

高等学校教学用书

矿区控制测量

上册

张凤举 邢永昌 编

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书比较系统和完整地阐述了矿区控制测量的基本理论和作业方法。全书分上、下两册，上册讲述矿区控制测量的野外作业及其有关理论，下册讲述内业平差计算方法和矿区控制网技术设计。

《矿区控制测量》上册，具体内容包括：国家大地控制网简介、矿区三角网的布设和观测工作、精密距离测量、高程控制测量、精密导线测量、椭球几何和高斯投影计算。

全书取材广泛、论述详细、便于自学。

本书为高等院校矿山测量专业教学用书，亦可用作矿山测量人员的工作参考和自学用书。

责任编辑：洪 敏

高等学校教学用书

矿区控制测量

上 册

张凤举 邢永昌 编

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ 印张 $21^{1/4}$

字数513千字 印数1—4,120

1987年3月第1版 1987年3月第1次印刷

书号15035·2870 定价3.50元

前 言

为了满足煤炭系统高等院校矿山测量专业的教学需要，我们在总结矿区控制测量教学经验、分析已往所编教材使用情况的基础上，参照有关院校的现行教学计划和教学大纲，编写了这本《矿区控制测量》，作为高等院校矿山测量专业教学用书。

本书分为上、下两册，主要内容为矿区二等以下的平面和高程控制测量工作。其中上册讲述矿区控制测量的野外作业及其有关理论；下册讲述内业平差计算方法和矿区控制网技术设计。全书以我国现行测量规范为技术依据，紧密结合矿山测绘工作实际，比较系统和完整地阐述了矿区控制测量的基本理论和作业方法。

近几年基础理论知识得到加强，控制测量技术发展很快。我们在编写中，注重了工程数学、近代测量平差、测距技术和计算机技术的应用，力图使本书有助于矿区控制测量的进一步发展。

为了便于学生自学和扩大知识面，本书取材广泛，论述详细。力求文字通俗易懂，插图形象醒目，计算表格简明直观且与目前广泛采用的计算器具相适应。因此本书也可作为广大矿山测量技术人员的工作参考和自学用书。

该书上册由张风举执笔编写；下册由邢永昌执笔编写。初稿完成后交换审阅，提出修改意见，最后由执笔者修改定稿。在编写过程中，参阅了武汉测绘科技大学、同济大学、解放军测绘学院的相近教材，以及《工程测量规范》、《城市测量规范》等有关文件，援引了书刊中的某些资料。编写完成后请杨志强副教授审阅了上册，陶本藻教授对下册§8—3做了修改；编写中聂孟荀同志给了许多具体帮助，洪铎同志为全书的文字和技术加工作了大量工作。这里特向给予帮助和提供方便的单位和同志表示衷心的感谢。

本书编写是在教学工作之暇进行的，时间比较仓促，加之编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，希望读者给予批评指正。

编 者

1987年1月25日

目 录

绪 论	1
第一章 国家大地控制网建立原理	4
§ 1-1 地球椭球及其定位	4
§ 1-2 高斯正形投影和国家平面直角坐标系	12
§ 1-3 国家平面控制网的布设	16
§ 1-4 高程系统和水准原点	21
§ 1-5 国家高程控制网的布设	27
§ 1-6 现代大地测量定位技术	29
第二章 矿区三角网的布设	37
§ 2-1 矿区三角网的布设原则和基本规格	37
§ 2-2 矿区三角网的布设形式和加密方案	43
§ 2-3 精度估算的意义与图形权倒数	52
§ 2-4 三角锁(网)的精度估算	58
§ 2-5 插点和插网的精度估算	64
§ 2-6 三角网图上设计和实地选点	72
§ 2-7 三角点的造标和埋石	75
第三章 三角网的观测工作	81
§ 3-1 精密光学经纬仪的基本结构和使用方法	81
§ 3-2 方向观测误差的来源和减弱措施	92
§ 3-3 出测前的经纬仪检验	102
§ 3-4 方向观测法及其测站平差	112
§ 3-5 方向的分组观测与联测	120
§ 3-6 归心改正和归心元素测定	124
§ 3-7 测角精度分析和观测限差制定	131
§ 3-8 三角测量概算	136
第四章 精密距离测量	149
§ 4-1 长度基准和因瓦基线尺	149
§ 4-2 基线丈量 and 长度计算	153
§ 4-3 相位式光波测距仪原理	160
§ 4-4 中远程红外测距仪简介	169
§ 4-5 光波测距误差的来源及其影响	182
§ 4-6 测距仪的检测	188
§ 4-7 测距的作业要求和成果化算	202
第五章 矿区高程控制测量	209
§ 5-1 矿区水准网的布设	209
§ 5-2 水准仪、水准尺及其检验	214
§ 5-3 水准观测	226

