

机构运动学 与动力学

JIGOU YUNDONGXUE
YU DONGLIXUE

杨基厚 编著

机械工业出版社



内 容 提 要

本书是大学机械原理的引伸和发展。作者收集了这方面三百多篇文献结合自己的部分研究成果编写而成。内容包括平面连杆机构的型和运动分析，四杆机构的空间模型和性能图谱，平面连杆机构综合的图解法和解析法，凸轮机构的运动分析与综合，机构精度分析，空间机构分析，机构动力学问题，连杆机构的平衡及凸轮机构的动力学等。

本书的读者对象是高等学校机械学与产品专业的师生、研究生，以及有关机械设计、维修、使用的工程技术人员。

机构运动学与动力学

杨基厚 编著

责任编辑 王存新 李 波

封面设计 郭景云

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南里一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

中国农业机械出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092 1/16·印张 19 1/2·字数 477 千字

1987年2月北京第一版·1987年2月北京第一次印刷

印数 0,001—3,760·定价：5.00 元

统一书号：15033·6495

序

我国在1978年开始招收学位研究生。作者当时考虑到机构学的专著较少、而专门文献又较分散的特点，为了尽快使研究生的培养走上轨道，需要为研究生的专业课学习，准备一份指导性的材料。于是作者便将近二十年来收集到的国内外三百多篇专业文献和一部分专著中有特色的内容加以整理，并适当地加入作者自己的部分研究结果，编了一份讲义。后来在连续六年的使用中作过两次修改补充。在机械工业部教材编辑室的支持下，现将第三稿整理成书出版。

现今各种机械产品日新月异，为了使我国的机械工业尽快赶上世界先进水平，满足各个生产部门对设备更新的需要，发展我国自己的机械产品设计能力和水平是十分迫切的。这就要求对各种机械产品的设计由经验法和类比法走向以现代科学技术理论为基础的现代设计方法。各种机械产品都有它自己的特殊性能要求和相应的专门理论。但作为机械产品的共性规律，都要求机械产品实现一定的动作和运动，都要传递一定的动力和作功。

随着科学技术的进步，各种机械的性能日益完善和复杂，机械自动化和自动控制水平也在不断提高。除了匀速运动外，各种形式的非匀速运动、平面运动和空间运动要求越来越多。为了提高机械的工作速度，保证运动的准确度和可靠性，近二十年来各国进行了大量的研究工作，取得了显著的进步。过去由于手段的原因，大部分复杂的机械运动尽管能够给出解析表达式，却难以计算出供工程设计实用的结果，不得不用粗糙近似的图解法求得结果。

动力学问题的计算更加困难。限于测试手段在动态性能的显示能力，有的理论和计算方法离实际情况较远。电子计算机的发展和推广应用，对机械产品设计理论的发展和推动是极其巨大的，因而可以利用很复杂的计算表达式，精确求解各种运动过程和动态过程。这就形成了机械性能分析和产品设计的现代理论和方法。

编写本书的目的是试图在有限的篇幅内，对于发展起来的为机械产品设计和分析有用的理论和方法，做一次比较全面的介绍。

本书是大学理论力学、机械原理的延伸和发展，只要具有高等数学和线性代数基础的人，都可以顺利地自学这本书的大部分内容。因此便于广大工程技术人员和高等学校教师的在职提高。当然要将本书的理论和方法应用于工程设计的实际，还要掌握计算机程序的编制工作，或者与有关专业人员合作。

本书在空间机构分析、平衡与动力学问题中，曾涉及到少部分较特殊的数学工具，这对于机械学和产品专业研究生的学习是需要的。当然，机械动力学问题的发展，需要运用有限元方法求解动态过程和结构强度，这是本书的延续内容。

本书的编写是作者为达到上述目的而作的一次尝试，如能取得一些效益，将给作者以最大的欣慰。限于知识水平，谬误之处在所难免，竭诚欢迎各方学者和读者批评指正。

作者 杨基厚

1985年7月

目 录

序

第一章 平面连杆机构的分析	1
§ 1-1 一自由度机构的型分析	1
§ 1-2 两自由度机构的型分析	5
§ 1-3 多自由度机构的型分析	9
§ 1-4 平面连杆机构型分析的杆组法	11
§ 1-5 连杆机构运动分析的图解法	12
§ 1-6 运动分析的各种解析法	16
§ 1-7 运动分析的复数向量法	20
习题	28
参考文献	30
第二章 四杆机构的空间模型和性能图谱	32
§ 2-1 铰链四杆机构尺寸型的表示方法	32
§ 2-2 铰链四杆机构的空间模型	35
§ 2-3 铰链四杆机构的性能图谱	41
§ 2-4 非型机构尺寸型	55
§ 2-5 单滑块四杆机构尺寸的平面模型	62
习题	65
参考文献	66
第三章 平面连杆机构综合的图解方法	68
§ 3-1 构件位移的极和等视角定理	68
§ 3-2 连杆的给定三个位置和极三角形	70
§ 3-3 连杆的给定四个位置, 对极四边形和圆心曲线	72
§ 3-4 连杆的给定五个位置和连杆曲线	75
§ 3-5 连架杆给定对应位置问题, 相对极的利用	77
§ 3-6 欧拉-沙瓦里方程	79
§ 3-7 波比利尔构图法	82
§ 3-8 稳曲率轨迹和鲍尔点	84
§ 3-9 四杆机构空间模型和性能图谱的应用	88
习题	93
参考文献	93
第四章 平面连杆机构综合的解析方法	95
§ 4-1 四杆机构位置与函数关系综合	95
§ 4-2 平面位移矩阵与轨迹综合	99
§ 4-3 平面六杆机构的综合	105
§ 4-4 两自由度七杆机构的综合	110

