

统计分析方法及其应用

张崇甫 陈述云 胡希铃 编著

重庆大学出版社

统计分析方法及其应用

张崇甫 陈述云 胡希铃 编著

重庆大学出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了常见的统计评价、统计预测和抽样调查方法,给出了较多的应用成果。全书共分4章,包括统计综合评价、统计预测、抽样技术、综合应用实例等内容。本书对统计分析方法的原理、操作步骤、适用范围作了详细介绍,注重应用统计分析方法解决实际问题,有较多的应用例证。

本书可作为大专院校财经、统计、管理、应用数学等专业师生的教学参考书,也可供从事相关专业的人员参考。

统计分析方法及其应用

张崇甫 陈述云 胡希铃 编著

责任编辑 刘茂林

*

重庆大学出版社出版发行

新华书店经销

重庆建筑专科学校印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:13.75 字数:343千

1995年9月第1版 1995年9月第1次印刷

印数:1-2000

ISBN7-5624-1091-7/F·102 定价:13.50元

(川)新登字020号

前 言

随着计算机的普及,统计分析方法在社会经济、生物、医学、气象、水文、农业等领域得到了日益广泛的应用。近几年来,我们应用统计分析方法对社会经济问题作了一些探索,本书就是这些探索成果的集中体现。全书较系统地介绍了常见的统计综合评价、统计预测和抽样调查方法,给出了较多的应用成果,侧重于应用统计分析方法解决实际问题,对方法的原理、操作步骤、适用范围作了较详细的阐述,略去了繁难的数学推导,应用例证较多,目的是以较多的实际应用成果给统计理论工作者更多的启迪,同时也给实际工作者较多的解决实际问题的方法。

本书适宜于大专院校财经、统计、管理、应用数学等专业的师生作教学参考书,也可供相关专业的人员阅读参考。

由于成书时间较短,加之水平有限,本书难免有缺点和错误,恳请读者批评指正。

编著者

1995年9月

目 录

第一章 统计综合评价	(1)
第一节 综合评价方法概述.....	(1)
第二节 指标无量纲化方法.....	(5)
第三节 指标赋权方法.....	(9)
第四节 指标评价值的综合方法	(16)
第五节 几种常规综合评价方法	(18)
第六节 灰色关联度评价法	(29)
第七节 模糊综合评价法	(37)
第八节 主成分分析	(47)
第九节 因子分析	(65)
第十节 聚类分析	(76)
第十一节 综合评价方法的优选	(87)
第二章 统计预测	(89)
第一节 预测概述	(89)
第二节 一元线性回归分析及预测	(90)
第三节 多元线性回归分析及预测	(95)
第四节 几种非线性回归分析.....	(102)
第五节 时间序列分析及预测.....	(105)
第六节 时间序列的 B—J 预测法	(114)
第七节 马尔科夫概型分析及预测.....	(124)
第八节 预测精度问题.....	(131)
第三章 抽样技术	(133)
第一节 抽样调查概述.....	(133)
第二节 抽样估计原理.....	(137)
第三节 简单随机抽样.....	(140)
第四节 分层抽样.....	(145)
第五节 等距抽样.....	(156)

第六节 整群抽样.....	(163)
第七节 两阶段抽样.....	(169)
第八节 目录分层抽样.....	(178)
第四章 综合应用实例	(181)
第一节 宏观经济监测预警系统的建立.....	(181)
第二节 我国经济市场化进程研究.....	(187)
第三节 多元分析调优及其应用.....	(195)
附录 常用统计表	(206)
附表1 随机数字表	(206)
附表2 正态分布表	(207)
附表3 t 分布表	(208)
附表4 F 分布表	(209)
附表5 χ^2 分布表	(211)
参考文献	(212)

第一章 统计综合评价

在实际工作中,人们常常会遇到从不同侧面对客观事物的整体情况作出评价这样一类问题。例如,对一个国家或地区社会经济发展水平的评价,经济效益状况的综合考核,企业或地区间综合实力的比较等等。解决这类问题的方法就是统计学中的多指标综合评价方法。

第一节 综合评价方法概述

一、统计综合评价问题的提出

由于客观事物之间总是处于相互联系、相互依存、相互作用之中的。因此,要正确评价客观事物的整体状况,就必须从各个角度、不同侧面去描述和分析,这就形成种类繁多的单项统计指标。这些单项指标在评价客观事物中都有着各自重要的不可替代的作用。但是,我们知道,任何单项指标往往只能反映客观事物的一个侧面,而不可能全面反映事物的整体情况。例如,在考核企业经济效益状况时,人们可以从不同的角度提出各种考核指标,如资金产值率、劳动生产率等,这些指标都是从一个方面而且只能从一个方面反映企业经济效益的优劣。比如,资金产值率只能从资金利用方面反映企业的经济效益水平。实际情况是,资金产值率高(低),并不代表劳动生产率等其它效益指标的数值也高(低)。同样,劳动生产率也只是从劳动力利用角度体现企业效益水平,劳动生产率高(低)并不意味着资金产值率也高(低)。这说明,单项指标具有一定的局限性。

