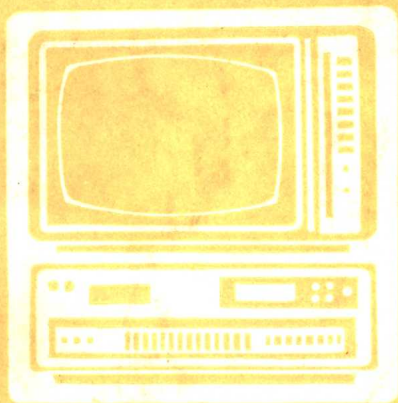


● 广播电视中专教材

理论力学学习指导书

北京市广播电视中等专业学校 编



冶金工业出版社

广播电视中专教材

理论力学学习 指导书

北京市广播电视中等专业学校 编

冶金工业出版社

广播电视中专教材
理论力学学习指导书
北京市广播电视中等专业学校 编

*

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

850×1168 1/32 印张 6 字数 159 千字
1986年11月第一版 1986年11月第一次印刷

印数00,001~9,400册

统一书号: 15062·4479 定价**1.50元**

前 言

本书是根据北京市广播电视中专理论力学教学大纲(试用稿)的要求,为配合广播电视中专播出的理论力学课程而编写的,与《理论力学》(教科书)和《理论力学教学参考书》配套使用。希望能结合广播电视教学的特点,帮助读者进行复习与自学;加深对基本概念、基本理论的理解,正确掌握解题思路和分析力学问题的方法,以作为学习理论力学的辅助教材。为此,在内容上与现行广播电视中专的理论力学教材密切配合,相互补充。全书分静力学、运动学、动力学三篇共十五章。

本书每章包括以下四部分:

一、基本内容。对每一章内容作了简要小结,概括了各章的基本概念和基本公式。

二、自学指导。指明了各章的学习要求、重点和难点,以及学习理论和解题中要注意的问题。

三、典型例题。结合典型例题的分析,说明解题方法、步骤和技巧,指出容易出现错误的地方,以帮助读者逐步解决“解难”的问题。

四、习题作业。提出了读者必须完成的课外作业。对学有余力的读者给出了附有“*”号的选作题。

本书兼顾了机械类和土建类等非机专业的共同需要,亦可作为其它中等工科专业学校师生教学参考,还可供初、中级工程技术人员参考。

本书约请北京钢铁学院查志根、臧剑秋、宋锡铭、吴文洲等同志编写和审稿。

由于我们水平有限,经验不足,时间仓促,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

北京市广播电视中等专业学校

一九八六年元月

目 录

| | |
|------------------------|-----|
| 第一篇 静力学 | 1 |
| 第一章 静力学公理和物体的受力分析..... | 1 |
| 第二章 平面汇交力系..... | 12 |
| 第三章 平面力偶系..... | 26 |
| 第四章 平面一般力系..... | 35 |
| 第五章 摩擦..... | 55 |
| 第六章 空间力系..... | 66 |
| 第二篇 运动学 | 78 |
| 第七章 点的运动..... | 78 |
| 第八章 刚体的基本运动..... | 94 |
| 第九章 点的复合运动..... | 107 |
| 第十章 刚体的平面运动..... | 121 |
| 第三篇 动力学 | 138 |
| 第十一章 动力学基本定律..... | 138 |
| 第十二章 质点的运动微分方程..... | 140 |
| 第十三章 刚体动力学基础..... | 150 |
| 第十四章 动能定理..... | 161 |
| 第十五章 达朗伯原理..... | 176 |

第一篇 静 力 学

第一章 静力学公理和物体的受力分析

一、基本内容

静力学是研究物体受力作用下平衡的一般规律。本章介绍静力学的基本概念，静力学公理和物体的受力分析。

1. 基本概念

(1) 刚体的概念

定义：刚体是指在力作用下形状不发生任何变化的物体。

刚体是真实物体的一种抽象化的力学模型。任何物体受力时多少总要产生一些变形，但是在工程问题中，许多零件和构件受力作用时，在正常工作情况下变形微小，在理论力学中，忽略这些变形，并不影响所要研究的问题的实质。所以，我们把这些在受力作用下变形很小的物体，看作理想化的刚体。在自然界中绝对的刚体是不存在的。

