高等学校教材

微积分与数学模型(下)

Calculus and Mathematical Models (vol.2)

● 主编 贾晓峰 副主编 杨 晋

$$f(x)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}C_n e^{in\omega x}$$

$$\int_a^b f(t)\mathrm{d}t=F(b)-F(a)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}}=1-\frac{1}{2}x+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x^2-\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}x^3+\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}x^4-\cdots \quad x\in(-1,1]$$

$$x_n=x_{n-1}-\frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$$

$$C_n=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(x)e^{-in\omega x}\mathrm{d}x$$

CHEP 高等教育出版社

Springer 施普林格出版社

高等学校教材

微积分与数学模型

（下）

主　编　贾晓峰
副主编　杨　晋
编　委　王玉民
石　冰
张明学
范庆民

CHEP
高等教育出版社

Springer
施普林格出版社

（京）112 号

图书在版编目(CIP)数据

微积分与数学模型　下册／贾晓峰等　编．— 北京：高等教育出版社；海德堡：施普林格出版社，1999

ISBN 7-04-007600-4

Ⅰ．微…　Ⅱ．贾…　Ⅲ．① 微积分-高等学校-教材 ② 数学模型-高等学校-教材　Ⅳ．① O172.1 ② O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 17640 号

书　　名　微积分与数学模型(下册)
作　　者　贾晓峰 主编

出版发行　高等教育出版社　施普林格出版社
社　　址　北京市东城区沙滩后街 55 号　邮政编码　100009
电　　话　010－64054588　传　　真　010－64014048
网　　址　http://www.hep.edu.cn

经　　销　新华书店北京发行所
印　　刷　北京民族印刷厂[redacted]

开　　本　880×1230　1/3[redacted]版　　次　1999 年 10 月第 1 版
印　　张　14　[redacted]次　1999 年 10 月第 1 次印刷
字　　数　400 000　定　　价　21.00 元

责任编辑　徐　可
封面设计　李卫青
责任印制　陈伟光

目　　录

第八章　空间解析几何与向量代数

通过对一元函数微积分的学习，我们知道平面解析几何使一元函数有了直观的几何意义．为了学习多元函数微积分，本章介绍空间解析几何的知识．

本章首先建立三维空间中的直角坐标系，引进在科学技术上有广泛应用的向量概念，介绍向量的一些运算．然后利用向量工具讨论空间的平面和直线，最后介绍空间曲面、空间曲线和二次曲面．

第一节　空间直角坐标系

一、空间点的坐标

要用代数方法研究三维空间中的图形，首先是要沟通空间中点与有序数组之间的联系．可以依照平面解析几何中的方法，通过建立空间直角坐标系，实现空间点与有序实数组之间的一一对应．

在空间中，任取一点 O，并规定一单位长，作以 O 为原点，且两两互相垂直的三条数轴．这三条数轴分别叫做 **x 轴**（横轴），**y 轴**（纵轴），**z 轴**（竖轴），统称坐标轴．所形成的 x 轴、y 轴、z 轴正向之间的相互关系符合右手法则，即用右手握住 z 轴，拇指所指方向为 z 轴正向，其余四指转动 $\frac{\pi}{2}$ 角度即为由 x 轴正向到 y 轴正向的转动方向（图 8.1），这样三条坐标轴，按上述规定就形成了一个空间直角（右手）坐标系．点 O 叫做**坐标原点**，三条坐标

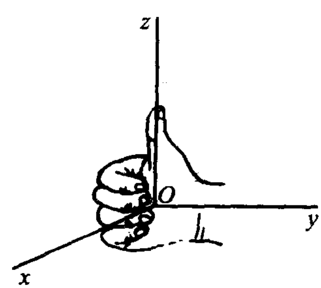


图 8.1

轴中的任意两条可以确定一个平面，这样定出的三个平面统称为**坐标平面**，由 x 轴与 y 轴确定的坐标平面称为 **Oxy 面**；由 x 轴与 z 轴确定的坐标平面称为 **Ozx 面**；由 y 轴与 z 轴确定的坐标平面称为 **Oyz 面**，三个坐标平面把空间分成八个部分，每一部分叫做一个**卦限**. 以 Oxy 平面把空间分为两部分，在含有 z 轴正半轴的半空间（称为上半空间）中位于 Oxy 平面第一、二、三、四象限上侧的各卦限依次称为第一、二、三、四卦限；在含有 z 轴负半轴的半空间（称为下半空间）中，与一、二、三、四、卦限关于 Oxy 面相对称的空间部分依次称为第五、六、七、八卦限（图 8.2）.