因此,为了克服单项指标的不足,人们试图用单项指标所构成的整体即指标体系来评价客观事物。显然,这种用指标体系评价的方法能够在一定程度上克服单项指标的局限性,提高评价的全面性和科学性。但是,在评价的整体性上却大大退步了。因为各个指标同时使用,经常会发生不同指标之间相互矛盾的情况,因而不能对被评价对象作时间和空间上的整体对比。例如,在比较甲、乙两个企业同一时期经济效益的优劣时,往往会遇到这样的情况:甲企业有几项经济效益指标好于乙企业,同时,乙企业有几项效益指标好于甲企业。这时就无法论断甲乙两个企业的经济效益究竟孰好孰差。同样,在比较分析同一企业不同时期经济效益的发展变化时,也常常会遇到类似的情况。正是指标体系的这一不足,人们发展了各种多指标的综合评价方法,把反映被评价对象的各个指标的信息综合起来,变换成一个综合指标,凭此反映被评价事物的整体状况。综合指标既解决了评价的整体性问题,又克服了单项指标的片面性。

从以上分析可以看出,多指标综合评价就是将多个描述被评价事物的统计指标信息加以综合而对被评价事物作出的整体性评价。它的基本作用在于弥补单项指标的不足,便于被评价对象在不同时间或空间的整体性比较和排序。

二、综合评价的一般步骤

随着社会经济的发展和管理水平的现代化,人们不断提出新的综合评价方法。尽管各种综合评价方法特点各异,但基本步骤大致相同。

(一) 选取评价指标,建立评价指标体系

综合评价的结果是否客观、准确,首先取决于被综合的评价指标是否准确、全面。因此,评价指标的选择是综合评价中的重要基础工作。

从方法上分,评价指标的选取有定性与定量两大类。

1. 定性选择评价指标

用定性方法选取评价指标时应注意以下几点:

首先要明确综合评价的目的和目标。要弄清评价主题是什么、评价事物的哪一个方面等等。例如,在一个国家或地区文化教育水平的综合评价中,应围绕“文化教育”这一个评价主题或目标选择统计指标,而不能把其它一些指标比如人均收入水平等也作为文化教育水平评价指标。明确这一点非常重要,它能保证最终的评价结果符合综合评价的目的要求。

其次,对评价目标进行定性分析,找出影响评价目标的各层次因素,建立评价指标体系。一般来说,至少应从三个层次对评价目标进行因素分析。第一个层次是总目标层,它说明的是综合评价最终所要达到的目标;第二层次是中间层次,它是对总目标层的主要因素的分析,是具体的评价指标的类综合;第三层次是指标层,它由反映评价目标的各个方面的统计指标所构成。例如,在对某地区经济发展的综合评价中,总目标层是要说明该地区经济的综合发展水平,中间层是对经济综合发展水平的大类因素的分解,它包括经济增长水平、社会经济环境、人口素质、生活质量、发展潜力等主要因素,指标层则是对每个中间层构建统计评价指标体系。比如,对生活质量这一中间层,它可以包含人均消费水平、人均收入水平、每万人拥有的医院床位等统计评价指标。当然,在每个具体的综合评价案例中,并不一定非要列出中间层,只要明确了总目标层,即综合评价所要达到的最终目标后,可直接列出统计评价指标体系就行了。这种方式为目前众多的综合评价案例所采用。

第三,在建立评价指标体系时应兼顾如下几个原则:

(1) 全面性原则。为保证综合评价结果客观、准确,在初步建立指标体系时应该尽可能多地选取可以概括反映被评价事物各个层面的基本特征的评价指标,以便最终确定指标体系时有筛选余地。

(2) 可比性原则。选取评价指标时应注意指标的口径范围和核算方法的纵向可比和横向可比的原则。在对同一事物不同时期的评价中应注意纵向可比,而对同一时期不同事物之间的评价中应注意横向可比。

(3) 可操作性原则。选取的评价指标不仅应符合综合评价的目的,更应有数据的支持。也就是说,评价指标的数据应容易取得,否则建立的指标体系只能束之高阁,无法实现综合评价的目的,从而也就无助于指导实际工作。目前,国内有一些指标体系的研究个案中没有充分注意到这一点。