(2) 力的概念

定义：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生改变（称力的外效应），或使物体产生变形（称力的内效应）。在理论力学中，只研究力的外效应。

力的三要素：力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点，称为力的三要素。所以，力是矢量，符合矢量运算法则。

力的分类：在力学中常遇到的力的类型有：

1) 集中力：作用在某一点上的力。

2) 分布力：作用在某一长度或面积、体积上的力。

力的单位：力的法定计量单位（也即国际单位）是牛顿(N)。

(3) 平衡的概念

定义：物体相对于地球静止或作匀速直线运动的状态。
平衡是物体机械运动的特殊情况，一切平衡都是相对的。

2. 静力学公理

(1) 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等、方向相反、作用线相同(简称等值、反向、共线)。

在两个力作用下处于平衡的物体称为二力构件(或二力杆)。

(2) 力的平行四边形公理

作用于刚体上同一点的两个力的合力仍作用在该点上，其合力的大小和方向由这两个力为邻边所作的平行四边形的对角线来表示。见图1-1(a)。其数学表达式为

$$R = F_1 + F_2$$

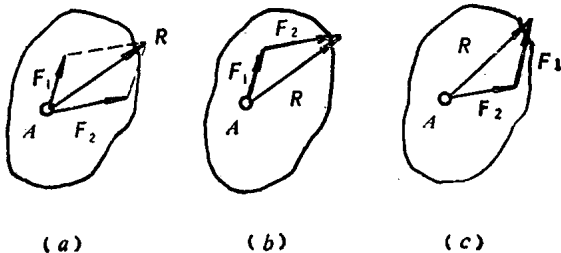


图 1-1

其中 R 表示二分力 F_1 和 F_2 的合力的大小与方向。由此表明，力符合矢量合成法则，而不能简单地用算术求和。

力的三角形法则。分力首尾相接，次序可任意变换，合力由第一个力的起点指向第二个力的终点。如图1-1(b)、(c)所示。

(3) 加减平衡力系公理

在已知力系作用的刚体上，加上或减去任一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应(外效应)。

推论 1：力的可传性。根据上述力的性质可以推证：作用于刚体上的力可沿其作用线任意滑移而不改变它对刚体的作用。

可见，力是滑动矢量。

推论 2：三力平衡汇交定理。根据上述力的性质，可以得到一个重要的推论：若一个刚体受不平行的三个力作用而平衡时，这三个力的作用线必在同一平面内，且交于一点。这就是三力平衡汇交定理。

(4) 作用力与反作用力公理

两个物体相互之间的作用力与反作用力总是成对出现，且大小相等、方向相反、作用线相同，分别作用在两个物体上。

3. 物体的受力分析 受力图


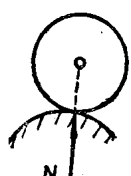

(1) 约束与约束反力

约束的定义：限制物体某些运动的条件。这些条件总是由被约束物体周围的其它物体所构成的，所以就把限制某一物体运动的其它物体简称为约束。

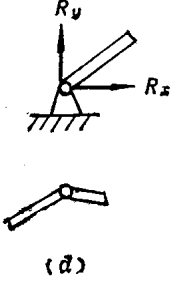
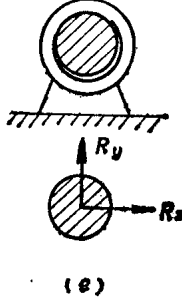
约束反力：约束作用在被约束物体上的力称为约束反力。所以约束反力的作用线必通过约束与被约束物体的接触点，其方向总是与被限制的物体的运动方向相反。

