

袁嘉祖 编著

灰色系统理论 及其应用

科学出版社

灰色系统理论及其应用

袁嘉祖 编著

科学出版社

1991

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书以简明的数学原理和方法阐述了灰色系统理论的基本概念和方法,及其在农林科学中的应用.主要内容包括灰色系统的基本概念、关联度分析、建模方法、预测、决策、规划和控制,在每章中都给出了应用实例和计算步骤.

本书读者范围:农业、林业、气象、经济、管理部门的科技工作者,以及从事系统工程、应用数学研究的人员,大专院校有关专业的师生.

灰色系统理论及其应用

青真 编

责任编辑 林 琳

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991年12月第一版 开本:787×1092 1/32

1991年12月第一次印刷 印张:10 5/8

印数:0001—2,600 字数:233 000

ISBN 7-03-002468-0/S·73

定价: 7.80 元

前 言

灰色系统是指既含有已知的又含有未知的或非确知的信息的系统。灰色系统理论是我国华中理工大学自动控制系邓聚龙教授创立的，是控制论的观点和方法延伸到社会、经济系统的产物。它运用的是控制论与运筹学相结合的数学方法，这些方法能较好地处理贫信息系统的问题。

我国农业正在由传统农业向现代农业过渡，农村经济正在由自给、半自给经济向商品经济转化。现代农业包括种植业、林业、畜牧业和渔业等部门，既是自然再生产与经济再生产相结合的物质生产部门，又是国民经济和生态环境的重要组成部分。它是一个多因素、多层次、多目标的复杂系统。系统中既有很多已被人们所了解的白色信息，又有尚未被人们发现的黑色信息，而更多的则是人们既知道一些，又不很清楚的灰色信息，所以农业系统是一个典型的灰色系统。要想使现代农业在新形势下稳定发展，就要寻求系统的最佳运行状态。这是一个系统性问题，需要用一套完整的数学方法和系统分析方法加以解决。确切地说，必须把定性与定量分析结合起来，应用多种学科的理论和方法，并且对农业系统中少量离乱的观测数据信息进行综合研究。实践证明，几年来，灰色系统理论在农业中的应用已初见成效，并已形成了具有自己特色的农业灰色系统分析方法。

解决问题的“方法”本身就是科学研究的一个重要内容。方法好比工具，在农林科技工作者的工具箱中，应该有多种多

DA-78/65

样的工具,以便在系统分析研究时综合使用,发挥各种工具之长,达到精工良效的目的。钱学森教授在 1985 年给山西省农村经济发展中心张沁文的一封信中指出:“切实重视各种系统工程方法的研究使用,其中包括灰色系统的研究和应用。”

为了介绍灰色系统分析方法在农林科学中应用,作者在 1985 年曾编写过一本《灰色系统理论及其应用》讲义,以后根据多年来的教学和科学研究,特别是在全国 20 多个科研单位和高等院校的讲学经验,并参考了国内近几年来的研究成果,几经修改成此书。

本书是从应用角度撰写的,主要特点是:内容精练、数学不深、注重方法、讲清实例、叙述通俗、条理清楚,尽量做到既具有基本概念、计算方法,又具有应用实例、结果分析。本书适于具有中专以上文化程度的科技工作者阅读。

全书共分七章,内容包括:灰色系统基本概念、关联度分析、建模、预测、决策、规划和控制。

灰色系统理论在农林科学中的应用还是一个新的领域,还有很多方面尚待开拓。由于作者水平有限,缺点和错误之处在所难免,敬请读者批评指正。

在本书编写过程中,得到了中国林学会董智勇理事长的热情支持和鼓励;华中理工大学自动控制系邓聚龙教授、陈绵云副教授提供了 AGO 和 SCGM(1, 1) 模型资料,并审阅了初稿;河北农业大学灰色系统工程研究室宋福祥研究员和刘铁成讲师提供了 LGM(1, 1) 模型资料;山西省农业资源综合考察研究所王学萌副研究员提供了部分决策和控制资料,胡纯同志协助计算了书中部分例题。在此谨向他们致以衷心的感谢。另外,为了尽可能反映灰色系统理论在农业上的应用成果,书中编入了近几年来学术交流会议的有关论文,借此

机会,向这些论文的作者表示感谢!

