为

$$I = \frac{b}{(1+b)^2} \cdot \frac{\varphi_T A}{L_D} \cdot \frac{\rho_b^2}{\rho_i^2} (eV_{P-N}/\varphi_T - 1) + \frac{qn_i d A}{\tau_n + \tau_p} (eV_{P-N}/2\varphi_T - 1), \quad (1-3a)$$

$$\begin{aligned} V &= V_{P-N} + IR_b, \\ R_b &= \rho_b W_b / A, \\ b &= \mu_n / \mu_p. \end{aligned} \quad (1-3b)$$

其中 μ_n 、 μ_p ——电子和空穴的迁移率;

τ_n 、 τ_p ——电子和空穴的寿命;

A ——P-N 结面积;

ρ_b 、 W_b ——基区电阻率和宽度;

ρ_i ——给定本征杂质浓度 n_i 的半导体电阻率;

d ——P-N 结宽度;

L_D ——扩散长度;

V_{P-N} ——P-N 结电压。

式(1-3a)和式(1-3b)比式(1-2)更精确地描写出二极管

的特性：扩散电流(指数为 φ_T 的指数项)，产生-复合电流(指数为 $2\varphi_T$)，基区电阻(1-3b)。作为描写这种模型——物理-拓扑模型——的基本特征参数有：几何尺寸 (A 、 W_b 、 d) 和电物理参数 (μ_n 、 μ_p 、 τ_n 、 τ_p 、 L_D 、 ρ_b 、 ρ_i)。若有必要，还可使用更复杂的二极管模型。这种复杂的模型考虑了 P-N 结杂质分布的影响以及表面载流子产生-复合等。物理-拓扑模型可用于研究分立器件，但更主要的是用来设计整体集成电路，因为在这个过程中，其本身就包含着对所有元件的研究。

实际上，在设计集成电路时，使用的往往是不同复杂程度的电学模型和物理-拓扑模型，以及它们的相互配合。例如，在制造双极型高频集成电路时，扩散条件是一定的，因而对于所有类型的电路都具有相同的杂质分布。所以，仅与杂质分布有关的晶体管模型的部分参数（如电流密度、P-N 结电容、放大系数等），适于在晶体管引线端用电学测量来确定。

与电学模型和物理-拓扑模型相比，工艺模型有某些独特之点。在这种模型中，原始参数为工艺过程参数。例如，双极型晶体管发射结和收集结的结深，可由下列工艺参数决定：扩散杂质源浓度、扩散温度、扩散时间等。由于工艺过程由很多因素决定，所以在建立工艺模型时，应该广泛地应用统计方法，以便找出主要因素。工艺模型不仅能用于电路分析，同时还可用以使制造半导体器件和集成电路的工艺规范最佳化，以及用来计算物理-拓扑模型的原始参数。

现在，对于这种模型的研究还仅仅处于最初开始阶段。到目前为止，还没有建立起一个关于晶体管端电压和端电流与制造工艺规范相联系的模型。实质上，现在通行的只是模拟

这种或那种的工艺操作，即建立某种“中间”模型。在这样的模型中，所求的是结构特性（外延层厚度、扩散杂质分布的形状等），而这些参数本身，进一步将成为物理-拓扑模型的原始参数。

数学模型又可分为静态的和动态的。静态模型反映外加控制电压不变时元件的静态特性，并不考虑其时间（过渡）特性。动态模型反映当控制信号随时间变化时发生在元件中的过渡过程。动态模型本身又分为低频模型和高频模型。低频模型一般用于控制信号的变化速度远远低于半导体元件本身所固有的惰性过程的弛豫时间。高频模型考虑到器体固有的惰性。此外，又分小信号模型和大信号模型。所谓小信号，是就每一种模型对象可以有自己独特的标准而言。一般说，对于半导体器件，如果作用信号的振幅不超过 φ_T 的值，就满足小信号条件。对于大信号模型，部分参数与电气状态有关，例如电流放大系数，P-N 结电容等。在小信号模型中，模型参数可以认为是常数，其大小等于在工作点处的自身值。

根据在器件中发生的过程与坐标数目的关系，数学模型可分为一维的、两维的和三维的。例如，在平面晶体管中，由于发射极电流在边缘区的集边效应，发生在基区的物理过程明显地表现出二维特性。

当提高电路的集成度时，元件的几何尺寸不断地缩小，所以元件模型必须利用两维的，甚至有时要利用三维的。

需要指出，关于所用模型的复杂程度和详细规定，与要解决的问题的类型有关。实际上，存在着精确程度不同的物理模型的次序，即电学模型，物理-拓扑模型和工艺模型，其中愈后面的模型愈精确，考虑的效应愈多。高速和大容量的

电子计算机的出现，使得采用更精确的模型成为可能，而这本身将导致提高设计半导体器件和集成电路的精确度和质量。

1.2 原始方程

半导体器件和集成电路元件的计算，在于选择具有所需要的电物理性质的半导体材料的原始参数、杂质分布参数、扩散区的几何尺寸和形状，以及在技术问题上满足电学特性要求的欧姆接触。

若有一种模型能够把器件的输出特性与其物理结构和拓扑参数联系起来，则计算任务就可以顺利地得到解决。

任意半导体器件中的物理过程，都可以用包括电子和空穴的连续方程、泊松方程等在内的方程组来描写。原始材料的常数 ϵ_s 、 ϵ_i ，电物理参数 n_i 、 μ_n 、 μ_p 、 τ_n 、 τ_p 等和杂质浓度 $N(x, y, z)$ ，都作为参量直接写入这个方程组中，扩散区和欧姆接触的几何尺寸与形状由边界条件来考虑。

对于一般的三维情况，向量形式的基本方程组可写为：

$$\partial n / \partial t = (1/q) \nabla \mathbf{j}_n + g_n - r_n \quad (1-4)$$

$$\mathbf{j}_n = q(\mu_n n \mathbf{E} + D_n \nabla n) \quad (1-5)$$

$$\partial p / \partial t = -(1/q) \nabla \mathbf{j}_p + g_p - r_p \quad (1-6)$$

$$\mathbf{j}_p = q(\mu_p p \mathbf{E} - D_p \nabla p) \quad (1-7)$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_p + \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_{cm}, \quad (1-8)$$

$$\Delta^2 \varphi = \Delta \mathbf{E} = (q/\epsilon_s \epsilon_0)(p + N_a - n - N_d) \quad (1-9)$$

其中 n 、 p ——电子和空穴浓度；