使物体运动或产生运动趋势的力，如重力、载荷等称为主动力。在一般情况下，约束反力是由主动力引起的，所以它是一种被动力。

现将几种常见的约束及约束反力的特点列表如下：

| 分 类 | | 柔 索 | 光滑接触面 | 滚动支座 |
|-------|----|---|---|---|
| 示 意 图 | |  |  |  |
| | | (a) | (b) | (c) |
| 方 向 | 方位 | 沿着柔索 | 沿公法线 | 垂直支承面 |
| | 指向 | 背离物体 | 指向物体 | 不定(可假设) |

续表

| 分 类 | | 圆柱形销钉铰链 | 向 心 轴 承 |
|-------|----|---|---|
| 示 意 图 | |  |  |
| 方 向 | 方位 | 未定。可用沿 x 、 y 的两正交分量表示 | 未定。可用沿 x 、 y 的两正交分量表示 |
| | 指向 | 不定(可假设) | 不定(可假设) |

(2) 研究对象与受力图

研究对象：从相邻物体中分离出来进行研究的物体，称为研究对象，也称为分离体。

受力图：在研究对象上画出所有作用于其上的力（包括所受的主动力和约束反力），这样的简图称为物体的受力图。

二、自学指导

学习本章内容的要求和需注意的问题是：

- 1) 要正确理解力的概念，并掌握静力学公理。
- 2) 初步学会物体的受力分析方法。

了解和掌握常见的约束类型的构造、特点，理解为什么这些约束的约束反力方向或作用线可以这样确定。要注意从日常生活和工作实践中找些具体例子进行分析。

学会选取研究对象（分离体）。

正确画出研究对象的受力图。这是求解力学问题的第一步工

作,十分重要。若受力图错了,下一步的分析计算都将是错的。因此,必须提醒初学者重视和注意,对画受力图一定要认真对待,反复练习。

3) 画受力图的一般步骤和要注意的问题如下:

根据题意,确定研究对象,并把它从周围物体中分离出来(称为取研究对象)。在取某一个物体为研究对象时,切忌在原图上画受力图,以免造成混乱和错误。

如实地画上研究对象所受的主动动力。主动力往往是已知的,不要遗漏了。

然后根据研究对象所受约束类型和受力特点,相应地画上约束反力,而不能凭直观感觉或猜想去画。

若同一个问题中研究对象不止一个,则这些研究对象的受力图要相互协调,不相矛盾。要特别注意它们之间的作用力与反作用力必定是等值、反向、共线,遵循作用力与反作用力公理。若所取研究对象由几个物体组成时,物体之间的相互作用力为内力,在受力图上可以不画出来。

三、典型例题

〔例1-1〕 三铰拱 ABC 如图1-2(a)所示,受力 P ,拱的质量不计,试画以整体为研究对象和以 AB 拱、 BC 拱为研究对象时的受力图。

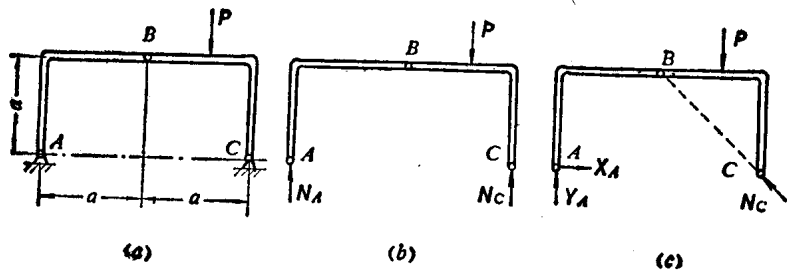


图 1-2 (a ~ c)

〔解〕 1) 以整体为研究对象画受力图。

以整体为研究对象时, B 处的约束反力为内力, 故在受力图上不出现。 A 、 C 处解除约束, 则以约束反力代替。 约束反力应根据约束类型和受力特点来确定, 而不能片面地根据主动力的方向凭直观去判断, 如图 1-2(b)、 (c) 所示受力图显然是错误的。 因为直角拱 AB 是二力构件, 故 A 处的约束反力 N_A 应在 A 、 B 两点连线上。 所以 A 处的约束反力不可能是铅垂的。 而 BC 拱不是二力构件, 所以 C 处的约束反力不可能通过 B 点。 如图 1-2(d) 所示, 由于 N_A 与 P 交于 D 点, 根据三力平衡汇交定理, 可知 N_C 必通过 D 点。 这样就确定了 C 处约束反力的方位, 画出了以整体为研究对象的受力图。 由于 A 、 C 处为固定铰链约束, 一般情况约束反力方向不能确定, 因而用两个正交分力表示, 这样画得的受力图如图 1-2(e)、 (f) 也是正确的。

