

互 动 课 堂 丛 书

高三数学

互动课堂

HUDONGKETANG

中国教辅图书策划专家 ▶ 希扬 主编

开放课堂
师生互动
突出主体
教学相长

主体参与

希扬
主编

中国少年儿童出版社
中国纺织出版社

互动课堂

高三数学

本册主编：屠新民 王慧兴
作 者：屠新民 王慧兴 杨继明
陈艳红 李丽琴 兰社云
杜 瑜 岳林宝

中国少年儿童出版社



中国纺织出版社

图书在版编目(CIP)数据

互动课堂. 高三数学/希扬主编. —北京:中国纺织出版社, 2002. 6
ISBN 7-5064-2281-6/G·0125

I. 互... II. 希... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 015507 号

策划编辑:博创文化 责任编辑:郑澄 加工编辑:石利刚

中国纺织出版社出版发行
地址:北京东直门南大街 6 号 邮政编码:100027
电话:010-64158225-3916
<http://www.c-textilep.com>
E-mail: bo-chuang@c-textilep.com
潮河印刷厂印刷 各地新华书店经销
2002 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
开本:880×1230 1/32 印张:15.75
字数:400 千字 定价:16.80 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

《互动课堂》丛书

丛 书 主 编 希 扬

丛书副主编 屠新民

编	委	屠新民	李士彬	梁秀红	陈 星	陈 灏
		杜 瑜	兰社云	李丽琴	刘富森	孙红保
		李留禄	李 丽	禹海军	杨冬莲	王希顺
		金 英	王振中	龚维宁	王景叶	项昭义
		栾林宝	肖培联	张定勇	司海举	刘 歌

序 言

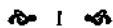
序 言

创新,是我们的灵魂。

这套《互动课堂》是我们继《走向清华北大》、《课堂新思维点拨》之后,奉献给广大中学生朋友的一套崭新的素质教育同步系列丛书。

素质教育是当前课堂教学改革的主旋律。如何利用课堂这个主渠道,培养具有自学能力、自主能力和创新能力的优秀人才,已成为广大教育工作者和出版者共同面对的世纪课题。而未来社会所需要的是有慧心、有灵气、会学习、会沟通、富有团队精神的人才,为社会提供这样的人才是教育工作者的神圣使命,也是教育的目标所在。

何谓《互动课堂》?通过教师的趣引妙答,引发和激励所有学生主动参与到教学中来,师生相互交流,相互沟通,亲密合作,共同探究的“互动形式”的课堂,称之为《互动课堂》。由传统的被动接受式学习转向主动探索性学习,让学生最大程度发挥主观能动性,提升主体能力,培养科学精神,提高创新素质。同时,也促使教师较快地提高专业能力和水平。通过这种形式教师可以由教会变为会教,学生可以由学会变为会学。《互动课堂》是一种提高教与学双方积极性,从而有效提高学习成绩,在学习知识的过程中掌握学习方法的先进模式。这是目前素质教育在课堂教学改革中的最前沿成果,也是这套《互动课堂》丛书贯穿始终的“教与学”新理念。



互动课堂 高三数学

本书除按照教学大纲的要求列出知识结构,设计了“知识要点”、“重点难点”和“自测自评”外,还精心设置了“例题精析”中的“解题点悟”和“师生交流”栏目,形成题前“名师分析题意,点拨解题思路,启迪悟性”和题后“学生提问”,“教师趣引妙答”的师生平等交流、教学互动的课堂新模式,是我国教辅书籍中第一套突出名师和学生“零距离”交流的丛书,这也正是本书最大的“亮点”。

同时,本书更加突出学生的主体地位。丛书的题型设计从学生的角度出发,依据学习心理学规律,精心编排了:(1)双基练习题——自测自评题;(2)能力训练题——培养能力强化题;(3)考上重点大学的创新研究题——分层提高能力题。三组题由易趋难,使学生不断克服各种障碍,取得一次次的进步,使其始终处在积极、活跃的学习状态,最终获得成功。

让你的课堂因此而精彩!这是我们大家共同的心愿。

参加本套丛书编写的人员还有:向荣、老皮、杨谋、杨率、力云、王力、宋力、辉民、自立、步周、小祥、师艳茹、金宏艳、陈新春、李春才、陈晓花、肖哨卡、梁丰、张三中、张宇、凯临、郦新。