§ 4-5 多杆机构综合的实际	112
习题	117
参考文献	118
第五章 凸轮机构的运动分析与综合	119
§ 5-1 机构分类	119
§ 5-2 从动件升降规律及其特性	120
§ 5-3 凸轮机构基本尺寸的计算与优化	125
§ 5-4 凸轮轮廓的解析计算	131
§ 5-5 凸轮范成加工原理	137
§ 5-6 范成加工用砂轮尺寸误差的补偿原理	140
§ 5-7 凸轮范成加工原理的验证	143
习题	146
参考文献	147
第六章 机构精度的分析	149
§ 6-1 机构精度分析的基本原理	149
§ 6-2 机构精度分析的具体解法	151
§ 6-3 平面连杆机构精度分析的图解法	153
§ 6-4 连杆机构精度分析的解析法	159
§ 6-5 凸轮机构精度分析	170
习题	173
参考文献	174
第七章 空间机构的分析	175
§ 7-1 空间机构的类型	175
§ 7-2 空间机构运动分析的复数向量法	178
§ 7-3 空间坐标变换基础	179
§ 7-4 刚体位移矩阵和螺旋位移矩阵	182
§ 7-5 Hartenberg-Denavit矩阵	183
§ 7-6 空间机构运动分析的条件等式	185
§ 7-7 空间连杆机构运动分析举例	187
§ 7-8 空间机构运动分析的对偶数法	189
§ 7-9 回转变换张量及其分量	194
§ 7-10 回转变换张量的基本性质	197
§ 7-11 回转变换张量的实际应用	199
§ 7-12 空间向量的位置解法	201
§ 7-13 向量微分和空间连杆机构的分析	209
§ 7-14 空间凸轮机构的分析	211
习题	214
参考文献	215
第八章 机构动力学问题	216
§ 8-1 机构动态静力计算的解析法	216
§ 8-2 单自由度机构的运动规律	223
§ 8-3 两自由度机构在给定外力下的运动过程	227

§ 8-4 考虑构件弹性的动力学分析	231
§ 8-5 机械系统动态分析的矩阵电算法	239
§ 8-6 机构中的间隙问题	245
§ 8-7 机构的KED设计	248
习题	251
参考文献	251
第九章 连杆机构的平衡问题	253
§ 9-1 平面四杆与六杆机构的力平衡方法	253
§ 9-2 平面多杆机构的一般力平衡原理	258
§ 9-3 力平衡四杆机构的摆动力矩	264
§ 9-4 力平衡四杆机构摆动力矩的平衡问题	261
§ 9-5 连杆机构平衡问题的其他方面	270
§ 9-6 平衡配重的最小惯性	274
习题	277
参考文献	278
第十章 凸轮机构的动力学	279
§ 10-1 考虑从动件弹性的动力学方程及其解	279
§ 10-2 凸轮机构的残余振动	285
§ 10-3 代数多项式动力凸轮	287
§ 10-4 凸轮机构模型化系统的动态畸变	293
§ 10-5 两自由度凸轮机构系统的动力学综合	296
§ 10-6 多自由度凸轮机构系统的动态最优化	301
习题	305
参考文献	305

第一章 平面连杆机构的分析

连杆机构中的四杆机构，无论在分析和综合方面，都得到了较全面的解决，而且在各种机械中有着广泛的应用。随着生产的发展和人们对连杆机构的深入研究和掌握，多杆机构的应用也越来越多。蒸气机的配汽和换向机构可能是最早用于生产的平面多杆机构。原设计者的构思能力是值得佩服的。近年联邦德国出产的水平分模平锻机，用一个十杆机构实现了镗锻和夹紧动作，巧妙地运用连杆曲线，设计成功了夹紧所必需的停歇动作，堪称是连杆机构设计的一大杰作。

到目前为止，平面连杆机构的型分析，对于任意多杆机构来说，可以认为已经得到全面的解决。但是型综合 (Type Synthesis) 和尺寸综合对于多杆机构来说还没有系统解决。因为综合要满足一系列性能指标，这些性能指标不仅和构件数有关，还直接和构件的基本尺寸有关，然而尺寸的变化是无穷的，所以综合比分析困难得多。现在甚至还要在型综合的基本任务和基本方法上寻求规律性的认识。

本章按机构的构件总数和机构自由度数，分别分析平面多杆机构的型，并适当介绍其他型的分析方法。在此基础上对于机构的运动分析方法，主要是复杂机构的分析方法，做出应有的论述。文中虽然也讨论了运动分析的图解法，但考虑到解析法结合电算的精确性和有效性，故讨论的重点仍然放在解析法上。

§1-1 一自由度机构的型分析

根据机构自由度公式，有

$$W = 3(N - 1) - 2P_L \quad (1-1)$$

式中 W 为机构自由度， N 为机构的构件总数，包括机架在内， P_L 为低副的数目。

当 $W = 1$ 时，上式变为

$$P_L = \frac{3}{2}N - 2$$

得知杆件必须是偶数，对于闭式运动链组成的机构，有如下关系：

杆 件 数 N	4	6	8	10	12	...
低 副 总 数 P_L	4	7	10	13	16	...

如果按各构件所具有的运动副数目和约束条件的关系来看，可列出（包括机架）

$$N = n_2 + n_3 + n_4 + \dots = \sum_{p=2} n_p \quad (1-2)$$

$$2P_L = 2n_2 + 3n_3 + 4n_4 + \dots = \sum_{p=2} Pn_p \quad (1-3)$$

式中 n_p 代表有 p 个运动副的构件数, $2P_p$ 为机构的总约束条件的数目。 $P=2$ 是指在闭式运动链中, 每个构件至少有两个运动副, 即没有小于 n_2 的形式。

如果将式 (1-2)、(1-3) 代入式 (1-1), 可得下式^①:

$$W = n_2 - 3 - \sum_{p=4} (p-3)n_p \quad (1-4)$$

这说明, 有三个运动副的构件对机构自由度无影响, 这是因为每个运动副为两构件所共有, 各方分担一个约束条件, 有三个运动副的构件分担三个约束条件, 正好抵消了构件的全部可能的三个自由度。还根据式 (1-3), $P_p = n_2 + 3n_3/2 + 2n_4 + \dots$, P_p 只能是整数, 所以当 $n_5=0$ 时, n_3 只能是成对地在闭式运动链中出现。