§ 5-4	水准测量的外业检核和计算	231
§ 5-5	跨河水准测量	237
§ 5-6	三角高程测量	240
§ 5-7	三角高程测量精度和电磁波测高	248
第六章	矿区精密导线测量	255
§ 6-1	单导线误差理论	255
§ 6-2	导线网精度分析	264
§ 6-3	精密导线的布设	270
§ 6-4	导线测量作业	275
第七章	椭球几何和高斯投影计算	282
§ 7-1	椭球的几何性质	282
§ 7-2	地面观测值归算至椭球面	291
§ 7-3	正形投影的充要条件和一般公式	295
§ 7-4	高斯投影坐标计算	300
§ 7-5	椭球面上的方向和长度归算至高斯投影平面	313
§ 7-6	不同投影带的坐标换算	319
§ 7-7	更新坐标系时的坐标换算	326
§ 7-8	矿区适用坐标系的选择	330
参考文献		337

绪 论

一、矿山测量专业性质和矿山测量工作任务

矿山测量属于采矿工程学的一个分支。它是以观测、计算和绘图为手段，研究和处理矿藏开发过程中的各种空间几何问题。为矿山设计和施工提供依据，指导采矿生产中的各项工程正确进行，保护和监督矿产资源的合理开发。

矿山测量是矿山建设和生产中一项重要的技术基础工作，具有施工生产和技术管理的双重职能。我国近四十年的采矿生产实践表明，矿山测量作为矿山建设和生产的一个组成部分，发挥着愈来愈重要的作用。因此，矿山测量工作普遍受到尊重，被人们誉为“矿山的眼睛”。

矿山测量工作的任务主要是：

(1) 进行矿区控制测量和大比例尺地形测图，为地质勘探、矿山设计和矿体开采提供测绘资料。

(2) 在井下和露天进行工程测量和制图，正确标定各项工程的几何关系，指导采掘工程正确进行。

(3) 对采矿引起的岩层和地表移动进行研究，提供建筑物下、水体下和铁路下的开采方案和采动区综合治理措施。

(4) 研究矿体埋藏形状和矿藏性质的几何分布，根据国家有关法令实行储量管理，对矿体资源的合理开发实行保护和监督。

(5) 进行地籍测量，保护土地资源，为矿区规划和总体设计提供依据。

二、矿区控制测量课程设置的目的是要求

为了完成上述矿山测量工作任务，在矿山测量专业的教育计划中设置了一系列必修课程，如高等数学、测量学、地质学、采矿学、测量平差基础、矿区控制测量、矿山测量学、开采沉陷学、矿体几何学等。其中矿区控制测量作为重要专业课程之一，其教学目的和要求是：

(1) 了解国家测量控制网的一般情况；

(2) 掌握矿区控制网布设的理论和方法，具备控制测量的观测技能以及作业计划的编制和实施能力；

(3) 掌握控制测量数据处理的理论和方法，具备对控制网进行统计假设检验和平差计算的基本技能。

为此，在矿区控制测量的课程教学中，除规定了必要时间的理论教学以外，还安排了一定时间的实习课、习题课和课程设计。在完成日常教学任务以后，还要集中一段时间进行教学实习，以便加深对控制测量基本理论的理解，进行野外作业技能的训练，学会用电子计算机处理控制测量成果，作到理论和实践的统一，提高分析和解决实际问题的能力。

三、矿区控制测量的任务和作用

采矿事业的蓬勃发展，要求矿山测量工作者必须及时而准确地提供有关的图纸和地面

点精确位置的资料。为此，首先就要在全矿区范围内设置一系列长期保存的固定点位，称之为控制点。这些点彼此联结构成一个整体网形，就是矿区控制网。通过实地观测和室内计算，精密地确定出控制点在矿区统一坐标系中的平面位置和高程位置。然后，以这些点为基础和依据，开展开发矿区所必须的多种测量工作，以便指导采掘工程的正确进行。

由此可见，矿区控制测量是全部矿山测量工作的第一道工序。其任务就是依据科学的方案和合理的方法，建立坐标统一、精度一致、密度均匀的矿区控制网，确定控制点的准确位置。

矿区控制测量工作的作用是：

1. 为矿区地形测图建立控制基础

矿区开发一般经历地质勘探、矿井设计施工、矿井生产三个阶段，其中每一阶段都需要有详细而准确的地形图作依据。为了测绘矿区的地形图，必须要求各个井田范围的地形图能够互相拼接，彼此利用。同时，还要求矿区范围内同一比例尺的地形图都能达到一致的精度。要达到这样两个目的，就必须在矿区范围内布设测量控制网（包括平面控制网和高程控制网），作为矿区地形测图的控制基础。

2. 为矿山工程测量提供依据

矿井在建设和生产时期，按照设计要求，需要进行多种工程测量。如地面上各种建筑物的施工放样，井口和各种钻孔位置的标定，地面和井下的联系测量，矿井之间的地下巷道贯通测量，地面和岩层沉降观测等。所有这些测量工作，都必须以一定精度的控制点作起算依据。