第四,在选取评价指标时,还应注意与所采用的综合评价方法相协调。在本章后续内容中将会看到,有些综合评价方法本身能够消除指标之间的相互干扰和替代,这时选取指标应多注意全面性。而另一些评价方法却要求评价指标间尽可能不相关,这时就应多注意指标的代表性。

最后,在纵向评价客观事物的发展状况时,既要选取总量指标,也要有速度评价指标。用总量指标评价客观事物的发展状况,可以反映事物发展的实际水平。但如果被评价事物本身具有明显的长期趋势,则在评价不同时期的发展状况时,会产生较大偏差。此时,用速度指标来反映

事物的发展可以弥补总量指标的局限性,可以反映出被评价事物的发展是否均匀,但它也有局限性;即没有考虑到事物发展的实际水平,而且在事物发展起伏较大时,单用总量指标或速度指标常常会得到截然不同的评价结果。因此,为了客观地评价事物的发展状况,将总量指标和速度指标都纳入评价指标体系是必需的。

2. 定量选取评价指标

为了全面反映被评价对象的情况,评价者总希望所选取的评价指标越多越好。但是,过多的评价指标不仅会增加评价工作的难度,而且会因评价指标间的相互联系造成评价信息相互重叠、相互干扰。因此,需要从初步构建的评价指标体系中选取一部分有代表性的评价指标来简化原有的指标体系。解决这一问题有两条途径:一是从指标体系去定性分析各评价指标间的相互关系,从而选出一些指标来代替原始的指标体系;另一条途径是用数理统计的方法,根据指标间的关系去定量地选取代表性指标。当然,应尽量把这两种方法结合起来。选取部分有代表性指标的数理统计方法较多,这里介绍几种常用的方法。

第一种是极小广义方差法^①。它是根据条件广义方差极小的原则来选取代表性指标的。按这种方法,从 p 个指标中选取一个代表性指标的基本思路是:如果 p 个指标的总变动性由它们的协方差矩阵的行列式值(称为广义方差)来表示,则从 p 个指标中去掉某个指标后剩下的 $p-1$ 个指标的广义方差(此时实际上是条件广义方差)就反映了在剔除该指标后,剩下的 $p-1$ 个指标变动的程度。如果这一条件广义方差很小,就表示剔除该指标后余下的 $p-1$ 个指标几乎不怎么变化了,也就表示该指标具有“代表”性。因此,从这个观点出发,使条件广义方差最小的那个指标就最具有代表性,这个指标就为我们所要选取的代表性指标之一。重复这一过程,就可以选取若干个有代表性的评价指标。

第二种方法是极大不相关法^②。它的基本思想是:把 p 个指标中那些可以由其他指标“代替”的剔除掉,剩下的便是彼此不能代替的,并能全面反映原有的 p 个指标信息。其大致的步骤是:逐个计算每个指标与除去该指标后余下的 $p-1$ 个指标间的复相关系数,那么使这 $p-1$ 个复相关系数值最大的那个指标在很大程度上可以被余下的 $p-1$ 个指标提供的评价信息所决定,因此应剔除这个指标。重复这一过程,直至留下若干个相关性较小的指标为止。

第三种方法是主成分分析方法。它的基本思想和作法是:对 p 个指标作主成分分析可得 p 个主成分,其中最后一个主成分包含原来 p 个指标的信息是最少的,因而在该主成分中起主要作用的指标对全部原始信息的贡献是很少的,所以剔除最后一个主成分中较大系数所对应的指标对综合评价不会产生大的影响。对剩下的指标重复作主成分分析,并重复剔除指标这一过程,就可以选出若干有代表性的评价指标,从而达到简化原来的评价指标体系之目的。

(二) 确定评价指标的转换和综合方法

前面已谈到,综合评价是将描述被评价对象的多个指标的信息加以综合而对被评价事物的整体性评价。多个指标的综合应以各评价指标的同质性为前提。非同质的指标是不可比的,当然也就不能综合。但评价指标体系中的各个指标往往是非同质的。一方面,各指标的实际数值的量纲不同;另一方面,由于各评价指标反映的是被评价事物的不同侧面,因此,采用的指标形式可以有所不同,可以是总量指标,也可以是相对数指标或平均数指标,这样就会产生各评价指标的实际数值在数量级上有差异。指标的同质化,可以用无量纲化的方法加以解决。所谓

^① 王硕平:用数学方法选择社会经济指标,统计研究,1986年第6期。

^② 张尧庭,张璋:几种选取部分代表性指标的统计方法,统计研究,1990年第1期。

指标的无量纲化,就是消除量纲和数量级的影响,将指标的实际值转化为可以综合的指标评价值,从而解决评价指标的可综合性问题。由此可见,指标的无量纲化处理是综合评价中的重要基础工作。