表1-1列出了一自由度机构的构件数和有不同运动副数的构件数目之间的关系。

表1-1 一自由度机构运动链的型

构件总数 N	具有不同运动副数的各构件及其数目					备 注
	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	
4	4	—	—	—	—	
6	4	2	—	—	—	
	5 ^①	0	1	—	—	
8	4	4	—	—	—	
	5	2	1	—	—	
	6	0	2	—	—	
	6 ^①	1	0	1	—	
10	4	6	—	—	—	$3 \times (10-1) - 1 = 26$
	5	4	1	—	—	(总约束数)
	6	3	0	1	—	$2 \times 10 = 20$
	6	2	2	—	—	(每构件先分 2 个约束)
	7	1		1	—	$26 - 20 = 6$
	7	0	3	0	—	(三运动副件数)
12	8	0	0	2	—	$10 - 6 = 4$
	8 ^①	0	1	0	1	(二运动副件数)
	4	8	—	—	—	$3 \times 11 - 1 = 32$
	5	6	1	—	—	$2 \times 12 = 24$
12	6	4	2	—	—	$32 - 24 = 8$
	6	5	0	1	—	(三运动副件数)
	$12 - 8 = 4$ (二副件数)

① 见以后说明。

根据上述分析, 得如下一些机构的运动链型式和相应的机构的型。

一、四杆机构

如图1-1, 有唯一的运动链型, 选定机架后也只有唯一型, 如图1-1 c, 考虑机架和原动件后有两个型, 用移动副代转动副将派生出多种, 如图1-1 d 所示。

二、六杆机构

(1) 420型, 如图1-2, 有两个运动链: a 瓦特型 (Watt); b 斯蒂芬逊型。

(2) 501型, 有一个运动链, 如图1-2 c, 但从图中可以看到, 其中两个二运动副构件

和四运动副构件固结在一起，成为一个刚体，致使总构件数降低，成为四杆运动链，可见501型已失去实际意义。表1-1中其它注有①的型也有相似情况。

随着机架的选择，前者有两个型，后者有三个型，如图1-3。

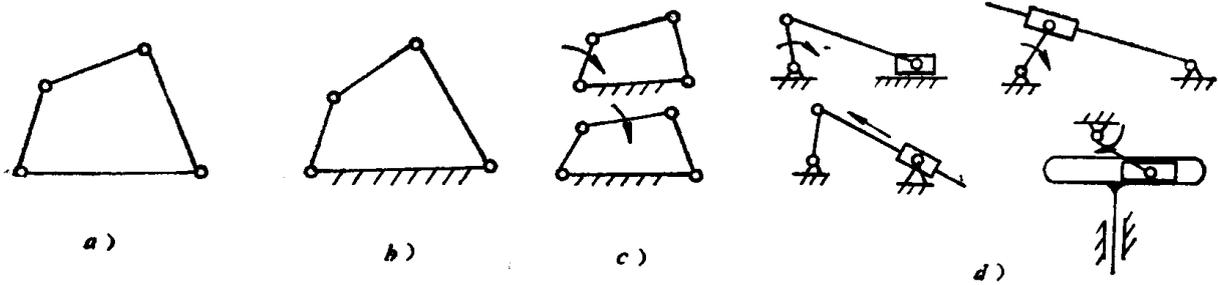


图 1-1

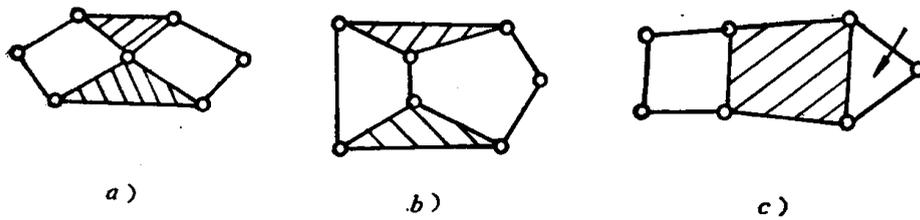


图 1-2

确定机架和原动件，且仅考虑取连架杆为原动件时，可得图1-4的九种机构。

如果考虑连杆是原动件，机构类型将有所增加，随着用移动副代替转动副将发展为一大批派生的六杆机构。还需指出，这里的型分析仅考虑构件的运动副数和构件的相互结合形式，没有考虑构件的基本尺寸特点。如果考虑尺寸特点来分析型，即使是四杆机构也是十分复杂的。