矿区控制测量工作的好坏，将直接影响到矿山建设的速度和各项工程的质量。例如井巷贯通测量，若依据了精度低劣的控制点指导井巷施工，就会造成相向掘进不能相通的重大事故。

在向四个现代化的伟大进军中，采矿事业的不断发展，对矿区控制测量工作提出了新的更高的要求。例如某些新矿区的出现，首先就要求建立具有必需精度和必要密度的矿区控制网。在一些老矿区，由于生产不断上升，井田不断扩大，致使原有控制网不能满足工程需要、或者控制网测量精度过低和控制点受到采动破坏等，也要求我们进一步扩建或重建矿区控制网。

因此，学习控制测量理论，掌握控制测量方法，作好控制测量工作，是发展社会主义采矿事业的需要，是矿山测量工作者的光荣职责。

四、矿区控制测量的主要内容和作业程序

矿区控制测量，可以分为矿区平面控制测量和矿区高程控制测量。平面控制测量是利用三角测量或导线测量的方法，确定控制点的平面位置（ x, y ）；高程控制测量则是利用水准测量或三角高程测量的方法，确定控制点的高程位置（ H ）。因此，三角网（以及测边网、边角同测网）、导线网、水准网、三角高程网就成为矿区控制测量的研究对象，为此而进行的角度测量、距离测量、高程测量，以及相应的数据处理，就成为矿区控制测量的主要内容。

无论哪种形式的控制网，都需要测定和处理一系列的测量数据。这些数据，通常归纳为三类，即起始数据、观测数据和推算数据。起始数据是建立控制网的基准数据，例如已平差过的高等级控制网有关数据可以用来作为低等级控制网的起始数据；野外测量所获取

的数据属于观测数据；由起始数据和观测数据推算出来的就是推算数据。

平面控制测量和高程控制测量解决的问题不同，方法也就不同。但是它们的作业程序却是相同的，即

（1）测前踏勘与技术设计。根据上级下达的任务，广泛收集资料并对测区作实地调查。按照布网要求，进行图上设计，即在地形图上确定点位，组成网形，制定出测量作业的全盘计划。

（2）实地选点、造标和埋石。按照图上设计的点位，到实地确定具体位置。点的位置确定以后，还要用觇标（高程控制点不建觇标）和中心标石标示点位，作为控制点的永久性标志。

（3）观测。在选设的控制点上，根据设计要求，观测角度（包括水平角和垂直角）和测定边长。在选设的水准点间观测高差。

（4）概算。将实地观测成果经过检查整理，化算到既定的平面坐标系统和高程系统中去。并且对化算后的观测值进行检核计算，评定外业观测精度。

（5）平差计算。对通过概算确认合格的观测数据，根据测量平差原理消除它们之间的不符值，求出观测数据及其函数的最或是值，评定观测值或其函数值的精度。

（6）检查总结和验收成果。对于全部矿区控制测量资料，统一整理编目，写出技术总结报告。最后经过验收手续，将可靠的资料上交有关部门，作为国家测绘成果，供日后应用。

以上各工序的具体内容，将在本书的有关章节中详细阐述。

第一章 国家大地控制网建立原理

内 容 提 要

矿区控制网是在国家大地控制网的基础上建立和发展起来的,实际上也是国家大地控制网的进一步加强。所以对国家大地控制网应该具备必要的知识。

本章将首先介绍野外测量的基准面——大地水准面、测量计算的基准面——椭球面,以及表示地面点位置的坐标系统等有关问题,以便了解大地测量的计算基准。

其次,将分别对国家平面控制网和国家高程控制网的建网原则、建网方案 and 不同等级网的技术规格作一些具体说明。

最后介绍我国所采用的高程系统,以达到对国家大地控制网的全面了解。

§ 1—1 地球椭球及其定位

要解决在全国九百六十万平方公里领土范围内建立国家大地控制网的问题,必须首先统一大地测量及其计算的基准,如基准线、基准面、基准点和基准数据。为此,本节将介绍大地水准面,椭球的意义和大小,以椭球为依据所建立的坐标系统,以及大地测量计算基准数据的确定方法,即我国的椭球定位问题。

一、测量工作的基准面

1. 野外测量的基准面——大地水准面

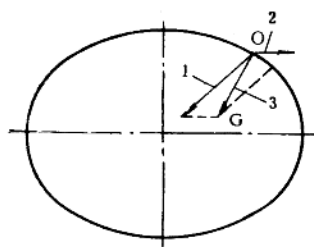


图 1-1

1—引力方向; 2—离心力方向;
3—重力方向

从力学观点来看,转动着的地球体上任何一个质点都同时受到两个力的作用:一个是地球对它的引力;另一个是由于地球自转而产生的离心力。这两个力的合力,就是作用于该质点的重力(图1-1),重力的作用线 OG 称为铅垂线。我们在进行测量作业时,常常使用悬挂的锤球使仪器对中;在用经纬仪观测时,也总是整置仪器的垂直轴居于铅垂位置。所以说,铅垂线就是测量工作的基准线。