在将指标实际值转化为指标评价值后,就可根据被评价事物的特点,选取恰当的合成方法将各指标的评价值综合成一个指标,以得到一个整体性的评价。合成的方法较多,有加法合成、乘法合成、加乘混合合成等方法,各种方法有其适用场合,这将在本章第四节中详细介绍。

(三) 确定评价指标的权数

唯物辩证观认为,影响事物发展的因素有主次之分。也就是说,在综合评价中,评价指标体系中的各个指标对被评价事物的作用有大有小,因此,需要加权处理。权数是衡量各指标在综合评价中相对重要程度的一个数值,一般以相对数形式表示。由于多指标的综合一般采用加权平均的方法,因此,权数的确定直接影响着综合评价的结果,权数的变动会改变被评价对象的优劣顺序。所以,权数确定在综合评价中是十分敏感而又重要的工作。确定权数的方法将在本章第三节中详细介绍。

(四) 加权合成指标评价值,求得综合评价值

依综合评价值的大小,对被评价事物进行排序比较分析。对综合评价值应明确以下3点:

(1) 综合评价值反映了被评价对象的整体相对地位。由于对指标实际值作无量纲化处理得到的指标评价值总是可以归结为一个统计相对数的,而统计相对数能反映被评价对象的相对地位,因此,把各指标对应的评价值加权合成所得到的综合评价值,就可以从整体上反映被评价对象的相对地位。

(2) 综合评价值比较抽象地反映了被评价对象的一般水平或趋势。由统计学原理可知,统计平均数反映的是事物的一般水平或趋势,而综合评价值是通过对各指标的评价值(即统计相对数)采用加权平均的方法加以合成而得到的。所以,综合评价值反映的是被评价对象的一般趋势和综合水平。这说明,综合评价值有确切的实际含义。例如,当从各个侧面来反映一个企业的技术开发能力时,综合评价值就代表着该企业的技术开发“综合能力”;当评价一个国家的国力时,综合评价值就代表“综合国力”,等等。而综合评价值的实际含义往往又比较抽象,不易把握,但不能由此否认综合评价结果的客观性和科学性。

(3) 综合评价值增加了评价信息。由于综合评价值是在各评价指标实际值的基础上产生的,因此,除了综合评价值这个综合指标外,还有反映被评价事物各个方面的数据资料,为决策管理提供了多层面的信息。

三、综合评价的数学实质

综合评价是把描述被评价对象的多个量纲不同的指标实际值转化成无量纲的评价值,并综合这些评价值而对被评价事物作出的整体性评价。它的数学实质是:把高维空间中的样本点投影到一维直线上,通过一维直线上的投影点来对被评价对象作不同时(空)间的整体性比较和排序。

假设用 p 个评价指标描述被评价对象。 p 个指标构成一个 p 维空间 A ,被评价对象则是 p 维空间中的若干个点。由于每个评价指标量纲和数量级的不同,综合评价时要进行无量纲化处理,把指标实际值转化成指标评价值,这实质上是把 p 维空间 A 向另一个空间 B 投影。此时空间 B 仍是 p 维的,但每一维的量纲已经一致了。空间 A 中的点也就相应地投影到空间 B 中,但

此时仍无法对空间 B 中的投影点比较大小。而综合评价时把各指标评价值加以恰当合成而成为一个综合评价值,这相当于把空间 B 中的投影点投影到一维直线上。而一维直线上的点是可以比较和排序的,所以综合评价就是通过无量纲化和合成这两次投影,把无序空间 A 中的点(被评价对象)投影为有序直线上的点,从而解决了被评价对象在不同时(空)间上的整体性比较和排序。

第二节 指标无量纲化方法

指标的无量纲化就是将指标的实际值转化为评价值。由于指标的性质不同,相应地,指标实际值转化为评价值的方法也就不同。本节将根据不同情况介绍指标转换和定值的方法。

一、逆向指标、适度指标正向化

统计评价指标按其作用趋向不同,可以分为正向指标、逆向指标和适度指标三类。正向指标是指那些数值越大越好的统计评价指标,逆向指标则是数值越小越好的评价指标,而适度指标是数值既不能太大,也不能太小的指标。例如,人均收入水平是正向指标,万元产值物耗率是逆向指标,而积累率却是适度指标。对逆向指标和适度指标首先要转换成正向指标,然后再按正向指标进行无量纲化处理。

对逆向指标正向化,常用的方法有:

1. 直接取原逆向指标 x_i 的倒数,就可得到一个正向指标 y_i ,即

$$y_i = \frac{1}{x_i} \quad (1.2.1)$$

2. 在有最小阈值 $x_{\min}$ 的条件下,可按如下公式转换成正向指标 y_i ,即

$$y_i = x_{\min}/x_i \quad (1.2.2)$$

3. 在有最大阈值 $x_{\max}$ 时,可采用下述公式转换:

$$y_i = 1 - \frac{x_i}{x_{\max}} \quad (1.2.3)$$

实践中,可根据具体情况灵活选用上述三种公式中的一种。也可选用其它方法将逆向指标正向化。

对于适度指标 x_i ,应首先确定一个最优的适度值 x_0 ,然后再按下述公式转化成正向指标:

$$y_i = \frac{1}{|x_i - x_0|} \quad (1.2.4)$$

这个公式的转换原理是:由于适度指标的数值既不能太大,也不能太小,而只能围绕最优适度值 x_0 变动。 $|x_i - x_0|$ 反映了适度指标的实际值与适度值 x_0 间的偏差。偏差越大,说明指标实际值离适度值越远,也就越不好;反之,偏差越小,则越好。所以, $|x_i - x_0|$ 是一个逆向指标,再按逆向指标正向化公式(1.2.1)就可把适度指标转换成正向指标。

公式(1.2.4)中的最优适度值可从定性的经验分析中得到,也可按数学方法定量求出。在有适度指标的样本资料时,往往可以用适度指标的样本均值来近似代替,当然这样代替是很粗糙的。

二、定性指标量化

按其反映的内容,评价指标有主观与客观之分,有定性与定量之分。由于事物的复杂性,有时难以对被评价事物作客观的定量描述,这时就需要用一些定性指标、主观指标来评价事物。例如,对社会治安环境、精神文明程度、歌手的演唱水平等等的评价,往往只能采用主观定性的方式来评价。在这种情况下,也需要将主观的、定性的评价指标无量纲化,以便与其它指标的评价价值一起综合。为此,需先将定性指标定量化,然后才能按定量指标的无量纲化公式转换成评价价值。

在实际工作中,定性评价指标往往采用名次和等级两种形式。对于名次评价指标的定量化,可按下述公式转换

$$y_i = 1 - \frac{1}{n}(x_i - 0.5) \quad (1.2.5)$$

式中 x_i ——被评价对象的名次;
 y_i ——第 i 个被评价对象的评价得分;
 n ——所有参评对象的个数。

公式中 $(x_i - 0.5)$ 是为了避免最后一名被评价对象的评价得分为零的情况,并能保证各被评价对象的评价得分均匀地分布在 0 与 1 之间。由于名次越小,说明被评价对象在该指标上越好,因此评价得分应越多。所以要采用“倒扣”的方法,即用 1 减去 $\frac{x_i - 0.5}{n}$ 。

对于等级评价指标,一种方法是确定定性与定量关系转化的量化系数,如将“优、良、差”分别记为“1、0.5、0.1”的评价系数。从实际工作看,确定这种评价系数是没有统一标准的,这需要根据具体情况灵活处理。另一种方法是将等级转化成标准百分比。

三、(正向) 定量指标的无量纲化

在综合评价中,遇到的大多数评价指标还是数值越大越好的正向定量指标。但由于各指标说明的评价内容不一样,因此,在指标形式上也不一样,如指标有绝对数、相对数和平均数等形式,即使是同一类型的指标,它们的量纲和数量级也可能不同,所以需要进行无量纲化处理,将指标实际值转化成评价价值,以解决多个指标的可综合性问题。从众多的综合评价研究案例中可以看出,无量纲化方法有三大类:直线型、折线型和曲线型。

(一) 直线型无量纲化方法

如果无量纲的指标评价价值与指标的实际值之间是呈线性关系的,这种无量纲化方法就称为直线型无量纲化方法。常见的直线型无量纲化方法包括阈值化、中心化、规格化、标准化和比重化等。

(1) 阈值化。阈值化是将指标的实际值与该指标的阈值相比较,从而得到指标评价价值的方法,即

$$y_i = \frac{x_i}{x_0} \quad (1.2.6)$$

式中 y_i ——指标转换后的评价价值;
 x_i ——指标实际值;
 x_0 ——该指标的阈值。

从式(1.2.6)可以看出,如果阈值 x_0 确定得太大,评价价值对指标变化的反映会很迟钝。反

之,如果阈值 x_0 太小,评价值又会过于灵敏地反映指标的变化。这两种情况都会使最终合成的综合评价值难以准确地反映客观实际。因此,阈值的确定对综合评价是至关重要的。对这个问题的处理要把握好以下几点:

第一,根据综合评价的目的来确定阈值。如果是动态评价,阈值可以定为被评价对象的历史最好水平,也可以是基期水平。如果是对计划完成情况的评价,阈值则为计划数。对于实际水平的评价,阈值可以是同类被评价对象的最好水平或平均水平。

第二,阈值的确定应以便于综合评价为原则。因此,在具体的综合评价中,只要阈值的确定对大多数被评价对象来说是合适的,这个阈值就可以被认为是可行的。

第三,阈值的确定是一个不断调整优化的探索过程。先确定一个值进行试算,根据试算结果,可再进行调整,直至比较合乎实际为止。

(2) 中心化,也称均值化。先求出每个评价指标的样本均值 $\bar{x}_i$,再将指标的实际值 x_i 与该指标的均值相比较,就得中心化后的评价值 y_i :

$$y_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\bar{x}_i} \quad (1.2.7)$$

(3) 规格化,也称极差正规化。先找出每个指标的最大值 $\max$ 和最小值 $\min$,这两者之差称为极差(也称全距),然后以每一个指标实际值 x_i 减去该指标的最小值,再除以极差,就得到正规化评价值 y_i ,即

$$y_i = \frac{x_i - \min}{\max - \min} \quad (1.2.8)$$

这种无量纲化方法实际上是求各评价指标实际值在该指标全距中所处位置的比率。此时 y_i 的相对数性质较明显,而且取值均在 0 与 1 之间。

(4) 标准化,也称 $Z - Score$ 变换。先求出每个指标的样本均值 $\bar{x}$ 和标准差 S ,然后从指标实际值中减去该指标的均值,再除以该指标的标准差 S ,就得到标准化评价值 y_i :

$$y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \quad (1.2.9)$$

一般说来,只有当被评价对象(即样本)较多时,才能用上述无量纲化公式。从式(1.2.9)容易看出,此时的评价值 y_i 将在 -1 与 1 之间取值,而且 y_i 的相对数性质已不明显。

(5) 比重法,主要公式有

$$y_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (1.2.10)$$

$$y_i = \frac{x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}} \quad (1.2.11)$$

这种无量纲化方法为多目标决策分析中的一些方法所采用。

(二) 折线型无量纲化方法

在实际的综合评价工作中,有时会遇到这样一种情况,即评价指标值处于不同区间变化时对评价对象的综合水平的影响是不一样的。低于某一数值时,该指标不影响被评价对象的评价,高于某一数值时,该指标对被评价对象的作用不再增加,而在某区间内该指标对被评价事物的影响是等量递增的。这时将指标实际值转化为评价值应采用折线型公式,即:

$$y_i = \begin{cases} 0 & x_i < x_a \\ \frac{x_i - x_a}{x_b - x_a} & x_a \leq x_i \leq x_b \\ 1 & x_i > x_b \end{cases} \quad (1.2.12)$$

显然,这种处理方法可以避免各评价指标间的相互干扰和相互替代。例如,国家统计局农村小康课题组在评价我国农村奔小康的进程时就采用这种转换方法。他们先分别确定每个评价指标的温饱线(x_a)和小康标准(x_b),然后按式(1.2.12)计算每个指标的评价值,再将各指标的评价值加权综合就测算出我国农村向小康目标迈进的程度。

(三) 曲线型无量纲化方法

在实际的社会经济现象中,指标实际值的等量变化,在不同阶段具有不同的意义。例如,在企业经济效益评价中,经济效益位居前列的企业,其继续提高的幅度要远远低于那些处于落后水平的有潜力的企业。也就是说,当效益指标数值处在不同水平时,要作进一步的等量改善,不同类型效益的企业在经营管理等方面所作的努力是不一样的。又如,在比较中国和美国的经济实力时,国内生产总值同样增长1个百分点,美国带来的国内生产总值的增量却远远大于中国的增量,美国为实现这一增量的投入也远远超过中国。因此在指标实际值转化为评价值时,应采用曲线型非等量方式。即当指标实际值处于不同水平时,指标值增加同一幅度,则处于较高水平的指标评价值的增加要大一些。曲线型转换方法很多,可根据实际情况灵活选择。例如,我们在确定某省的主导产业时,曾设置需求收入弹性这一产业评价指标,对这个指标实际值的转化采用了如下形式的升半哥西分布公式

$$y_i = \begin{cases} 0 & x_i \leq 1 \\ \frac{1}{1 + [5(x_i - 1)]^{-2}} & x_i > 1 \end{cases} \quad (1.2.13)$$