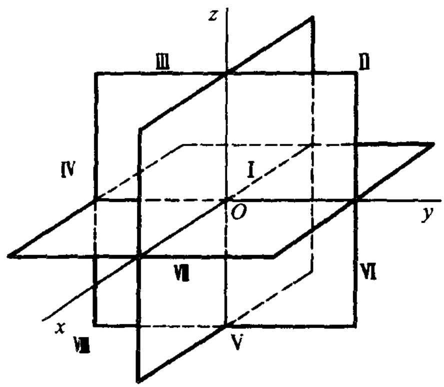


图 8.2

在空间中取定直角坐标系后，就可按下述方法来沟通空间点与有序数组之间的联系了.

设 M 为空间一已知点，过点 M 分别作垂直于 x 轴、y 轴、z 轴的平面，这三个平面分别与 x 轴、y 轴、z 轴交于点 P、Q、R（图 8.3），这三点在 x 轴、y 轴、z 轴上的截距依次为 x、y、z. 于是空间任意一点 M 就唯一地确定了三元有序数组 x、y、z .

反过来，若已知一有序数组 x、y、z，在 x 轴上取坐标为 x 的点 P，在 y 轴上取坐标为 y 的点 Q，在 z 轴上取坐标为 z 的点 R，通过 P,Q,R 分别做垂直于 x 轴、y 轴、z 轴的平面，这三个两两相互垂直的平面交于空间一点 M，则该有序数组就唯一地确定了空间一点. 用上述方法，就可以建立空间点与三元有序数组之间的一一对应关系. 其中三元有序实数组 x、y、z 叫做**点 M 的坐标**，并

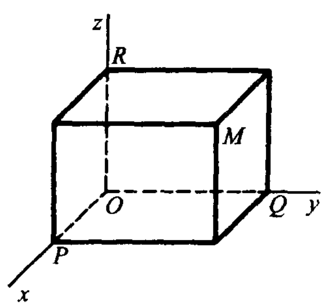


图 8.3

依次称 x、y 和 z 为横坐标、纵坐标和竖坐标. 坐标为 x、y、z 的点 M 记为 $M(x,y,z)$.

由于空间直角坐标系建立了三元有序实数组 (x,y,z) 与空间中几何点的一一对应关系，我们称建立了空间直角坐标系的三维空间为 $\mathbf{R}^3$.

在坐标轴和坐标平面上点的坐标的特征是：在坐标轴上点的坐标至少有两个坐标等于 0；在坐标平面上点的坐标至少有一个坐标等于 0. 如 x 轴上点的坐标为 $(x,0,0)$；Oxy 平面上点的坐标为 $(x,y,0)$，原点的坐标显然为 $(0,0,0)$.

一点 $P(x,y,z)$，关于坐标原点 O 的对称点为 $P_1(-x,-y,-z)$；关于 Oxy 平面的对称点为 $P_2(x,y,-z)$，关于 x 轴的对称点为 $P_3(x,-y,-z)$，同样可得出关于其余坐标平面和坐标轴的对称点坐标.

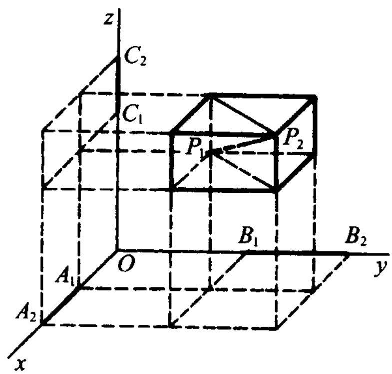


图 8.4

二、空间两点间的距离

由平面上两点间的距离公式，易推测空间两点 $P_1(x_1,y_1,z_1)$ 与 $P_2(x_2,y_2,z_2)$ 之间的距离 d 为：

8.1
$$d = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

我们现在来证明公式 8.1：

过 P_1 作三个平面分别垂直于三条坐标轴，且与 x 轴交于点 $A_1(x_1,0,0)$，与 y 轴交于点 $B_1(0,y_1,0)$，与 z 轴交于点 $C_1(0,0,z_1)$. 仿上，经过 P_2 作三个平面分别垂直于三条坐标轴，与 x 轴、y 轴、z 轴依次交于点 $A_2(x_2,0,0)$、$B_2(0,y_2,0)$、$C_2(0,0,z_2)$，如图 8.4 所示. 这六个面围成一个以 P_1P_2 为对角线的长方体，它的三个边的边长分别是

$$|A_1A_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2},$$

$$|B_1B_2| = \sqrt{(y_2-y_1)^2},$$

$$|C_1C_2| = \sqrt{(z_2-z_1)^2}$$

两次运用勾股定理，即知

$$\begin{aligned}|P_1P_2|^2 &= |A_1A_2|^2 + |B_1B_2|^2 + |C_1C_2|^2 \\ &= (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2\end{aligned}$$

从而

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$$

特别地，点 $P(x,y,z)$ 与原点 $O(0,0,0)$ 之间的距离为

$$|OP| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

例 1　在 y 轴上找一点 P，使它与点 $P_0(4,2,2)$ 的距离为 $\sqrt{29}$.