处于静止状态的液体,其表面处处与铅垂线正交,我们称液体静止的表面为水准面。显然,地球体上和体内存在着无数这样的水准面。例如,我们在不同测站上测得的水平角,就是在高低不同的水准面上的角度;水准测量得到的高差,就是不同水准面间的铅垂线长。

我们知道,地球表面上的海洋面积占总面积的百分之七十。所以海洋的静止表面是地球上最广大的水准面。如果设想它延伸到大陆内部,就会形成一个连续不断的、闭合的曲面,我们特称它为大地水准面。大地水准面所包围的整体,称为大地体。大地体是研究地

球体形的主要对象。

事实上,各点测得的水平角虽然不在同一水准面上,但它们与以大地水准面为准的角值相差甚微,完全可以直接看作是大地水准面上的角值。地面测量的长度,也可以化算到大地水准面上。地面点的高程,也是以静止的海洋面为起算基准的。因此,大地水准面就是测量作业的统一基准面。

应该注意,大地水准面本身并不是一个规则的曲面,因为地壳内部物质密度分布极不均匀。例如我国九百六十万平方公里的地下,蕴藏着多种矿藏,有煤、铁、石油等。由于这些物质的密度分布很不均匀,使得地面各点所受引力不等,引起地面各点的铅垂线方向发生不规则变化,如图1-2所示。所以,处处与铅垂线正交的大地水准面,也就呈现为此起彼伏的不规则表面。

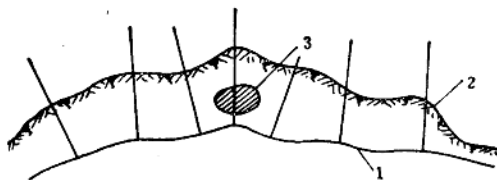


图 1-2

1—大地水准面; 2—地球表面; 3—大密度体

2. 测量计算的基准面——椭球面

既然大地水准面不是一个规则的数学曲面,也就无法在这个表面上完成控制测量计算。不过地壳的质量只占地球总质量的六十五分之一,所以由地壳层物质分布不均匀所引起的大地水准面的起伏并不很大。从整体上看,大地体相当接近于一个规则的形体,即具有微小扁率的旋转椭球体,我们称它为椭球。

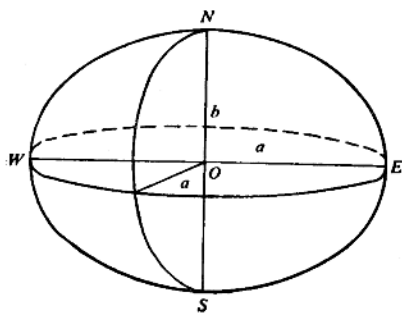


图 1-3

如图1-3所示, O 为椭圆中心, WE 为长轴, NS 为短轴, 椭球就是椭圆绕其短轴 NS 旋转而成的几何形体。椭球的大小和形状决定于它的长半径 a 和短半径 b 。习惯上常常用长半径 a 和扁率

$$\alpha = \frac{a-b}{a} \quad (1-1)$$

来表示椭球的大小和形状。扁率 α 反映了椭球的扁平程度。当 $a=b$ 时, $\alpha=0$, 椭球成为圆球; 当 b 值减小时, α 值增大, 则椭球愈扁。

椭球面是一个规则的数学曲面。用椭球面代替大地水准面进行控制测量计算, 必须首先确定最接近大地体的椭球大小和形状, 即椭球元素——长半径 a 和扁率 α , 其次确定椭球与大地体的相关位置, 即所谓椭球的定位。这种形状、大小和定位都已确定的椭球面, 就是进行大地控制测量计算的基准面。

自从1830年埃弗瑞斯推算出并在印度坐标系中首先获得实际应用的椭球元素以后, 150多年来人们在反复的科学实践中, 对地球形状大小的认识不断提高(表1-1)。特别是卫星大地测量学的迅速发展, 为人们在整体上更正确地认识地球的真实形状, 提供了现实的可能性。

但是, 在与大地体密合最好的椭球——称为总地球椭球——被测算出来之前, 各国为

了国内需要,常常选择一个与本国领土密合较好的椭球面作为测量计算的基准面。这样的椭球统称为参考椭球,简称为椭球。

我国在解放前曾采用海福特椭球,1953年起改用克拉索夫斯基椭球。1980年我国大地控制网整体平差中,采用了1975年在法国召开的第十六届国际大地测量与地球物理联合会会议推荐的一组椭球元素。

表 1-1 椭球名称及其元素

坐标系	椭球名称	年代	长半径 $a(m)$	扁率 α
北美	克拉克	1866	6 378 206	1 : 294.98
南美、欧洲	海福特	1910	388	297.0
苏联	克拉索夫斯基	1940	245	298.3
印度	埃弗瑞斯	1830	6 377 276	300.8
日本	白塞尔	1841	397	299.15
澳大利亚	1967年参考系	1967	6 378 160	298.247
非洲	克拉克	1880	249	293.47
	第16届国际大地测量协会推荐值	1975	140	298.257
	第17届国际大地测量协会推荐值	1980	137	298.257