希 杨

目 录

目 录

第一章 概率与统计

- 1.1 离散型随机变量的分布列..... (2)
- 1.2 连续型随机变量的概率密度..... (9)
- 1.3 离散型随机变量的期望与方差..... (15)
- 1.4 ~ 1.5 抽样方法与总体分布的估计..... (20)
- 1.6 ~ 1.7 总体特征数的估计及统计知识的应用
..... (25)

分层提高能力题

参考答案

第二章 极限

- 2.1 数列的极限..... (57)
- 2.2 数列极限的四则运算..... (68)
- 2.3 函数的极限..... (79)
- 2.4 函数极限的四则运算..... (92)
- 2.5 两个重要的极限..... (101)
- 2.6 函数的连续性..... (110)

分层提高能力题

参考答案

互动课堂 高三数学

第三章 导数与微分

一、导数与微分

- 3.1 导数的概念 (177)
- 3.2 几种常见函数的导数 (187)
- 3.3 函数的和、差、积、商的导数 (194)
- 3.4 复合函数的导数 (200)
- 3.5 对数函数与指数函数的导数 (207)
- 3.6 二阶导数 (213)
- 3.7 微分的概念与运算 (216)

二、导数的应用

- 3.8 函数的单调性 (226)
- 3.9 可微函数的极值 (232)
- 3.10 函数的最大值与最小值 (238)

分层提高能力题

参考答案

第四章 积分

一、不定积分

- 4.1 不定积分 (299)
- 4.2 不定积分的运算法则 (304)
- 4.3 换元积分法 (310)

二、定积分

- 4.4 定积分的概念与计算 (317)

目 录

4.5 定积分在几何上的应用	(325)
4.6 定积分在力学上的简单应用	(331)
4.7 极坐标系中平面图形的面积	(336)
分层提高能力题	

参考答案

第五章 复数

一、复数及其四则运算

5.1 复数的概念	(391)
5.2 复数的向量表示	(399)
5.3 复数的加法与减法	(405)
5.4 复数的乘法与除法	(416)

二、复数的三角形式

5.5 复数的三角形式(一)	(423)
复数的三角形式(二)	(430)
5.6 复数三角形式的运算(一)	(437)
复数三角形式的运算(二)	(448)

分层提高能力题

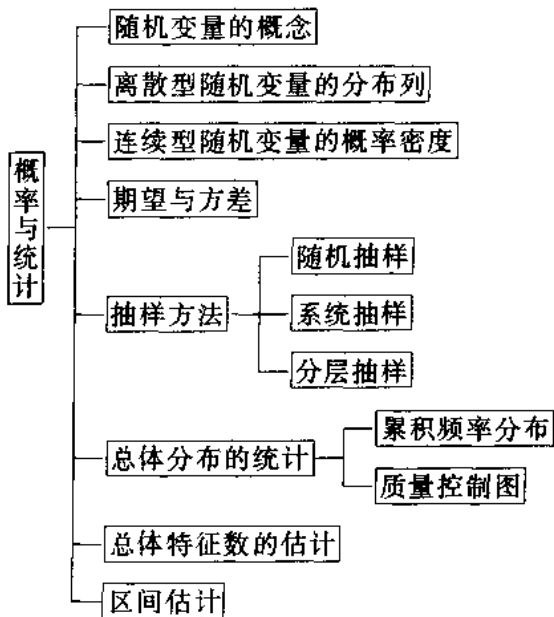
参考答案

第一章 概率与统计

第一章 概率与统计



知识结构



高考目标

要求	高考要求	
	能力层次	具体要求
随机变量的概念	了解	理解用数学工具对随机变量的研究
离散型随机变量	掌握	会研究概率分布,求期望与方差及其分布列
概率密度	掌握	会描绘概率密度曲线
抽样方法	掌握	掌握抽样方法及其运用
总体分布的估计	掌握	会画频率分布条形图及其对有关数据的分析
总体特征数的估计	掌握	运用样本平均数、方差求估计值 $\bar{S}^2, S^{*2}$ 等

互动课堂 高三数学

1.1 离散型随机变量的分布列



知识要点

1. 用随机变量描述随机现象是近代概率中最重要的方法. 随机取值的变量称为随机变量, 一般用 $\xi, \eta, \dots$ 表示, 有时也用 $X, Y, \dots$ 表示.