解　要找的点在 y 轴上，所以设其坐标为 $P(0,y,0)$，由题条件有

$$|P_0P| = \sqrt{29}$$

从而 $\sqrt{4^2+(y-2)^2+2^2} = \sqrt{29}$，即 $(y-2)^2 = 9$，由此解得

$$y_1 = -1,\quad y_2 = 5$$

于是点 $(0,-1,0)$ 或 $(0,5,0)$ 即为所求.

习　题　8.1

1. 在空间直角坐标系中，指出下列点在哪个卦限：

$A(2,-3,4)$，　$B(-3,-2,-5)$，　$C(3,-4,-5)$，　$(2,3,-4)$

2. 过点 $P(a,b,c)$ 分别作平行于 z 轴的直线和平行于 Oxy 面的平面，问它们上

面的点的坐标各有什么特点?

3. 求点 $P(4,-3,5)$ 到原点,各坐标轴和各坐标面的距离.

4. 证明:顶点为 $A(2,4,3)$,$B(4,1,9)$,$C(10,-1,6)$ 的三角形是直角三角形.

第二节　向量及其加减法·向量与数的乘法

一、向量概念

在力学、物理学以及其它学科中,经常遇到的一些量,如长度、时间、体积、质量、温度和功等,在规定了单位以后,都可以由一个数来完全确定,这种只有大小的量叫做**数量**(标量).另外还有一些比较复杂的量,例如位移、力、速度、力矩和角速度等,它们不仅有大小,而且还有方向,这种量叫做**向量**(矢量).

向量有两个特征:大小和方向,因此可用有向线段来表示. 有向线段的始点和终点分别叫做向量的始点和终点. 有向线段的方向表示向量的方向,有向线段的长度表示向量的大小. 向量的大小叫做向量的**模**. 始点是 A,终点是 B 的向量记作 $\overrightarrow{AB}$. 有时用黑体字母 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c},\cdots$ 等表示向量(图 8.5),向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的模分别记做 $|\overrightarrow{AB}|$ 与 $|\boldsymbol{a}|$.

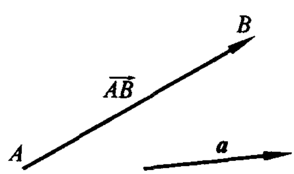


图 8.5

模等于 1 的向量称为**单位向量**. 模等于 0 的向量称为**零向量**,记作 $\mathbf{0}$. 零向量的方向可看作任意的. 不是零向量的向量称为**非零向量**. 在直角坐标系中,以原点为始点,另一点 M 为终点的向量 $\overrightarrow{OM}$,叫做点 M 对于原点 O 的**向径**,记为 $\boldsymbol{r}$.

对于向量,解析几何中只考虑其模和方向.这种只由模和方向决定

的向量，称为**自由向量**(简称为向量). 如果向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 模相等，且方向相同，则称向量 $\boldsymbol{a}$ 和向量 $\boldsymbol{b}$ 是**相等的**，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 与向量 $\boldsymbol{a}$ 模相同而方向相反的那个向量，称为 $\boldsymbol{a}$ 的**反向量**，记作 $-\boldsymbol{a}$，显然有 $-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}$. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同或相反时，称向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行或共线，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 显然有 $\boldsymbol{0}/\!/\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 时 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

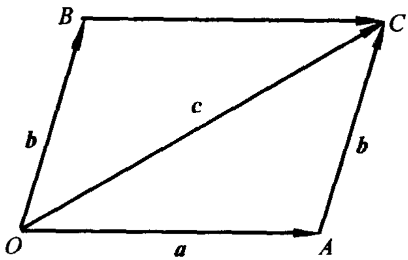
二、向量的加减法

在力学中，作用于一个质点的两个力，可以看做是两个向量. 可用平行四边形法则求这两个力的合力. 对于速度、加速度等量的合成也有相同的规律，规定如下：

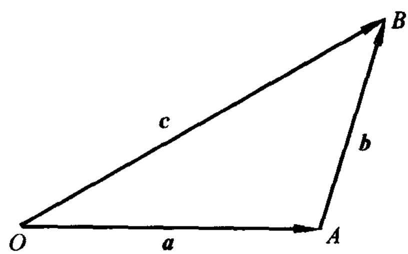
向量加法：设已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，以任一定点 O 为始点，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$. 再以 OA，OB 为边作平行四边形 $OACB$，则对角线上的向量 $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$，称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作

8.2 $$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$$

如图 8.6(a)所示，这种用平行四边形的对角线来规定两向量之和的方法叫做**平行四边形法则**.