二、表示椭球面上点位的坐标系统

1. 大地坐标系

椭球面上一点的位置,通常用大地经度和大地纬度来表示,某点的大地经纬度称为该点的大地坐标。

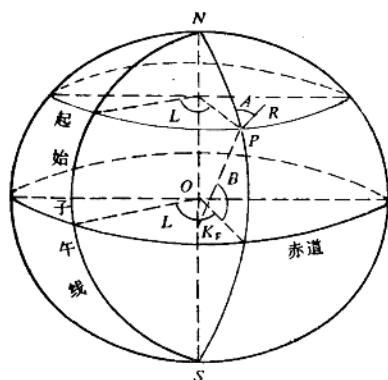


图 1-4

如图1-4所示, NS 为椭球的旋转轴, S 在南称为南极, N 在北称为北极。

包括旋转轴 NS 的平面称为子午面, 子午面与椭球面的交线称为子午圈或子午线, 子午线也称为经线。

垂直于旋转轴 NS 的平面与椭球面的交线称为平行圈, 平行圈也称为纬线。圆心为椭球中心 O 的平行圈称为赤道。

建立大地坐标系, 规定以椭球的赤道为基圈, 以起始子午线——经过英国格林尼治天文台的子午线为主圈。对于图 1-4 中椭球面上任一点 P 而言, 其大地坐标为:

大地经度 L ——过 P 点的子午面与起始子午面间的夹角。由格林尼治子午线起算, 向东为正, 向西为负。

大地纬度 B ——在 P 点的子午面上, P 点的法线 PK_P 与赤道面的夹角。由赤道起算, 向北为正, 向南为负。

在大地坐标系中, 两点间的方位是用大地方位角来表示的。例如 P 点至 R 点的大地方位角 A , 就是 P 点的子午面与过 P 点法线及 R 点的平面所成的夹角, 由子午面顺时针方向量起。

如果点不在椭球面上, 则需将点投影至椭球面上。如图1-5所示, 点 P 沿法线投影到椭球面 Q , PQ 间的距离称为大地高 H 。这种投影方法叫做赫尔默特投影。当点 P 沿铅垂线投影到大地水准面的 P_0 点, PP_0 间距离称为正高 H_x ; 然后再将 P_0 沿法线投影到椭球面上 Q_0 点, P_0Q_0 间距离称为大地水准面差距 N 。这种投影方法叫毕兹特投影。毕兹特投影在理论上是严密的, 但在实用上与赫尔默特投影相差甚微。为方便起见, 实践中采用了赫尔默特投影。

根据上述可得:

$$H(\text{大地高}) = H_x(\text{正高}) + N(\text{大地水准面差距}) \quad (1-2)$$

我国的高程系统目前采用正常高系统(详见§1—5), 故计算大地高采用下式:

$$H(\text{大地高}) = H_n(\text{正常高}) + \zeta(\text{高程异常}) \quad (1-3)$$

大地坐标系是大地测量的基本坐标系, 它对于大地测量计算、地球形状大小研究和地图编制等都很有用。

2. 地心坐标系

旋转椭球面是用两个参数确定的数学曲面。在传统的大地测量中, 为了代表某一国家或地区的大地水准面, 总是采用具有一定元素和定位的椭球, 即所谓参考椭球。一定的参考椭球标志着一定的大地坐标系。所以目前各国所采用的大地坐标系, 都还是区域性的, 属于参考坐标系。

近年来, 由于空间科学技术的迅速发展, 迫切需要确定与全球大地水准面最相密合的总椭球。总椭球有许多很有价值的特性, 例如: 其中心与地球质心重合, 二者赤道面也重合; 总椭球的体积与大地体的体积相等; 大地水准面相对于总椭球面的高差平方和为最小。依据总椭球所确定的地心和地轴, 可以建立全球统一的地心坐标系。

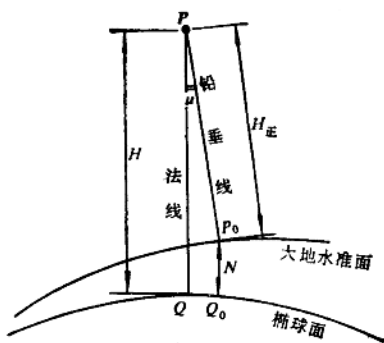


图 1-5

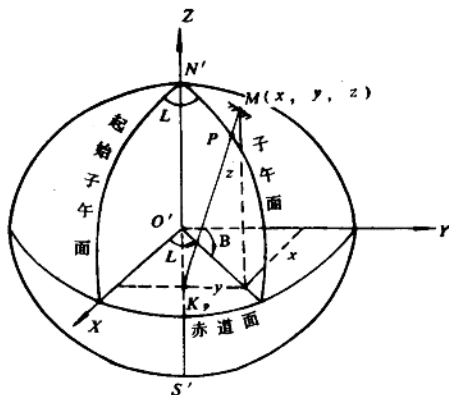


图 1-6

地心坐标系是一个总称, 根据实际需要, 分为地心大地坐标系和地心直角坐标系。地心大地坐标系, 实际就是总椭球面上的大地坐标系。而地心直角坐标系是以地球的质心为原点; 地球质心和国际协议原点CIO(1900~1905年平均北极)的连线为 Z 轴, 指向平均北极;