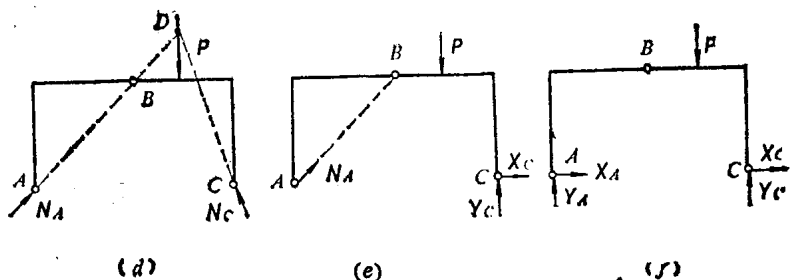


图 1-2 (d~f)

2) 分开取 AB 拱与 BC 拱为研究对象画受力图。

这时 B 处的约束反力则为外力, 在受力图上应该画上。 B 处的约束反力若片面地凭直观去判断, 仍会得出错误的结论, 画出错误的受力图, 如图 1-2(g) 所示。 由于 AB 拱是二力构件, A 、 B 两处约束反力 N_A 与 N_B 一定是等值、 反向、 共线。 根据作用力与反作用公理, 便可知 BC 拱上的 B 点所受约束反力 N'_B 的方向, 并与力 P 交于 D 点。 然后由三力平衡汇交定理可知, C 处的

约束反力 N_C 必通过 C 点且交于 D 点。从而正确地画出了直角拱 BC 的受力图如图1-2(h)。若 C 处约束反力用两个正交分力表示也是正确的,如图1-2(i)所示。

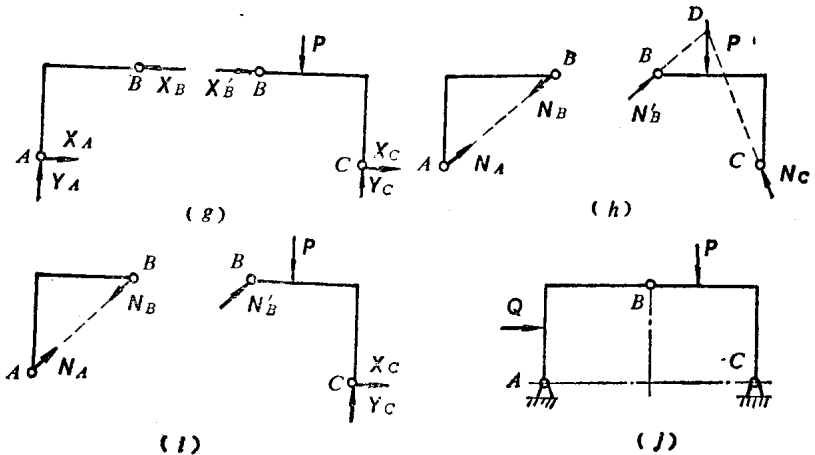


图 1-2 (g~j)

若将拱架所受主动力改变一下,在半拱 AB 上再加力 Q ,如图1-2(j)所示。则整个受力图情况都将发生变化,读者自行练习。

〔例1-2〕如图1-3(a)所示,均质圆柱 O 的重力为 Q ,搁在光滑铅垂墙和均质的 AB 杆上, AB 杆重力为 P , A 处用固定圆柱铰链与墙相连, B 处用一绳索 BC 拉住。试分别以圆柱和 AB 杆为研究对象,再以圆柱和 AB 杆一起为研究对象,画出它们的受力图。