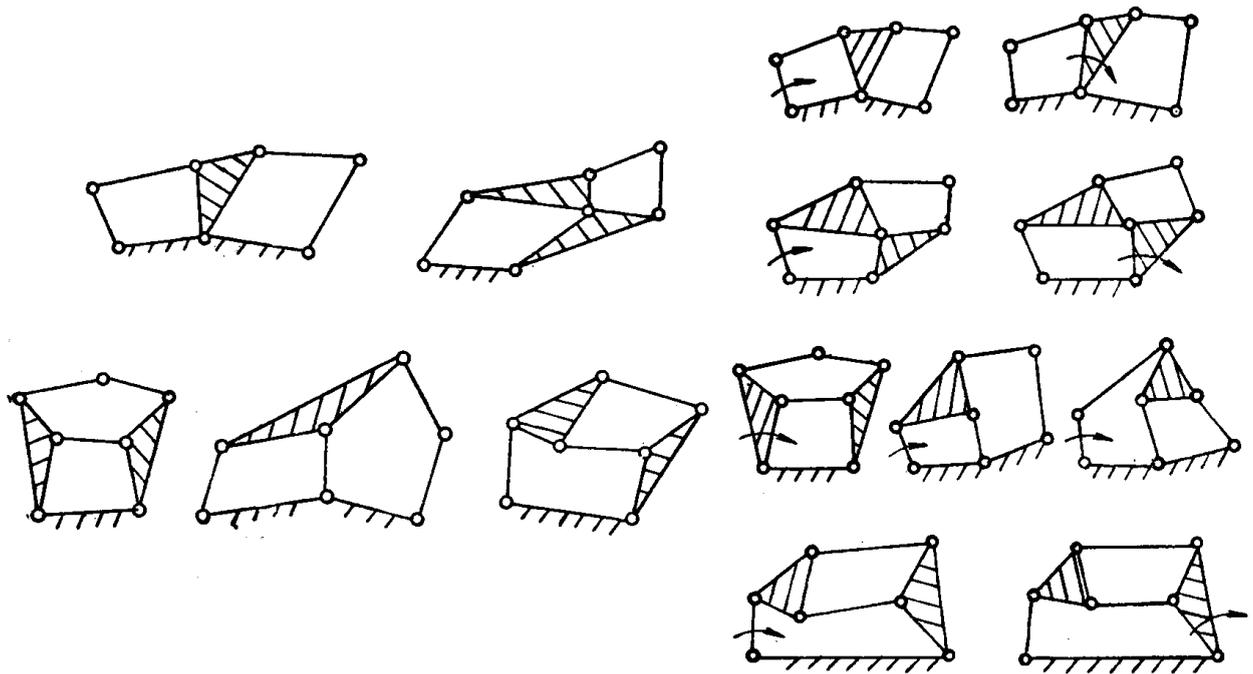


图 1-3

图 1-4

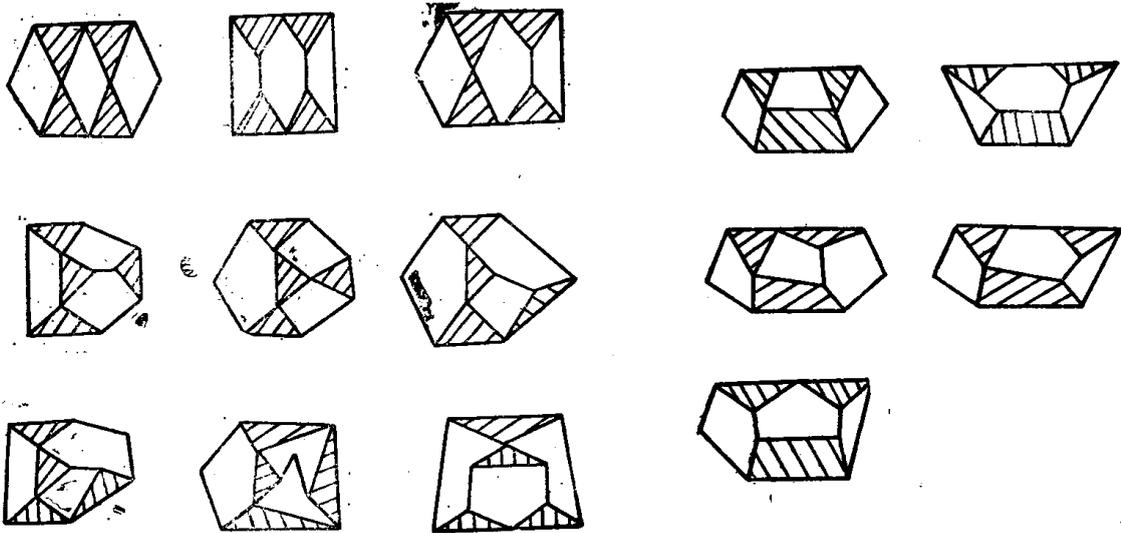


图1-5 440型

图1-6 521型

三、八杆机构的运动链型式

如图1-5、图1-6、图1-7、图1-8。如前所述，图1-8的6101型，已降低构件数为六杆或四杆运动链，没有实际意义。图中为简化起见，省略了表示回转副的圈。从此可见八杆机构有十六种运动链型式，经过机架的转换和原动件的选择，可得很多机构的型。

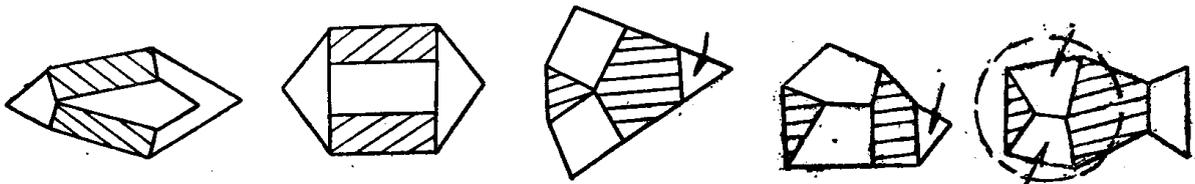


图1-7 602型

图1-8 6101型

四、十杆机构

如按同法排列各种构件的结合型式，十杆运动链可以组合成多达230种型式^[2]。可见机构的型随杆件的增加而急剧增加。在图1-9内列举了运动链各种型中的一种。

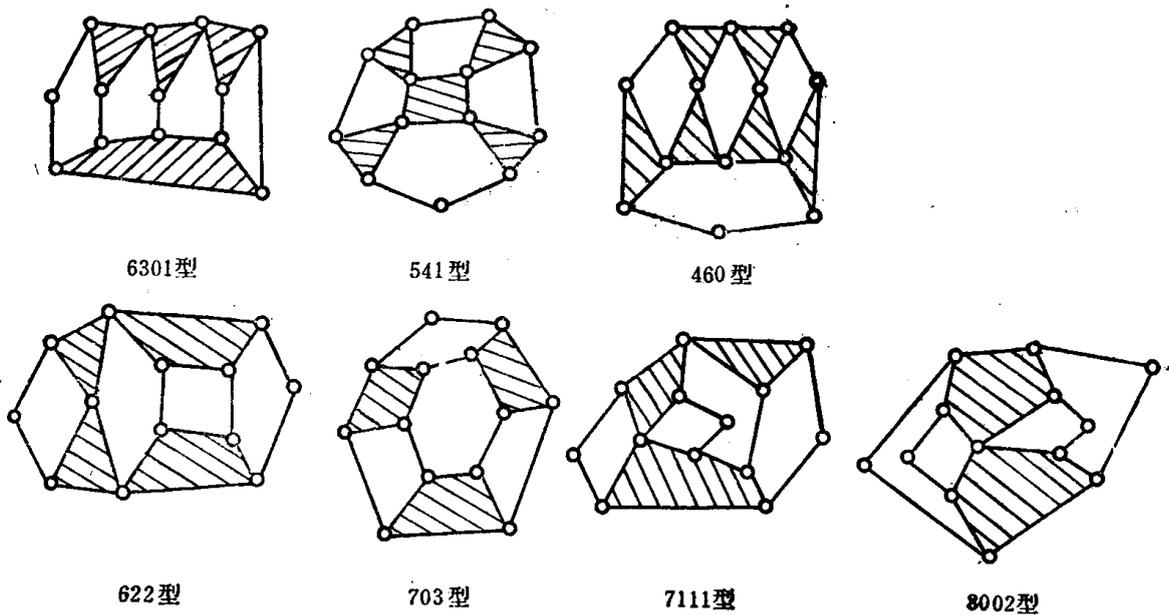


图 1-9

§1-2 两自由度机构的型分析

所有一自由度机构加上一个杆件和一个运动副，便可以得到两自由度的机构，因为对于式(1-1)来说，当 $W=2$ 时，必有

$$2P_d = 3(N-1) - W = 3N - 5$$

或

$$P_d = \frac{1}{2}(3N - 5)$$

可见这里如 P_d 为整数，则 N 必为奇数，是一自由度机构的偶数再加一，有如下关系：

杆件数 N	5	7	9	11	13	...
低副数 P_d	5	8	11	14	17	...