格林尼治平均天文台子午面和平赤道面的交线为 X 轴,指向格林尼治方向; Y 轴与 X 、 Z 轴垂直,指向东,构成右手坐标系。在此坐标系内的任一点坐标以 X 、 Y 、 Z 表示,如图1-6所示。

我们知道,人造卫星绕地球运行时,其轨道平面时时通过地球的质心。利用轻便的多普勒接收机,通过对卫星的跟踪测量,可较快地得到一定精度的地心坐标。由测得的地心坐标可以反算出大地坐标,从而用于加强和扩展地面大地网,建立测图控制等,使传统的大地测量方法发生变化。此外,地心坐标对于全球性导航、地球动态研究等均有重要的意义。

3. 天文坐标系

利用天文测量的方法,可以直接测得地面点的位置。因为天文测量是以大地水准面的铅垂线为基准线,其观测结果与以椭球面的法线为基准线的大地经纬度是不同的。所以我们把它们称为天文经纬度。

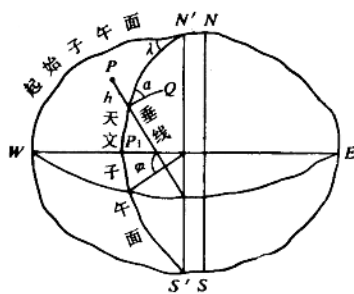


图 1-7

如图1-7所示,由于地面各点铅垂线的不规则变化,铅垂线一般不能与地球旋转轴 NS 相交,或者说,二者一般不能同在一个平面内。过 P 点铅垂线且平行于地球旋转轴的平面称为 P 点的天文子午面,这个平面与起始天文子午面(格林尼治平均天文台子午面)的夹角,就称为 P 点的天文经度 λ ; P 点的铅垂线与地球赤道面的夹角,就称为 P 点的天文纬度 φ ; P 点的天文子午面与过 P 点铅垂线及 Q 点的平面所成的夹角 α ,称为 PQ 方向的天文方位角。

由上所述,地面点的天文坐标是通过实地观测得到的;而地面点的大地坐标却是通过计算得到的。两者的基准线和基准面互不相同。

三、垂线偏差及其基本公式

由前述内容可知,测量工作是以测站点的铅垂线为基准,测量计算是以椭球面的法线为基准,各点铅垂线的方向变化又是不规则的,结果使得各点铅垂线和法线之间不仅存在偏差,而且偏差的大小和方向随着点位不同发生不规则的变化。在地面一点上,铅垂线和相应的椭球面法线之间的夹角,叫做这个点的垂线偏差。

垂线偏差不只是由地球内部质量分布不均匀所引起,而且还包括椭球元素和定位的影响。我们知道,地面一点的天文经纬度是观测得到的,它确定了该点的铅垂线方向;而椭球面上一点的大地经纬度是计算得到的,它确定了该点的法线方向。通过比较一点的天文经纬度和大地经纬度,就可以求出该点的垂线偏差。

设图1-8表示一个椭球, P_1P_2 为旋转轴, QQ 为赤道面。在椭球面上有一测站点 O ,其坐标为 B , L 。将 O 点法线 O_1O 向上延长得大地天顶 Z ,令 OP 平行于 O_1P_1 ,则 ZP 等于 $(90^\circ - B)$ 。将图中半圆画于图1-9中,并以此半圆为基础作一单位半径的半圆球。若 OZ_1 为铅垂线方向,角 $ZOZ_1 = u$,此即 O 点处的垂线偏差。设在 O 点进行了天文测量,测得该点的天文经度 λ 、天文纬度 φ 以及由 O 至另一点 M 的天文方位角 α 。因为天文观测是以铅垂线 OZ_1 为依据,所以 Z_1 点为天文天顶,平面 Z_1OP 为天文子午面。理由同前, Z_1P 等于 $(90^\circ - \varphi)$ 。角 ZPZ_1 为

$$\cos\left(\frac{\theta + 180^\circ - \theta_1}{2}\right) = \frac{\cos\frac{1}{2}(90^\circ - \varphi + 90^\circ - B)}{\cos\frac{1}{2}u} \sin\frac{1}{2}(\lambda - L)$$

化简得

$$\sin\frac{\theta_1 - \theta}{2} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\varphi + B)}{\cos\frac{1}{2}u} \sin\frac{1}{2}(\lambda - L)$$