(a)



(b)

图 8.6

注意图 8.6(a)中 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AC}$，所以向量加法还可以用另一种方法表示：以空间任一点 O 为始点，作向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，以 $\boldsymbol{a}$ 的终点 A 为始点，作向量 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{c}$ 称为向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 之和，如图 8.6(b)所示. 这种确定向量和的方法叫做**三角形法则**. 特别地，当向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 共线时，规定用三角形法则求和. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$ 显然有

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$$

向量加法有下列运算规律：

(1) 交换律：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$，

(2) 结合律：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

按向量加法的三角形法则，由图 8.7(a)，和图 8.7(b)可对上述运算规律进行验证.

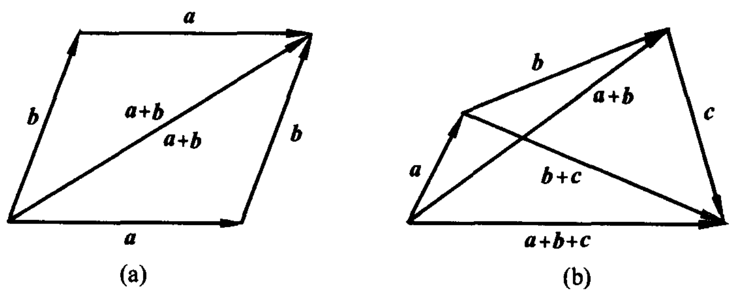


图 8.7

由向量加法的三角形法则，立即可得多个向量的求和法则. 其方法为：以空间任一点 O 为始点作向量 $\boldsymbol{a}_1$，以 $\boldsymbol{a}_1$ 终点为始点作向量 $\boldsymbol{a}_2,\cdots$，以 $\boldsymbol{a}_{n-1}$ 终点为始点作向量 $\boldsymbol{a}_n$，则以 $\boldsymbol{a}_1$ 的始点为始点，$\boldsymbol{a}_n$ 的终点为终点的向量就是和 $\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n$.

向量减法：规定向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的差 为

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$$

由向量和的三角形法则易作出其图形(图 8.8).

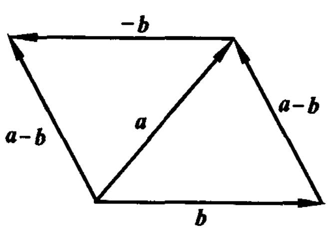


图 8.8

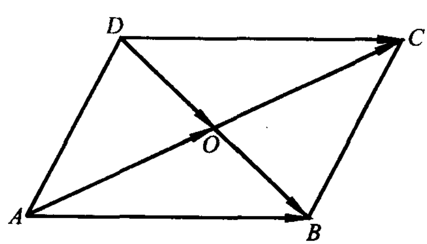


图 8.9

例 1　用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

证　设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于点 O 且互相平分（图 8.9），从图中可见：

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}\\ &= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC}\end{aligned}$$

因此 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$，且 $\overrightarrow{AB} /\!/ \overrightarrow{DC}$，所以四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

三、数与向量的乘积

8.3　实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积 $\lambda\boldsymbol{a}$ 是一个与 $\boldsymbol{a}$ 共线的向量，它的模

$$|\lambda\boldsymbol{a}| = |\lambda||\boldsymbol{a}|$$

$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向为：当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 方向相同；当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 方向相反.

由此可知，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 的充要条件是 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 或 $\lambda=0$，且

$$1\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}, \quad (-1)\boldsymbol{a} = -\boldsymbol{a}$$

向量 $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$ 的充要条件是存在实数 λ，使 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$. 这是因为，若 $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}$，记 $\dfrac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{b}|}=m$，当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同方向时取 $\lambda=m$，则有 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$；当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反方向时，取 $\lambda=-m$，亦有 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$. 反之，若 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，则由数与向量乘积定义，$\boldsymbol{a}$ 与 $\lambda\boldsymbol{b}$ 共线，即 $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}$.