上式表明,如果某产业随着国民经济的增长,其需求相对下降,亦即该产业的发展慢于国民经济增长速度,那么该产业明显不能作为主导产业加以培植发展,换句话说,在确定主导产业时,该产业的评价值应为零;如果某产业的发展比国民经济的增长快,那么该产业成为主导产业的可能性就越大,因而评价值也就越大。但为了避免需求收入弹性指标干扰和替代别的产业评价指标,规定该指标的评价值最大不超过1。

从三种类型的无量纲化公式看,曲线型公式可以处理各种复杂的指标转换问题,能更准确地揭示出指标实际值与评价值之间的关系,可以使评价结果更为可信、更为客观、公正。直线型公式是一种等量递增的近似转换公式,而折线型公式则是直线型公式与曲线型公式之间的一种过渡公式,它既可以避免曲线型公式确定之繁难,有时又可以避免采用直线型公式之粗糙。

尽管从理论上讲,曲线型公式比直线型公式准确,但是在实际操作时,如果曲线型公式中的参数确定不恰当,其结果不一定比直线型公式准确。因此,与其追求绝对意义上的最优解,还不如采用相对意义上的满意解。所以,在不影响被评价对象间相对地位的前提下,可以用近似的、简化的直线型公式代替曲线型公式。而且从众多的综合评价研究实例看,用直线型转换公式所得的综合评价结果与用复杂的曲线型公式所得到的结果常常是近似的。基于上述理由,在综合评价实践中,常常是采用直线型无量纲化公式。

第三节 指标赋权方法

指标的无量纲化解决了多个指标的可综合性问题。但为使由多个指标合成的综合评价值更能准确地反映被评价对象的真实情况,还必须对转换后的指标赋予不同的权数。因为各个评价指标对被评价对象的影响大小和作用是不同的。所以,怎样科学地确定各评价指标的权数对综合评价结果具有重要影响。

确定权数的方法很多,但基本上可以分成两大类:主观赋权法和客观赋权法。

一、主观赋权法

(一) 专家评判法

专家评判法的基本思路是:邀请一批对所研究问题有深入了解的专家,让他们各自独立地对每个评价指标赋予权数。然后将专家意见集中起来,求出每个指标权数的平均值和方差。由于每位专家对各评价指标的重要程度的认识不一致,所赋权数会有差异,通过均值和方差分析,就可以观察到专家意见的离散程度。如果第一次专家意见过于分散,可以进行第二次直至第 n 次,目的要使专家意见接近一致,并以最后一次各专家权数的平均值为评价指标的权数。比如,假定邀请了 n 位专家,其中第 i 位专家最后一次给 p 个评价指标赋予的权数为 $w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ip}$,则以

$$\bar{w}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

作为第 j 个指标的权数。

这种方法简单实用,便于推广,是确定权数的主要方法之一。

(二) 层次分析法

层次分析法(Analytic Hierarchy Process,缩写为AHP)是由美国学者Saaty在70年代提出的一种多目标决策分析方法。它把影响被评价对象的各种错综复杂的因素按照相互作用、影响及隶属关系划分成有序的递阶层次结构。根据对一定客观现实的主观判断,对相对于上一层次的下一层次中的因素进行两两比较,然后经过数学计算及检验,获得最低层相对于最高层的相对重要性权数,并进行排序。这一方法用于评价指标赋权时,有其独特的作用。其基本思路是,首先建立有序的递阶指标系统,然后主观地将指标两两比较构造判断矩阵,再根据判断矩阵进行数字处理及一致性检验,就可获得各指标的相对重要性权数。具体步骤是:

1. 对指标进行两两比较,构造判断矩阵

判断矩阵是同一层次中的各评价指标的相对重要性的判断值,它是由若干专家根据一定客观现实所作出的主观判断。考虑到专家直接对指标赋权有一定难度,层次分析法在确定两个指标间的相对重要性程度时引入了九分位的比例标度,使任何一对指标根据专家意见可以形成一个判定值。全部 p 个指标成对比较后形成一个判断矩阵 B ,如表1.3.1所示。

表 1.3.1

判断矩阵 B

指标	x_1	x_2	...	x_p
x_1	b_{11}	b_{12}	...	b_{1p}
x_2	b_{21}	b_{22}	...	b_{2p}
...	...	...	...	...
x_p	b_{p1}	b_{p2}	...	b_{pp}

矩阵 B 中元素 b_{ij} 表示指标 x_i 对指标 x_j 的相对重要程度的两两比较值, b_{ij} 用 1—9 之间的 9 个数字或其倒数表示。 b_{ij} 越大, 表示指标 x_i 比 x_j 越重要。具体含义是:

9 表示 x_i 比 x_j 极重要;