因为 $(\theta_1 - \theta)$ 、 u 、 $\lambda - L$ 的数值较小，可将上式中相应三角函数展开成级数，略去二次项及其以上微小量，并视 $B = \varphi$ ，于是得

$$\theta_1 - \theta = (\lambda - L)\sin\varphi \quad (1-7)$$

其次分析式 (1-6) 中的 $(R_1 - R)$ 。当以铅垂线 OZ_1 为基准照准 M 点时，视准面 OZ_1M 交水平面于 R_1 ，设其读数为 R_1 ；若以法线 OZ 为基准照准 M 点时，视准面 OZM 交水平面于 R ，设其读数为 R 。可见 $(R_1 - R)$ 实际就是垂线偏差对观测方向的影响，其值一般仅有百分之几秒或者更小，故可略而不计。此时，仅将式 (1-7) 代入式 (1-6) 得

$$A = \alpha - (\lambda - L)\sin\varphi \quad (1-8)$$

此即天文方位角同大地方位角的关系式，常称为拉普拉斯方程式。根据该式可将天文方位角化算为大地方位角，称其为拉普拉斯方位角。

将式 (1-4) 第二式代入式 (1-8) 得：

$$A = \alpha - \eta \operatorname{tg}\varphi \quad (1-9)$$

这是拉普拉斯方程式的另一种形式。

四、椭球的定位

1. 椭球定位的意义

椭球定位就是将具有确定元素的椭球与地球的相关位置确定下来，从而确定测量计算基准面的具体位置和大地测量起算的具体数据。

椭球定位一般都是通过大地原点的天文观测来实现的。设大地原点的天文经度、天文纬度和原点至某一方向的天文方位角分别为 λ_0 、 φ_0 和 α_0 ，大地原点的正常高为 $H_{0\pi}$ 。由式 (1-5)、(1-9)、(1-3) 可以写出：

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \varphi_0 - \xi_0 \\ L_0 &= \lambda_0 - \eta_0 \sec\varphi_0 \\ A_0 &= \alpha_0 - \eta_0 \operatorname{tg}\varphi_0 \\ H_0 &= H_{0\pi} + \zeta_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

式中 ξ_0 、 η_0 和 ζ_0 分别为大地原点的垂线偏差分量和高程异常。

大地原点选定以后，式 (1-10) 中的 λ_0 、 φ_0 、 α_0 和 $H_{0\pi}$ 可以通过天文测量和水准测量求得。椭球定位参数 ξ_0 、 η_0 和 ζ_0 一旦确定，根据式 (1-10)，大地测量的起始数据也就随之确定。

在进行大地测量初期，没有充分资料确定 ξ_0 、 η_0 和 ζ_0 的数值，可以简单地取 $\xi_0 = 0$ ， $\eta_0 = 0$ ， $\zeta_0 = 0$ 。即设原点处，椭球面的法线与铅垂线重合，椭球面与大地水准面相切，天文子午面与大地子午面重合，以及两起始子午面平行。这样，椭球在大地体内既不能平移，也不能旋转，其位置完全被固定下来。这种定位方法叫做“一点定位”。

在较大范围内,一点定位难以使椭球面与大地水准面有较好的密合。所以当一国家的天文大地测量工作基本完成后,可以按 $\sum \zeta^2 = \text{最小}$ 的条件,经过弧度测量计算,求出原点的 ξ_0 、 η_0 和 ζ_0 值。由于在弧度测量计算中,包含了许多拉普拉斯点,故这种定位称之为“多点定位”。

多点定位是一点定位的发展。由于求得了大地原点的 ξ_0 、 η_0 和 ζ_0 值,在大地原点上,法线和铅垂线不再重合,椭球面和大地水准面也不再相切。然而,在所测的天文大地网区域内,椭球面与大地水准面达到了最佳的密合。

现代科学的发展,要求椭球和全球的大地水准面有最佳的密合,要求椭球的中心和地球的质心一致,这样的椭球就是前一节所述及的总椭球。自然,在局部区域上,它可能没有局部椭球和大地水准面密合得好。

2. 我国椭球定位情况

我国天文大地网建立初期,鉴于当时的历史条件,采用了克拉索夫斯基椭球,并且经过东北边境的呼玛、吉拉林、东宁三个基线网,同苏联的天文大地网相联结,定名为1954年北京坐标系。高程异常则是以苏联1955年大地水准面重新平差结果为依据推算过来的。1954年北京坐标系实际是苏联1942年坐标系的延伸。它的原点不在我国境内,而在苏联的普尔科沃。1954年北京坐标系是一种过渡性的坐标系。三十年来,我国依据这个坐标系完成了大量的测绘工作。

1978年4月,国家测绘局和总参测绘局在西安市召开了全国天文大地网整体平差会议,决定建立1980年国家大地坐标系和地心坐标系两种系统,采用第16届国际大地测量协会推荐的椭球元素值: $a = 6378140\text{m}$ 和 $\alpha = 1/298.257$ 。在建立中国1980年大地坐标系时,需确定地极原点。根据1973~1977年间,中国科学院所属各天文台站和南京大学等单位对1949~1977年地极长期运动的研究,确定了我国的地极原点“JYD1968.0”。国家大地坐标系的椭球短轴平行于由地球质心指向JYD1968.0地极原点的方向。起始大地子午面平行于通过JYD1968.0平极和国际时间局(BIH)1968系统平均天文台赤道零点的子午面。