〔解〕1) 以圆柱 O 为研究对象。

先将圆柱 O 从周围物体中分离出来。如图1-3(b)所示。

如实地画上主动力 Q 。

画上约束反力。由于圆柱在 E 、 F 点为光滑接触,其约束反力沿接触面的公法线并指向圆柱,所以,均通过圆心 O 点,分别以 N_E 、 N_F 表示。

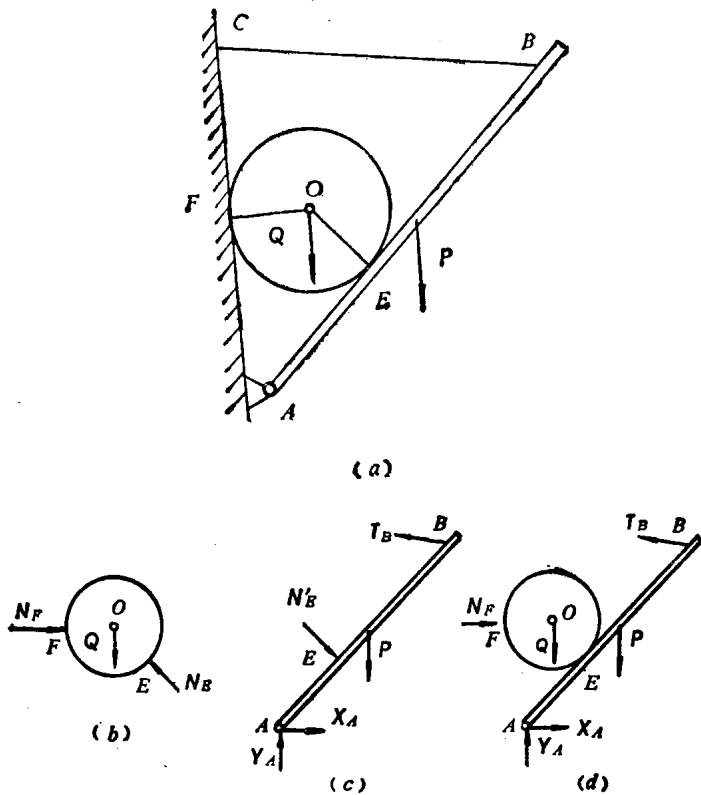


图 1-3

2) 以 AB 杆为研究对象。

先将 AB 杆从周围物体中分离出来，如图1-3(c)所示。

如实地画上主动力 P 。

在 B 处，受绳索 BC 的约束，其约束反力沿绳索 BC ，而背离被约束物体，即绳索受拉力，由 T_B 表示。 E 处与圆柱光滑接触，约束反力 N'_E 可根据作用与反作用关系确定，即 $N_E = -N'_E$ ，垂直 AB 杆。在 A 处为固定铰链约束，其约束反力必通过 A 点，但大小与方向未知，可用两个正交分力 X_A 、 Y_A 表示。箭头指向可以假设。

3) 以圆柱 O 与 AB 杆一起为研究对象。

取研究对象如图1-3(d)所示。

画上主动力 Q 、 P 。

画上约束反力。光滑铅垂墙给圆柱的约束反力 N_F ，通过圆心 O ； B 处绳索的约束反力 T_B ，沿 BC 而背离 B 点； A 处为固定铰链约束，约束反力方向不能确定，故用两正交分力 X_A 、 Y_A 表示。

这里要注意的是在 E 处，两物体间的相互作用力为内力，所以在受力图上不出现。

〔例1-3〕 如图1-4(a)所示，组合梁由 AB 、 BD 连接而成，已知梁受主动力 P ，各构件自重不计，试画出各构件的受力图。

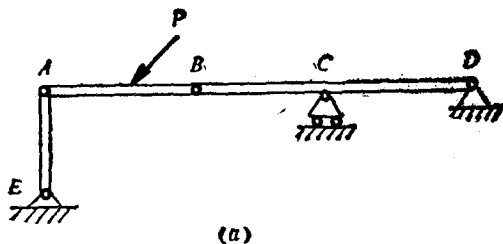


图 1-4 (a)