2. 当随机变量 ξ 只能是有限个值 $\{x_1, \dots, x_n\}$ 或可列个值 $\{x_1, x_2, \dots\}$ 时, 称 ξ 为离散型随机变量.

3. 当随机变量 ξ 可以取某一区间内的一切值时, 这样的随机变量称为连续型随机变量.

从函数角度来看, 随机变量事实上是单值函数, 它定义在有限个值或可列个值或某一区间上.



重点难点

理解随机变量的概念及离散型随机变量和连续型随机变量是本节的重点, 又是本节的难点.

例题精析

例题 1

一个试验是从一批产品中任取 10 件, 观察其中有几件废品,

第一章 概率与统计

若用 ξ 表示观察到的废品数,那么每次试验的结果 ξ 都对应有一个数值,这个数值可能是 $0, 1, 2, \dots, 10$ 中的一个数,即随机变量 ξ 的取值是 $0, 1, 2, \dots, 10$.

$\xi = 0$, 表示没有废品;

$\xi = 1$, 表示有 1 件废品;

$\xi = 2$, 表示有 2 件废品;

.....

$\xi = 10$, 表示有 10 件废品.

※师生交流

学生:从上述求解过程可以看出,本例随机变量 ξ 是离散型的随机变量.

教师:是的.我们可以根据试验的结果,对随机变量 ξ 的可能值一一列出,即在本例中 $\xi = 0, 1, 2, \dots, 10$,这种随机变量就是离散型的随机变量.又如,在掷一次硬币的试验中,我们来考虑一个量 ξ ,它取的值是出现硬币正面的数目.于是当试验结果是出现正面时, ξ 取值 1,当试验结果是出现反面时, ξ 取值 0,则 ξ 是一个随机变量.又如,一位射手经常进行射击训练,在每次训练中,他首次击中目标所需要的射击次数用 ξ 表示. ξ 取的可能值有: $1, 2, 3, 4, \dots$ “ $\xi = 3$ ”表示“首次击中目标需要射击 3 次”的事件,等等,以上这些随机变量都是离散型随机变量.

互动课堂 高三数学

例题 2

在检验某品牌灯泡的使用寿命时,如果用 η 表示任抽取一只灯泡的使用寿命(小时),那么对应每次检验的结果, η 都对应着一个数值,这个数值显然在区间 $[0, +\infty)$ 中取值,也即 η 是区间 $[0, +\infty)$ 中的一个数, η 的取值依试验的结果不同而变化. 如对任一正实数 a , 那么“ $\eta < a$ ”表示“随意抽取的该品牌灯泡的使用寿命小于 a 小时”的事件,在这个随机事件中,随机变量 η 为取连续值的随机变量,这样的随机变量是连续型随机变量.

※师生交流

学生:连续型随机变量的特征是什么?

教师:连续型随机变量的特征是它可能取某个区间中的一切值. 在检验灯泡使用寿命的例子中,作为对实际问题的近似,可以假定随机变量 η 可能取的值为区间 $[0, 8000]$ 中的一切值,随机变量 η 就是取连续值的随机变量.

例题 3

一个袋中装有3个白球和2个黑球,它们大小相同,采用无放回的方式从袋中任取3个球,取到的黑球数目用 ξ 表示.

(1)求随机变量 ξ 的概率分布;

(2)求 $P(\xi=1)$.

※解题点悟 显然取到黑球的数目是一个随机变量,并且是离散型的随机变量.

※标准解法

第一章 概率与统计

(1)由题意可知, ξ 可能取的值为 0, 1, 2.

“ $\xi = 0$ ”表示“没有取到黑球”的事件, 也就是“取出的 3 个球都是白球”的事件. 由于从袋中任取 3 个球出现的每一个结果, 对应于从 5 个球中取出 3 个球的一种抽取方法, 因此总的抽取方法为 C_5^3 种, 并且每种抽取方法的出现都是等可能的. 而“取出的 3 个球都是白球”的事件的数目为 C_3^3 , 所以

$$P(\xi = 0) = \frac{C_3^3}{C_5^3} = \frac{1}{10}$$

“ $\xi = 1$ ”表示“恰好取到一个黑球”的事件, 它含有的抽取方法应是下述一种抽取方法: 第一步, 从 2 个黑球中取出 1 个; 第二步, 从 3 个白球中取出 2 个. 因此抽取方法共有 $C_2^1 \cdot C_3^2$. 从而

$$P(\xi = 1) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^2}{C_5^3} = \frac{2 \times 3}{10} = \frac{3}{5}$$