如果按式(1-3)来分配各杆件上的运动副数，得各种两自由度机构的闭式运动链，有如表1-2所示。

表1-2 两自由度机构的运动链的型

N	n_p 的 构 件 数					备 注
	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	
5	5	—	—	—	—	
7	5	2	—	—	—	$3 \times 6 - 2 = 16$ $16 - 7 \times 2 = 2$ (三运动副件数) $7 - 2 = 5$
	6	0	1	—	—	
9	5	4	—	—	—	
	6	2	1	—	—	
	7	0	2	—	—	
	7	1	0	1	—	
11	5	6	—	—	—	
	6	4	1	—	—	
	7	2	2	—	—	
	8	1	1	1	—	
	8	0	3	—	—	
	9	0	0	2	—	
13	9	0	1	0	1	
	5	8	—	—	—	
	6	6	1	—	—	
	

结合表1-1、表1-2可以看出不同运动副数的杆件的数目变化，有一定的规律。比较相邻三个或四个杆件之间有如下变化关系：

相 邻 三 个 杆 件 之 间			相 邻 四 个 杆 件 之 间			
n_{P-1}	n_P	n_{P+1}	n_{P-2}	n_{P-1}	n_P	n_{P+1}
[+1]	↓ [-2]	[+1]	[+1]	↓ [-1]	[-1]	[+1]
n_{P-1}	n_P	n_{P+1}	n_{P-2}	n_{P-1}	n_P	n_{P+1}

即中间构件减去两件的同时，在左右各增加一件而保持原自由度不变；或者将中间两个构件各减去一件，添到相邻的左右两侧各一件。

现将不同杆数两自由度运动链的型式分述于后。

一、五杆机构的闭式运动链只有唯一的型式，如图1-10。

二、七杆机构的运动链有四种型式，如图1-11。机构型如图1-12，图1-13共有 14 种型，但图1-13c实为两个独立的四杆机构。

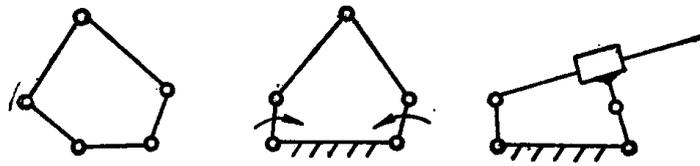


图 1-10

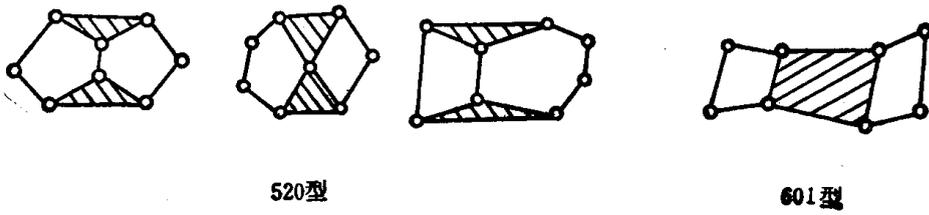


图 1-11

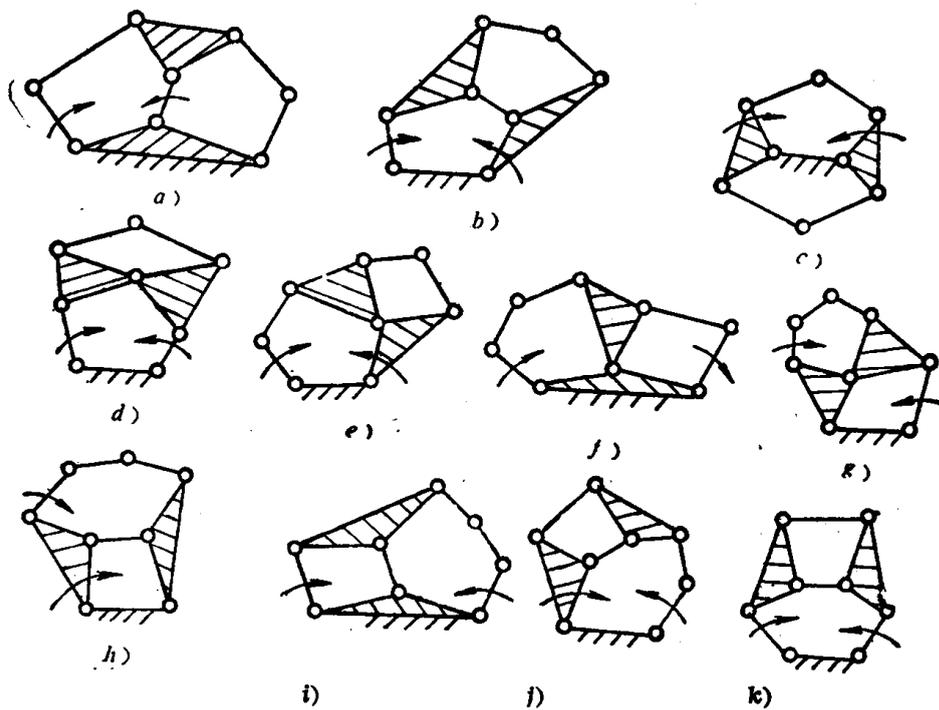


图1-12 两自由度520型七杆机构

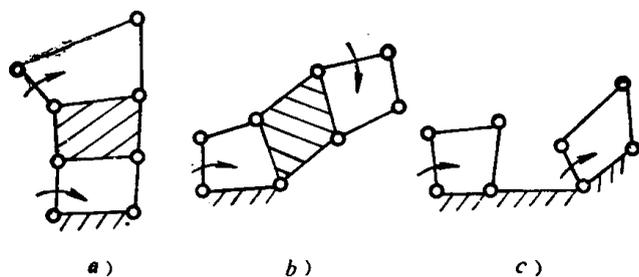


图1-13 两自由度601型七杆机构

三、九杆机构分四大类型，共有39种运动链型式，随着机架的变换，将产生数量繁多的机构型^[9]。今将运动链型式示于图1-14，图1-15，图1-16。至于十一杆以上运动链型式留待读者自行分析。