国家大地坐标系的原点建立在陕西省泾阳县永乐镇。原点建筑物包括标石、观测楼、投影亭等。为使基础稳固,在地下打入32根13米长的水泥柱。原点标石是整块花岗石,中心镶有玛瑙标志,安放在地面以下4米深处。观测楼大厅中央装有“中华人民共和国大地原点”大理石标牌,底层有重力观测室。观测楼分内外架两部分,内架是24米高的空心水泥圆柱,供安放仪器之用;外架是用八根水泥柱组成的八面体,其间安装玻璃。由底层沿外架楼梯可直达顶层。顶层建有玻璃钢圆形屋顶,可以翻转,以便天文观测。在观测楼周围40米远处,建立三个投影亭,亭内有仪器墩。整个建筑群庄重和谐、雄伟壮观。

在大地原点上完成了精密天文观测,并通过精密水准测量,计算了原点的正常高。1980年国家大地坐标系的椭球定位是按局部密合条件实现的。依据1954年北京坐标系全国大地水准面高程图,按 $1^\circ \times 1^\circ$ 间隔,在全国均匀选取约1000点,列出高程弧度测量方程式,按 $\sum \zeta^2 = \text{最小}$ 进行解算,求得椭球中心的位移以及大地原点的 $\xi_0 = -1.9''$ 、 $\eta_0 = -1.6''$ 、 $\zeta_0 = -14.1\text{m}$ 。从而根据式(1-10)确定了大地测量起始数据。这样,椭球面就与我国的大地水准面达到最佳的密合。

1980年国家大地坐标系已经建成。我国天文大地网整体平差,就是依据这个坐标系的

椭球面进行的。新的国家大地坐标系有可能逐步取代1954年北京坐标系。

地心坐标系是取地球质心作为椭球中心的定位系统，定位后和全球的大地水准面最为密合。地心坐标系统主要应用于空间技术方面。

我国今后相当长一段时期中，可能并存几种大地坐标系统。不同大地坐标系统可以通过微分公式进行互相换算，这在实用上并没有多大困难，但在使用时应予以注意。

§ 1—2 高斯正形投影和国家平面直角坐标系

椭球面上点的位置是用大地经纬度来表示的。但是测量的最终目的是施测各种比例尺的地形图。而地形图又是绘在纸平面上。所以为了满足经济建设和国防建设的测图需要，就必须将椭球面上的点位转换到平面上，用平面直角坐标 (x, y) 表示其位置。目前我国采用的投影方法叫高斯-克吕格正形投影。本节先介绍这种投影的概念和实质，然后介绍依据这种投影方法所建立的国家平面直角坐标系统。

一、地图投影要求与正形投影特性

在地形测图、矿山测量和其它工程测量工作中所需要的控制点，应该具有平面直角坐标。因为第一，我们测绘和使用的地形图是平面的；第二，在大地坐标系统中，由一点坐标推求另一点坐标，或根据两端点的已知经纬度推求它们间的距离和方位角时，必须施行复杂的计算。若在平面上，就可以利用平面三角公式运算，远比椭球面上的计算简单；第三，对于工程设计、施工放样，在实用上也较方便。

可是，椭球面是一个“不可展曲面”。将这个表面上的测量元素转换到平面上去，就必然产生一定的变形。此种变形一般分为角度变形、长度变形和面积变形。尽管投影变形是不可避免的，但是对其中的某一种变形，却是可以掌握和控制的。例如可以使某一种变形为零，其它变形存在，也可以使三种变形都存在，但减小到某一适当程度。这样，根据变形的性质可以把地图投影分为等角投影、等距离投影和等面积投影三种。

控制测量对投影提出的基本要求是，角度投影后不发生变形。这种投影就是等角投影或称正形投影。因为控制测量中大量工作是测角，角度不变形，整个投影变形的计算工作量就会大大减少。另外，从地形测图和用图出发，也要求角度不产生变形，仅产生长度变形。长度变形仅与点的位置发生关系，即在同一点上的所有方向，长度变形的比率相同，因而，在小范围内地形图上一切图形与椭球面上的原形均能保持相似，这样测图时可以直接缩绘，用图时可以直接量取。

如图1-10所示， A 为椭球面上一点， B 、 C 、 D 点无限接近于 A ，成为 A 点处的一个无限小图形。它们正形投影到平面上为 A' 、 B' 、 C' 、 D' 。正形投影要求角度不产生变形，即

$$\angle 1 = \angle 1', \angle 2 = \angle 2', \angle 3 = \angle 3'$$

此时两个无限小图形必然相似。于是对应边的比例也应相等，即

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{A'D'}{AD} = m = \text{常数}$$

式中 m 为平面上的长度与椭球面上的相应长度之比，称为长度比。在正形投影中，长度比 m 仅与点的位置有关，而与方向无关。这一重要性质称为正形特性。

不难看出，正形投影是有条件的，只有在小范围内才能成立。在广大面积上保持地图