“ $\xi = 2$ ”表示“恰好取到 2 个黑球”的事件, 它的抽取方法数为 $C_2^2 \cdot C_3^1$, 因此

$$P(\xi = 2) = \frac{C_2^2 \cdot C_3^1}{C_5^3} = \frac{1 \times 3}{10} = \frac{3}{10}$$

综上所述, 得 ξ 的概率分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

(2)“ $\xi \geq 1$ ”表示“至少取到一个黑球”的事件, 也就是“恰好取

互动课堂 高三数学

到一个黑球”的事件与“恰好取到 2 个黑球”的事件的并. 由于这两个事件互不相容, 因此

$$P(\xi \geq 1) = P(\xi = 1) + P(\xi = 2) = \frac{3}{5} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$$

※师生交流

学生: 从本例的求解中可以看到

$$P(\xi \geq 1) = P(\xi = 1) + P(\xi = 2)$$

这表明, 如果 ξ 可能取的值为 0、1、2, 则 $P(\xi \geq 1)$ 等于 $P(\xi = 1)$ 与 $P(\xi = 2)$ 的和, 这个结论对于一般情形成立吗?

教师: 成立. 如果我们知道了随机变量 ξ 的概率分布列为

ξ	1	2	3	...	m
P	p_1	p_2	p_3	...	p_m

$$\text{那么 } P(\xi \geq 2) = P(\xi = 2) + P(\xi = 3) + \cdots + P(\xi = m)$$

$$= p_2 + p_3 + \cdots + p_m$$

由此看出, 只要知道了随机变量 ξ 的概率分布, 就可以很容易求出与 ξ 有关的任一随机事件的概率. 这就是为什么要学习随机变量的概念以及为什么要研究随机变量的概率分布列的原因.

例 4

一批产品中, 有 20% 的次品, 进行重复抽样检查, 共取 5 件样品. 计算这 5 件样品恰好有 3 件次品, 至多有 3 件次品的概率.

※解题点悟 显然, 在重复抽样检查中, 随机变量 ξ 服从二项分布.

第一章 概率与统计

※标准解法 设 A_0, A_1, A_2, A_3 依次为 5 件样品中恰好有 0 件、1 件、2 件、3 件次品的事件.

这里, 重复抽样检查是五重贝努利试验, $n = 5$, $p = 0.2$, $q = 1 - p = 1 - 0.2 = 0.8$ 由二项概率公式, 得

$$P(A_3) = C_5^3 \cdot (0.2)^3 \cdot (0.8)^2 = 0.0512$$

P 至多有 3 件次品

$$= P(A_0 + A_1 + A_2 + A_3)$$

$$= P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$$

$$\begin{aligned} &= (0.8)^5 + 5 \times 0.2 \times 0.8^4 + \frac{5 \times 4}{2} \times (0.2)^2 \times (0.8)^3 \\ &+ \frac{5 \times 4 \times 3}{2 \times 3} \times (0.2)^3 \times (0.8)^2 \\ &= 0.3277 + 0.4096 + 0.2048 + 0.0512 \\ &= 0.9933 \end{aligned}$$

※师生交流

学生: 二项概率公式是什么?

教师: 二项概率公式是

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k \cdot q^{n-k}$$

其中 $k = 0, 1, 2, \dots, n$; $q = 1 - p$ 它表示在一次试验中某事件发生的概率是 p , 那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率.

互动课堂 高三数学

☒ 自测自评

一、选择题

1. 设随机变量 ξ 的分布列为 $P(\xi = i) = a\left(\frac{1}{3}\right)^i, i = 1, 2, 3$, 则 a 的值为 ()

A. 1 B. $\frac{9}{13}$ C. $\frac{11}{13}$ D. $\frac{27}{13}$

2. 设离散型随机变量 ξ 的概率分布如下

ξ	1	2	3	4
P_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	P

则 P 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

3. 如果 ξ 是一个离散型随机变量, 那么下列命题中假命题是 ()

- A. ξ 取每一个可能值的概率是非负实数
B. ξ 取所有可能值的概率之和为 1
C. ξ 取某两个可能值的概率等于分别取其中每个值的概率之和
D. ξ 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

二、填空题