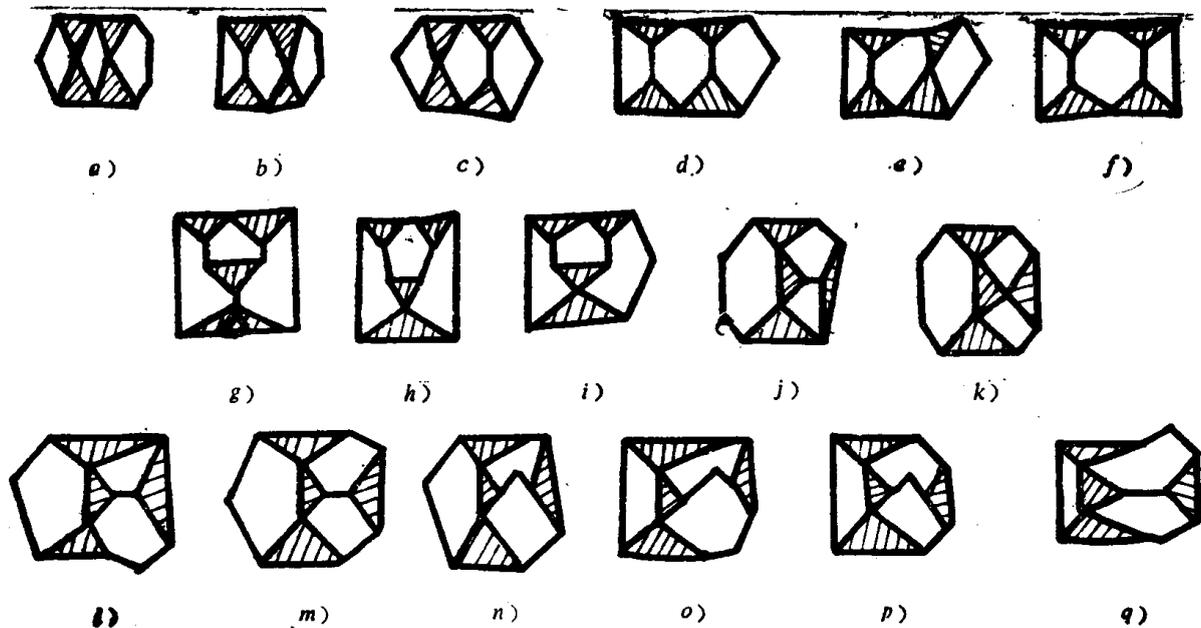


图1-14 540型

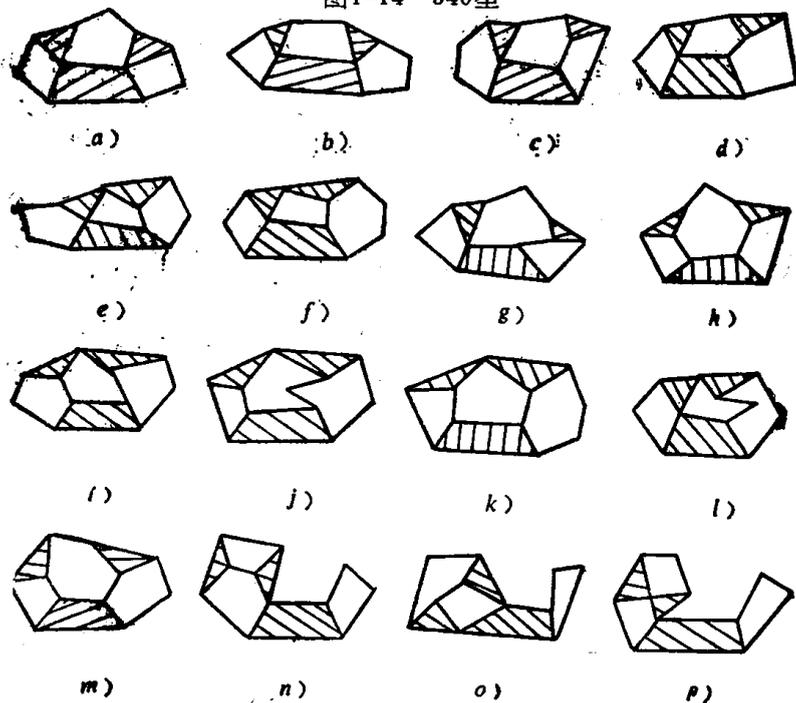


图1-15 621型

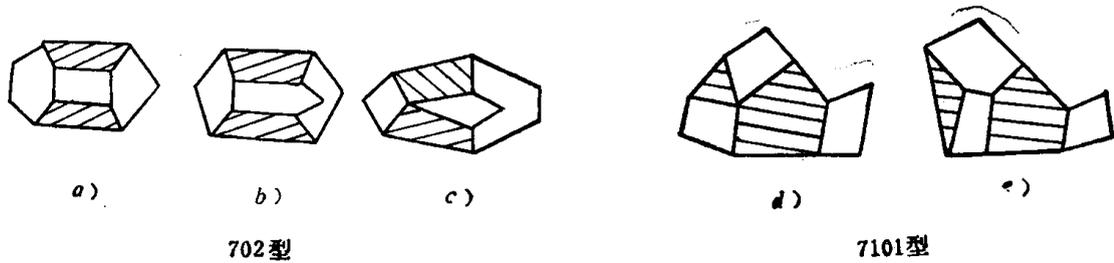


图 1-16

还必须注意到，某些开式运动链很容易形成两自由度乃至更多自由度的连杆机构。其中一个特点是必然有的构件仅有一个运动副。

四、由五杆构成的两自由度开式运动链型式有可能由 $5n_2$ 演变出来，如表1-3。在 $N=5$ ， $n_2=5$ 的基础上取 2 个 n_2 变为一个 n_1 和一个 n_3 得到(1)31型。

图1-17 a 表示运动链型式， b 表示实际应用的放大机构实例。按不同运动副数各构件之间的演变规律，还可以推论出如表 1-3下部的二种型，但对于两自由度机构来说， $n_1 \geq 2$ 是不合理的。因为每个开式链 n_1 必然有一个自由度，当 $n_1=2$ 时，其余所有杆件必然自由度为 0，就成为一个刚化的整体，从而降低了总杆件数目。