数与向量的乘积满足下列运算规律：

(1) 结合律：$\lambda(u\boldsymbol{a})=(\lambda u)\boldsymbol{a}$，

(2) 分配律：$(\lambda+u)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+u\boldsymbol{a}$　（第一分配律），

$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$　（第二分配律）.

要证结合律和第一分配律，只需证明等号两边向量的方向和模相同. 根据数与向量乘积的定义与 λ、u 的大小、正负分情况即可证明，在此从略. 现证第二分配律成立：

如果 $\lambda=0$ 或 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 之一是零向量，结论显然成立.

对于 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$、$\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$、$\lambda\neq0$，若 $\boldsymbol{a} /\!/ \boldsymbol{b}$，由前面定理可知存在 m，使得 $\boldsymbol{a}=m\boldsymbol{b}$，这样

$$\lambda(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = \lambda(m\boldsymbol{b} + \boldsymbol{b}) = \lambda(m + 1)\boldsymbol{b} = (\lambda m + \lambda)\boldsymbol{b}$$

$$= \lambda m\boldsymbol{b} + \lambda\boldsymbol{b} = \lambda(m\boldsymbol{b}) + \lambda\boldsymbol{b} = \lambda\boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b}$$

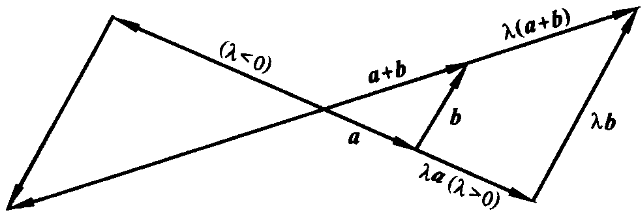


图 8.10

若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不平行(图 8.10)，显然由 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 为边构成的三角形，与以 $\lambda\boldsymbol{a}$、$\lambda\boldsymbol{b}$、$\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$ 为边构成的三角形相似，从而

$$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \lambda\boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b}$$

当 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$ 时，注意到 $|\boldsymbol{a}|>0$，$\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同方向，而且

$$\left|\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}\right| = \frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{a}|} = 1,$$

所以 $\dfrac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$ 是与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量，称为 $\boldsymbol{a}$ 的单位向量，记为

8.4
$$\boldsymbol{a}^{\circ} = \frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$$

即非零向量的单位向量，等于该向量与其模的倒数相乘.

例 2　用向量方法证明：连结三角形两边中点的线段平行于第三边且等于第三边的一半.

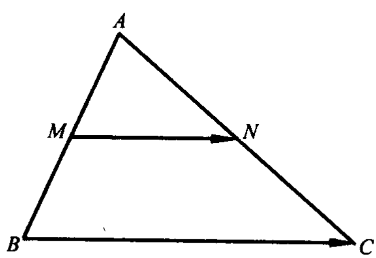


图 8.11

证 $\triangle ABC$ 如图 8.11 所示，AB、AC 的中点分别为 M、N，则有

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

所以 $MN \parallel BC$，且 $|MN|=\frac{1}{2}|BC|$.

习 题 8.2

1. 试证明：当 $\lambda>0, u<0$ 时，$\lambda(u\boldsymbol{a})=(\lambda u)\boldsymbol{a}$.

2. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，证明 $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{BD}$，即 A、B、C 三点在同一直线上(共线).

3. 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$. 用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示四个边上的向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{DA}$.

第三节 向量的坐标

向量的加法，数与向量的乘法运算虽然可以象多项式加法和数乘多项式那样去演算，但仍需通过几何图形来表示，这对于向量的进一步研究和应用极不方便. 为此引进向量的坐标，把向量用有序数组表示出来，把向量的运算转化为代数运算.

我们注意到，当 $\boldsymbol{a}$ 为一单位向量时，所有与 $\boldsymbol{a}$ 平行的向量 $\boldsymbol{b}$，都可以唯一地表示成 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$. 此时这些向量之间的加法，数与向量的乘法运算可以转化为仅对数 λ 的运算. 由力学中学过的力的合成与分解，容易想到把任意向量分解成几个固定的向量之和，即用几个固定的向量来表示任意向量，或再进一步用有序数组来表示向量的方法. 为此，在空间直角坐标系中，引入单位向量 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$，令其方向分别与 x 轴，y 轴，z 轴的正方向相同，并称它们为这一坐标系的**基本单位向量**.

现在先来考虑向径的分解. 设向径 $\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OM}$，$M$ 点的坐标为