7 表示 x_i 比 x_j 很重要

5 表示 x_i 比 x_j 重要;

3 表示 x_i 比 x_j 稍重要;

1 表示 x_i 比 x_j 一样重要

1/9 表示 x_i 比 x_j 极不重要;

1/7 表示 x_i 比 x_j 很不重要;

1/5 表示 x_i 比 x_j 不重要;

1/3 表示 x_i 比 x_j 稍不重要;

取 8、6、4、2 或其倒数 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ 则是处于上述两相邻判断的中值。比如, x_i 比 x_j 重要, 但又不是很重要, 即处于重要与很重要之间, 所以, b_{ij} 应取为 6。

根据以上分析, 很明显有

$$b_{ij} > 0, b_{ii} = 1, b_{ij} = 1/b_{ji} \quad i, j = 1, 2, \dots, p$$

这表明, 每次构造判断矩阵时, 只需作 $\frac{n(n-1)}{2}$ 次判断即可。

2. 计算各指标的权数

层次分析方法的原理表明, 判断矩阵 B 的最大特征根所对应的特征向量就是各指标的权数向量。这样, 计算各指标的权数就归结为求矩阵 B 的最大特征根所对应的特征向量。求解这一特征向量的方法很多, 这里介绍简单实用的方根法。

首先计算判断矩阵 B 的每一行元素的积 M_i , 公式为

$$M_i = \prod_{j=1}^p b_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (1.3.1)$$

其次求各行 M_i 的 p 次方根

$$w_i' = \sqrt[p]{M_i} \quad (1.3.2)$$

最后对 w_i' 作归一化处理, 即得各指标的权数:

$$w_i = \frac{w_i'}{\sum_{j=1}^p w_j'} \quad (1.3.3)$$

3. 对判断矩阵进行一致性检验

用层次分析方法给指标赋权的重要前提是专家对各指标的相对重要程度的判断要协调一致, 不要出现相互矛盾的现象。例如, 在比较三个指标 x_1, x_2 和 x_3 时, 会发生 x_1 比 x_2 重要, x_2 比 x_3 重要, x_3 又比 x_1 重要这种明显的矛盾。这种情况在评价指标较多时, 是很容易出现的。所以,

在使用层次分析方法确定指标的权数时,要检验判断矩阵的一致性。判断矩阵 B 具有一致性的条件是矩阵 B 的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 等于指标的个数。据此可设置一致性检验指标 CI 和 CR 来检验判断矩阵 B 偏离一致性的程度。

第一步,用权数向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_p)'$ 右乘判断矩阵 B , 得到一个 p 阶列向量 BW , 再按公式

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \frac{(BW)_i}{w_i} \quad (1.3.4)$$

可求得判断矩阵 B 的最大特征根 $\lambda_{\max}$ 。公式中 $(BW)_i$ 代表列向量 BW 的第 i 个分量。

第二步,计算衡量判断矩阵偏离一致性的指标 CI , 公式为:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - p}{p - 1} \quad (1.3.5)$$

第三步,从式(1.3.5)可以看出,一致性指标 CI 与指标个数 p 有关。为了得到不同指标个数均适用的检验一致性的标准,还需计算随机一致性比率 CR ,

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (1.3.6)$$

式中 RI 为随机一致性标准值,见表 1.3.2。

表 1.3.2 随机一致性检验表

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.52	1.54	...

当 $CR < 0.10$ 时,一般认为判断矩阵 B 具有满意的一致性,否则需要调整判断值,直至通过一致性检验为止。

4. 综合各层次的权数,就可求出各指标的最终权数

假定中间层相对于最高目标有 m 个因素,它们的权数分别为 $a_1, a_2, \dots, a_m$, 而第 i 个中间层因素包含 p_i 个评价指标,它们的权数分别为 $w_{1i}, w_{2i}, \dots, w_{p_i}$, $p = \sum_{i=1}^m p_i$ 。则指标层中各评价指标相对于最高目标的权数为:

$$w_i = \sum_{j=1}^m w_{ij} a_j \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (1.3.7)$$

5. 总的一致性检验

设中间层第 i 个因素的一致性指标为 CI_i , 随机性一致比率为 CR_i , 则总的随机一致性指标为:

$$CR_g = \frac{\sum_{j=1}^m a_j CI_j}{\sum_{j=1}^m a_j CR_j} \quad (1.3.8)$$

如果 $CR_g < 0.10$, 则认为各评价指标的最终权数的确定具有合理性。否则需要调整判断值。

以上介绍的是只有一位专家的简单情况。然而实际情况往往是多位专家参加,这时,应按上述步骤分别通过一致性检验,运用几何平均法或算术平均法将各专家确定的权数综合平均,