表1-3 $N=5$ 时 n_i 的分配形式

n_1	n_2	n_3	n_4	备 注
	5			闭式链
1	3	1		见图1-15
2	1	2		$n_1=2=W$ 说明其余杆件刚化为一整体， 失去意义
2	2	0	1	

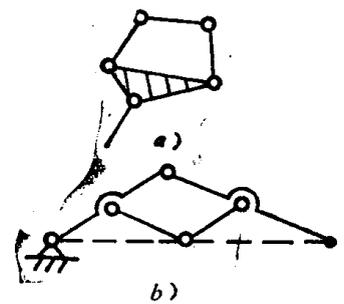


图1-17 (1)31型

五、七杆、九杆开式链构成两自由度机构时，有表 1-4 的各种型。

表1-4 两自由度七、九杆开式运动链型式

N	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	备 注
		5	2	—	—	—	闭 式
7	1	3	3	—	—	—	舍去 $n \geq 2$ 的型 降低构件数
	1	4	1	1	—	—	
	1	5	0	0	1	—	
9		5	4	—	—	—	闭 式
	1	3	5	—	—	—	开 式
	1	4	3	1	—	—	
	1	5	1	2	—	—	
	1	5	2	0	1	—	
		1	6	0	1	1	—

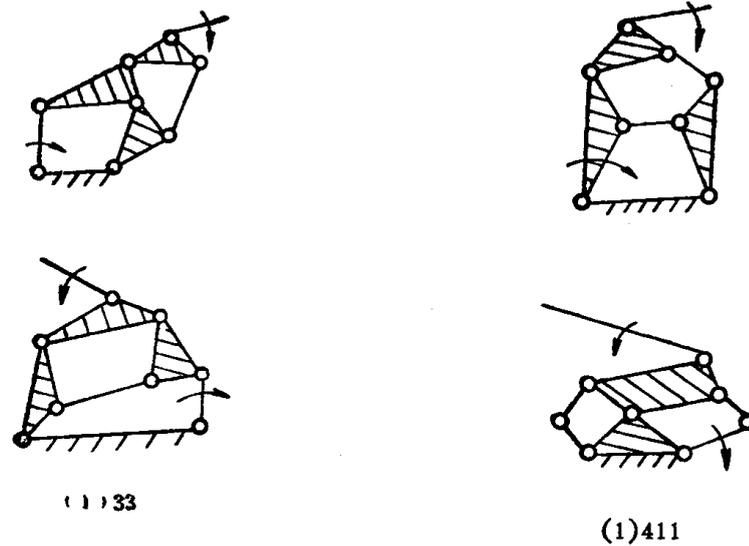


图 1-18

图 1-18 给出了两自由度开式链七杆机构的四种型，这只是其中的一部分，事实上所有一自由度六杆机构再加上一个单运动副开式杆件都能构成这种机构。尽管表 1-4 内列了各种两自由度九杆开式运动链型，具体机构的型依上述同样方法可以给出多种，留待读者自行分析。

§1-3 多自由度机构的型分析

任意多自由度机构，都可以从一自由度机构推演而来。做为闭式运动链形式，可以在一自由度机构的基础上，每增加一个自由度，仅增加一个杆件和一个低副即可。

以三自由度机构为例，如图 1-19 所示，在四杆机构的基础上增加两个杆件和两个低副可得三自由度六杆机构 *a*；在一自由度六杆机构的基础上增加两个杆件和两个低副得三自由度八杆机构 *b*。

如果不限于闭式运动链，可以有許多方法构成三自由度机构，如图 1-19 *c*、*d*、*e*、*f* 所示。其中 *c* 是开式三自由度四杆机构，*e* 是在一自由度闭式四杆机构的基础上增加两个开式杆件得到三自由度六杆机构等。

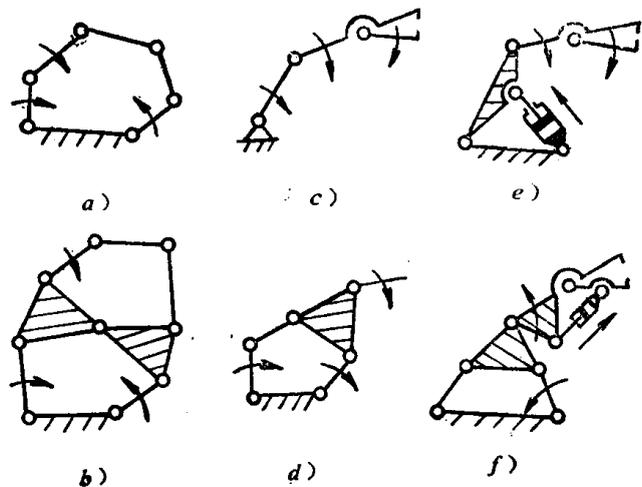


图 1-19

概括起来，杆件数和机构自由度数之间有如表 1-5 的关系。

表 1-5 所列各种机构的型可用自由度公式进行分析。例如三自由度八杆机构，由于 $W=3$ ，由自由度公式得知

$$3 = 3(N - 1) - 2P_a$$

$$\therefore P_d = \frac{3}{2}N - 3$$

说明三自由度机构 N 必为偶数，当 $N = 8$ 时， $P_d = 9$ 。（或 $2P_d = 18$ ）。机构的运动链型式有如表1-6：

表1-5 平面连杆机构的自由度数和杆件数的关系

自由度数	1	2	3	4	5	备注
机构杆件总数	2	3	4	5	6	全开式运动链
	4	5	6	7	8	对两个以上的自由 度，可以是闭式运动 链，也可以是部分开式 运动链
	6	7	8	9	...	
	8	9	10	
	10	11	以此类推
...	