袁嘉祖

1990年7月于北京

目 录

第一章 概论	1
§ 1-1 什么是灰色系统	1
§ 1-2 灰色系统理论产生的背景	2
§ 1-3 灰色系统研究的主要内容	11
§ 1-4 灰色系统理论在农业中的开拓应用	13
第二章 灰色关联度分析	16
§ 2-1 关联度分析的意义	16
§ 2-2 面积关联度分析法	17
§ 2-3 相对变率关联度分析法	24
§ 2-4 斜率关联度分析法	29
§ 2-5 优势分析	34
第三章 灰色系统建模方法	39
§ 3-1 什么是灰色模型	39
§ 3-2 累加生成运算	40
§ 3-3 灰色模型的类型	50
§ 3-4 灰色系统建模机理与方法	52
第四章 灰色系统预测	120
§ 4-1 什么是灰色预测	120
§ 4-2 等间隔序列的数列预测	121
§ 4-3 非等间隔序列的数列预测	126
§ 4-4 灾变预测	136
§ 4-5 气象钟预测	139
§ 4-6 季节性灾变预测	145
§ 4-7 拓扑预测	151

§ 4-8	系统预测	154
§ 4-9	费尔哈斯模型预测	160
§ 4-10	马尔可夫链预测	165
§ 4-11	残差辨识模型预测	178
第五章	灰色系统决策	189
§ 5-1	什么是灰色决策	189
§ 5-2	灰色局势决策	190
§ 5-3	灰色协调局势决策	198
§ 5-4	灰色统计层次决策	210
§ 5-5	灰色聚类分析	222
第六章	灰色规划	232
§ 6-1	灰色线性规划	232
§ 6-2	灰色目标规划	248
§ 6-3	灰色非线性规划	271
§ 6-4	灰色动态规划	280
第七章	灰色系统控制	289
§ 7-1	灰色系统动态模型及其优化	289
§ 7-2	灰色系统可控性和可观性	298
§ 7-3	灰色系统稳定性	308
§ 7-4	灰色去余控制	314
§ 7-5	灰色预测控制	325
	参考文献	332

第一章 概 论

§ 1-1 什么是灰色系统

客观世界是由物质、能量和信息所组成，它们决定了事物的性质。因为物质的新陈代谢和能量的相互转换，必须依靠信息才能进行，所以信息虽然不是物质，也不是能量，但它不能脱离物质和能量而存在。任何事物总是不断发展变化的。事物彼此之间相互关联又相互制约。我们要认识某一客观事物的本质，必须要把握它的整体，这就是系统的观点。系统就是一个包含若干相互关联、相互制约元素所组成的具有某种功能的整体。如一个工厂、一个生产队、一个生物体、一个社会组织、一个经济区都可以看成是一个系统。任何一个系统，总是包含着若干子系统，同时又被若干子系统所包围。

通常，系统是复杂的、多层次的子系统的集合。这些子系统之间的关系决定着系统的性能。系统性能的变化又受到外界作用的影响，因而系统的性能或本质有时发生变化，成为新的系统，新系统与外界之间又建立起相对平衡关系。

到目前为止，描述和研究系统的理论与方法很多，灰色系统理论是由“黑箱”和“灰箱”演变而来的，1945年美国控制论专家维纳（N. Wiener）和1953年英国科学家艾什比（A. Isbo）曾用闭盒（Closed Box）与黑盒（Black Box）来称呼内部信息未知的对象。从此以后，人们就常用颜色深浅来表示系统信息完备程度。因此我们把内部特性已知的信息系统，

称为白色系统；把未知的或非确知的信息系统，称为黑色系统；把既含有已知的又含有未知的或非确知的信息系统，称为灰色系统。例如，一个工厂的人员、设备和技术条件是已知的，根据这些已知数据可以推断出该厂的产量和产值，这样的系统，称为白色系统。宇宙间，银河系以外的某些星球，我们虽然知道它们存在，但不知道它们的重量、体积和我们的距离，也不知道它们是否发光，是恒星还是行星？这就是黑色系统。人体是一个系统，人体的外形参数，如身高、体重、年龄等是已知的；某些内部参数，如体温、血压、脉搏等也是已知的，但有很多参数是未知的，如人体究竟有多少穴位，每个穴位有什么样的功能，与人体哪些部位有关，起什么作用等都是未知的或者是不确知的，我们称它为灰色系统。诸如农业系统、生态系统、生物系统、经济系统、管理系统、能量系统和工程技术系统等都是灰色系统。

§ 1-2 灰色系统理论产生的背景

人们研究系统的目的，就是要把系统控制朝着人们所希望的目标发展。随着生产和社会的发展，1982年问世的灰色控制系统理论，就是为人们认识、利用和改造自然的控制系统。设计或建立人造控制系统的方法是一个新的理论工具，而灰色系统控制理论产生有着许多背景。

我国西汉时期的指南车，17世纪帕斯卡（Pascall）和莱布尼茨（Leibniz）对设计数字计算机的设想，18世纪英国蒸汽机调速器的发明，19世纪麦克斯韦（Maxwell）和维什涅格拉特斯基（Вышнеградский）提出关于控制与反馈系统的理论，苏联的谢斯塔科夫（Щестаков）和加甫里洛夫

(Гаврилов) 以及日本科学家中岛等用逻辑代数研究开关电路方面的理论结果, 1928年由冯·诺意曼(J. von Neumann)建立起来的对策论和统计学家费希尔(R. A. Phisire)等建立的信息论等, 所有这些都形成了系统控制论的萌芽。到本世纪40年代, 系统控制论已形成一门独立科学。

控制论的发展大致可分为三个阶段:

第一阶段: 50年代末, 称为经典控制论阶段, 或者说是控制理论产生阶段。

经典控制论又称自动调节原理, 它是自动控制、通讯工程、计算技术、神经生理学和病理学以数学为纽带相结合的产物。它是在第二次世界大战期间, 为了提高武器发射命中率的需要发展起来的, 主要研究线性、定常、单输入-单输出及一些简单的线性系统, 其主要分析方法是采用频率法和根轨迹法。有关的系统数学模型的基本形式是传递函数, 例如, 连续时间系统的数学模型是微分方程, 离散时间系统是差分方程, 集中参数系统是常微分方程, 分布参数系统是偏微分方程。对于非线性系统则采用相平面法和描述函数法。这些已广泛用于工业生产系统之中。

经典控制论的主要贡献是在于建立了系统、信息、调节、控制、反馈和稳定性等控制论的基本概念和分析方法。但是经典控制论带有试凑的特点, 因而无法设计出高精度的最优控制系统、适应性控制系统和其它复杂系统。

第二阶段: 50年代末到70年代初为现代控制论阶段。

控制论的诞生是以1948年维纳的《控制论》一书出版为标志的。维纳在总结了许多科学家跨学科的共同研究的基础上, 创立了控制论这门学科。

在50年代末和60年代初, 由于导弹、航天、航海的制导、

导航和控制等空间技术的发展及生产过程的日趋复杂，需要研究大量非线性系统及时变系统，而且它们的参数受到某些限制，控制过程往往要求实现多参数调节。某些系统还要考虑各种随机因素和随机干扰，并要实现工程技术中的多变量控制、最优控制和自适应控制。然而经典控制论已不能满足这些要求，于是自动控制论经历了一场变革，特别是随着电子计算机技术的迅速发展，状态空间概念被引进到自动控制领域，即用状态来描述系统的行为，而系统的数学模型是状态方程，主要分析方法是状态空间分析法。对于非线性系统，常用状态微分方程来描述，从而使数学处理大大简化，而且所设计的控制系统便于数字计算机来实现，现代控制论的应用范围随之扩大。

现代控制论主要包括确定性最优控制、最佳估计、随机控制、系统识别及自适应控制等。它主要依靠概率论和统计数学方法来建立精确的数学模型，并且在一定条件下求得模型中的未知参数。例如，用解析法（包括变分法、庞特里雅金极大值原理及动态规划）、数值分析法（包括最速下降法、牛顿-康托罗维奇法及梯度法）等来处理具有不等式约束的时变系统及非线性系统的最优控制问题；用卡尔曼滤波来处理最佳估计；用高斯输入线性系统的分离定理来处理随机系统的控制问题；用卡尔曼滤波及数值法来处理系统识别和自适应控制问题。

第三阶段：从70年代初期以来，控制论进入大系统理论阶段。

大系统理论是控制论、信息论、经济学、生物学、生态学、运筹学互相渗透而产生。由于所要处理的实际系统愈来愈大，愈来愈复杂（例如，宏观经济系统、资源分配系统、生态系

统、环境系统、人口控制系统、能源系统、交通运输系统、文教系统、社会保健(医疗布局)系统、大型企业的管理系统等都是十分复杂的大系统),而现代控制论的状态空间分析法已不能与之相适应,所以产生新的处理大系统的方法,主要有:分解与协调原理、分散最优控制、多级递阶控制、大系统模型降阶、向量李雅普洛夫稳定性理论等。总的来说,对于大系统的分析和研究还没有一套统一方法,大系统理论还在发展之中。