表1-6 三自由度八杆机构的运动链型式

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	备注
—	6	2	—	—	—	闭式运动链
—	7	0	1	—	—	
1	4	3	—	—	—	有一个开式杆件
1	5	1	1	—	—	
1	6	0	0	1	—	
2	2	4	—	—	—	有两个开式杆件
2	3	2	1	—	—	
2	4	0	2	—	—	
2	4	1	0	1	—	

图1-19 b、f 表示的是三自由度八杆机构的620型，在图 1-20 中表示了若干有一个或两个开式杆件的三自由度八杆机构的运动链。

多自由度机构在生产中的应用越来越多。图1-21 a 表示施罗曼飞剪机上应用的五自由度八杆机构，其中构件 1 为曲柄，2 为曲度长调节杆，4 为剪刀间隙调节杆，构件 6、7 为下剪刀空切控制偏心。飞剪在正常工作时，调整环节固定不动，经常以两自由度机构的形式出现。图1-21 b 表示四自由度15杆机构，可做为工程机械中装载机的一个方案。

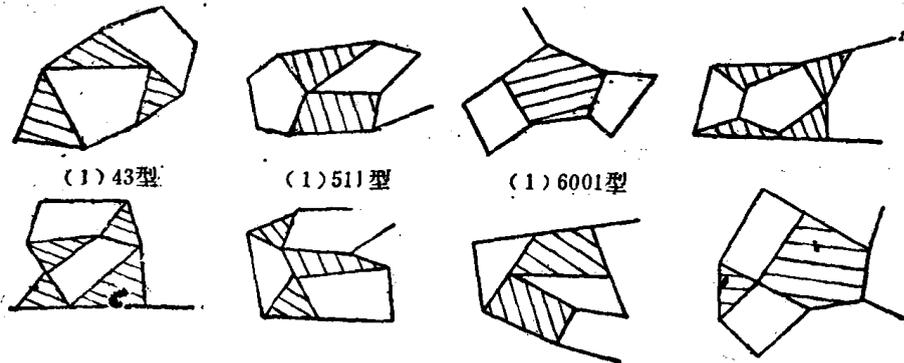


图 1-20

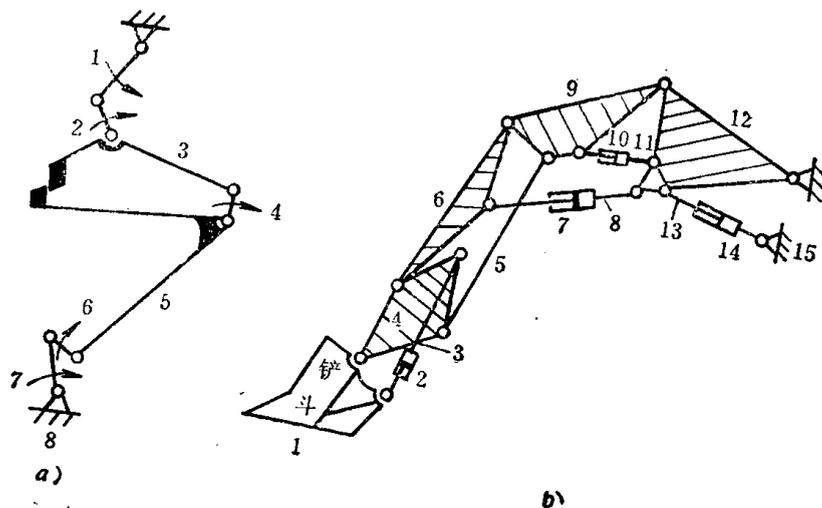


图 1-21

具有开式杆件多自由度机构的实际意义也是不必怀疑的，因为液压马达或电液脉冲马达的应用可以解决它的驱动问题。多自由度机械手就是最好的实例。

§1-4 平面连杆机构型分析的杆组法

苏联学者认为，连杆机构是由机架、原动件和自由度为零的杆组所组成的。据此，对于一自由度机构来说，四杆机构是机架、原动件和一个双杆组所组成，六杆机构是由两个双杆组或由一个四杆组所组成。至于八杆机构的组成为三种情况，(1)由三个双杆组组成；(2)由一个双杆组和一个四杆组组成；(3)由一个六杆组所组成。据分析^[3]，自由度为零的六杆组只有十种，如图 1-22 所示，和机架或原动件相连的铰链称为外铰，用实心圆表示，外铰可能是双铰链杆的一端（这时该杆件称为悬杆），也可能是多铰链杆上的一个端点（称为铰点）。由于六杆组的自由度为零，应有九个铰链，具体结构分为三类：*a*) 四个外铰，全在悬杆上（分图 *a*）；*b*) 三个外铰，有两个在悬杆上，一个在铰点上（*b*、*c*、*d*）；有一个在悬杆上，两个在铰点上（*e*）；三个全在铰点上（*f*）；*c*) 两个外铰全在铰点上（*g*~*j*）。从内闭环数来看，三个外铰有一个闭环，两个外铰有两个闭环。

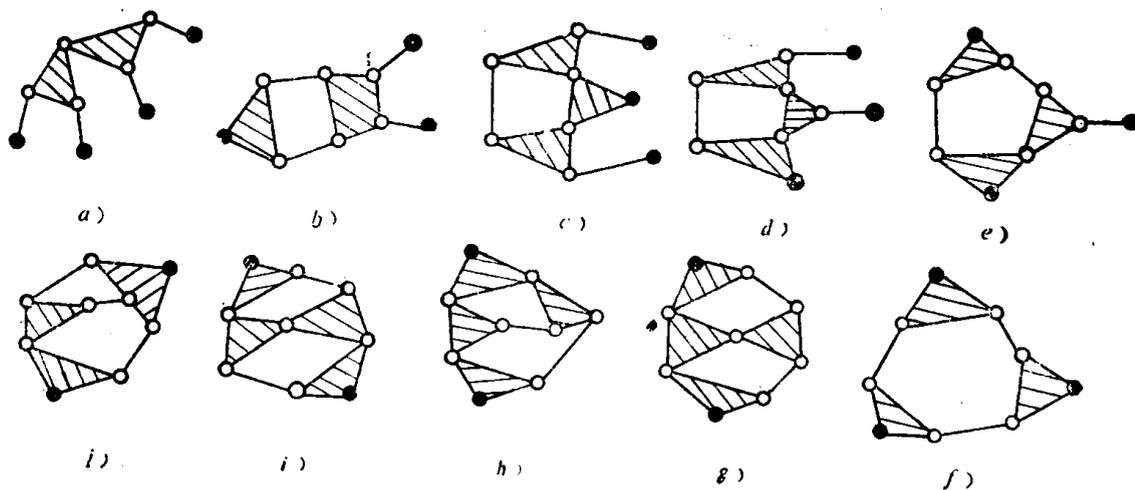


图 1-22