但是,由于许多大系统的信息不完备,很难建立精确的数学模型,而且控制效果较差,因此控制论工作者又探索了一些新的处理途径。例如,1965年美国控制论专家查德(L. A. Zadeh)创立的模糊集理论,他所定义的隶属函数,就是用数学方法来刻划和描述定性信息的一种量度。1974年美国的马大尼(E. H. Mamdani)首先把模糊集理论应用于锅炉和蒸汽机的控制,取得了良好效果,这一开拓性试验以及近年来我国学者在工业、天气预报、三化螟幼虫显著量预测上的应用成果,汤(R. M. Tong)和汪培庄等理论性论文的发表,标志着模糊控制论的形成。模糊控制论的主要特点是:

- (1) 它不需要建立被控制对象的数学模型;
- (2) 它是语言控制器,用语言变量来控制;
- (3) 能实现非线性系统的控制,而且对参数的变化有较强的适应性。

这些特点集中起来,就是模糊控制能够模拟人的思维方法,对一些无法构造数学模型的系统进行控制。尤其是它所用的隶属函数表达定性信息的能力和简明的执行方法,获得了广泛应用和发展。

模糊控制论的主要缺点是:由于它用的是逻辑运算,信

息利用率不高,控制粗糙,精度低。显然在高精度场合就难以胜任,而且也无法揭示被控制对象的内在变化规律。

对于只掌握部分信息系统的控制问题,我国邓聚龙教授从1979年开始研究参数不完全的大系统、未知参数系统的控制问题,并于1982年在北荷兰出版公司的“系统与控制通讯”杂志上正式发表了奠基性论文“灰色系统的控制问题”,创立了灰色系统理论。在控制论发展史上有白箱、黑箱和灰箱之分。箱(即系统)表示有界范围,凡是箱内的结构参数全知的称为白箱;完全未知的称为黑箱;介于两者之间的称为灰箱。现有的控制理论只能对白箱求解控制问题。对于黑箱,采用从外部输入和输出关系来研究它的内在变化规律。对于灰箱,过去也把它当作黑箱来处理,这就浪费了灰箱中部分白色信息。因此邓聚龙教授把灰箱扩展为灰色系统的概念,他主张充分利用灰色系统中的白色信息来求解控制问题,用灰色参数、灰色方程和灰色矩阵来描述灰色系统的行为。

所谓灰色参数是指只知道部分数学特征,不知道具体数值的参数,常用 \otimes 表示。例如,一棵生长着大树的重量,就是下有界的灰色参数,这里的下界是指其重量 $g > 0$ 。

有些参数是在一定范围内取值的,如成人的重量一般在40—100公斤之间,当指定以什么为对象时,这些参数是白色的。有时,即使指定了对象,其参数是在某个范围内变化的,这种参数称为区间连续灰色参数。

有些参数是在一定范围内断续取值的。如年轻人的年龄在18—27岁之间,或者说,年轻人的年龄可能在18, 19, …, 27十个数字中取一个,称为区间离散灰色参数。

灰色方程是指具有白色参数和灰色参数的代数方程,如

$$2x + 1 = 0, \quad \text{白色方程,} \quad (1-1)$$

$$\otimes x + 1 = 0, \quad \text{灰色方程,}$$

式中灰色参数 \otimes 可以取离散值, 比如, \otimes 等于 1 或 2, 则有

$$\otimes x + 1 = 0, \quad \otimes \in \{1, 2\}.$$

这时上述方程代表两个方程, 即

$$x + 1 = 0,$$

$$2x + 1 = 0,$$

其解为 $x = -0.5$ 或 -1 , 记为 $x \in \{-0.5, -1\}$.

若灰色参数 \otimes 在 1 与 2 之间连续取值, 则有

$$\otimes x + 1 = 0, \quad \otimes \in [1, 2].$$

这时上述方程代表无穷多个方程, 比如

$$x + 1 = 0,$$

$$1.00001x + 1 = 0,$$

.....

$$2x + 1 = 0,$$

其解有无穷多个, $x = -1, -\frac{1}{1,00001}, \dots, -\frac{1}{2}$, 记为

$x \in [-1, -0.5]$.

若 \otimes 在大于 0 的无限区间内取值, 记为

$$\otimes x + 1 = 0, \quad x \in [1, \infty].$$

这时上述方程也代表无穷多个方程, 有无穷多个解.

因此我们说灰色代数方程实际上代表有限个方程或无限个方程的全体. 一个灰色方程实际上有许多个解, 它仅仅是多个方程的一个代表符号.

灰色代数方程的意义可以用例题来说明.

设某县粮食产量要求在 2000 年达到 4 亿公斤, 而耕地面积规划值有 3 个: 34, 40, 45 万亩, 问该县到 2000 年亩产值

应该多少?

这个问题可用灰色代数方程表示为

$$\otimes x - 40000 (\text{万公斤}) = 0, \quad \otimes \in \{34, 40, 45\},$$

到 2000 年该县粮食亩产量也有三个, 即 $x = 1176.5, 1000, 888.9$ 公斤, x 表示粮食产量。

若该县到 2000 年的耕地面积由于建筑和其它经济作物用地, 无法作出准确估计, 但其下限不得少于 34 万亩, 现有耕地面积 45 万亩, 则可用下述灰色代数方程表示为

$$\otimes x - 40000 = 0, \quad \otimes \in [34, 45],$$

这时 x 可以在 888.9 到 1176.5 之间任取一个数, 即 x 是闭区间 $[888.9, 1176.5]$ 的无限个值。显然, 这是一个无限维(个)的方程组。

灰色微分方程是指既含有灰色参数又含有白色参数的微分方程。比如

$$\otimes \frac{dx}{dt} + 3x = u, \quad (1-2)$$

式中: $\otimes \in [a, b]$; 或 $\otimes \in [a, b, c, \dots]$; 或 $\otimes \in [a, \infty]$, 这时微分方程也有很多个。

含有灰色元素和白色元素的矩阵, 称为灰色矩阵。比如

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \otimes & \otimes \\ 2 & 3 & 4 \\ \otimes & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \otimes \in [a, b] \\ \otimes \in [a, b, c, \dots] \\ \otimes \in [a, \infty], \end{cases}$$

灰色矩阵还可以表示为

$$A = [\otimes_{ij}]_{m \times n}. \quad (1-3)$$

从代数学可知, 一个矩阵的每一行代表一个方程, 这里矩阵 A 有三行, 代表三个灰色方程, 因此矩阵所代表的是有限个或无限个方程组的全体, 所以常用来描述大系统和复杂系统。

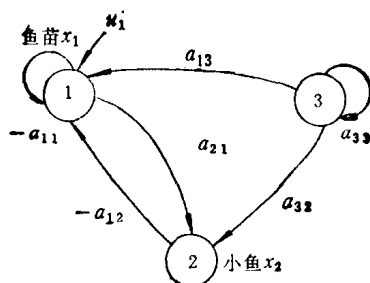


图 1-1

例 1-1 鱼群生态系统可由鱼卵、鱼苗、小鱼、大鱼四个状态来表示。

令 $x_1(k)$ 为第 k 年的鱼苗数；

$x_2(k)$ 为第 k 年的小鱼数；

$x_3(k)$ 为第 k 年的大鱼数。

若有

(1) 第 $k+1$ 年的鱼苗数 $x_1(k+1)$ 等于第 k 年从外部供给的鱼苗数 $u_1(k)$, 加上第 k 年内大鱼产卵数 $a_{13}x_3(k)$, 减去第 k 年内被鱼苗吃掉的鱼卵数 $a_{11}x_1(k)$, 以及被小鱼吃掉的鱼卵数 $a_{12}x_2(k)$, 则有

$$x_1(k+1) = -a_{11}x_1(k) - a_{12}x_2(k) + a_{13}x_3(k) + u_1(k).$$

(2) 第 $k+1$ 年内长成的小鱼数 $x_2(k+1)$ 等于第 k 年鱼苗长成的小鱼数 $a_{21}x_1(k)$, 即

$$x_2(k+1) = a_{21}x_1(k).$$

(3) 第 $k+1$ 年内的大鱼数 $x_3(k+1)$ 等于第 k 年剩下的大鱼数 $a_{33}x_3(k)$, 加上第 k 年由小鱼长成的大鱼数 $a_{32}x_2(k)$, 即