〔解〕 1) 先取 AE 杆为研究对象。

将 AE 杆从周围物体中分离出来。如图1-4(b)所示。显然 AE 杆为二力杆，则作用在 A 、 E 两处的约束反力 N_A 与 N_E 一定是等值、反向、共线，即作用线与 AE 重合。在这里假设 AE 杆受压。

2) 然后取 AB 梁为研究对象。

如图1-4(c)所示。作用在 AB 梁上的有主动力 P ， AE 杆对梁的作用力 N'_A ， N_A 与 N'_A 是作用力与反作用力关系，故二者大小相等，方向相反。 B 处为圆柱形销钉铰链，一般情况下大小、方向未知，故约束反力可用二正交分力 X_B 、 Y_B 表示，指向可以假设。

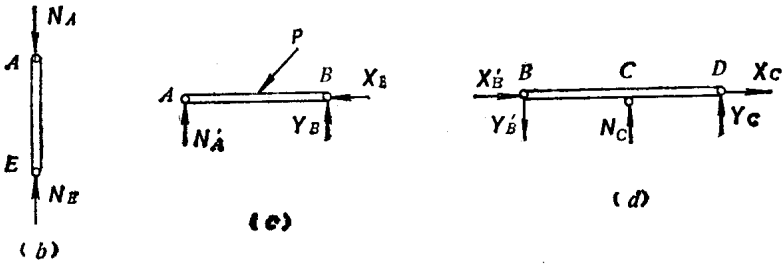


图 1-4 (b ~ d)

3) 再取BD梁为研究对象。

如图1-4(d)所示。C处为辊轴支座，约束反力 N_C 必垂直于支承面，指向可以假设。B处的约束反力 X'_B 、 Y'_B ，它们与力 X_B 和 Y_B 是两对作用力与反作用力的关系，故二者大小相等，方向相反。D处为固定铰链支座，故约束反力大小、方向一般不能确定，可用二正交分力 X_D 与 Y_D 表示，指向可以假设。

除应用上述方法画受力图外，还可以根据三力平衡汇交定理画出梁AB和梁BD的受力图。如图1-4(e)和(f)所示，如前所述，因为AE杆为二力杆，所以作用在AB梁上A点的约束反力 N'_A 的方位是已知的，即沿AE，是铅垂的。则力 N'_A 与力P相交于H点。由于梁AB受力P、 N'_A 和B处的约束反力 N_B 三个力

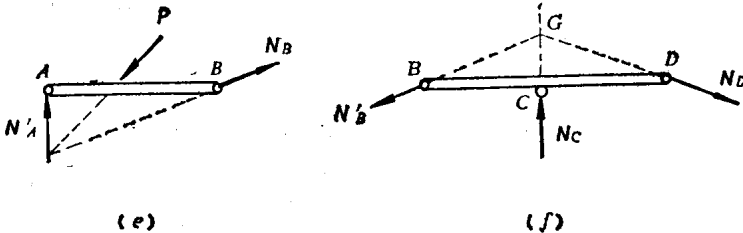


图 1-4 (e, f)

作用而平衡，根据三力平衡汇交定理可知，力 N_B 一定通过 B 点，且与 H 点相交，从而确定了 N_B 的方位。

同理，以梁 BD 为研究对象时， B 处约束反力 N'_B 与力 N_B 是作用力与反作用力关系，方向可定，而 C 处为铰链支座，约束反力 N_C 必垂直于支承面，一定沿铅垂方向，指向可以假设。这样就得到了力 N_C 与 N'_B 的交点 G 。由于梁 BD 受 N'_B 、 N_C 和 D 处的约束反力 N_D 三个力作用而平衡，可知 N_D 必通过 G 点，从而确定了约束反力 N_D 的方位。如图1-4(f)所示。

上述两种画受力图的方法都是正确的，在计算应用时选择哪一种，则要根据具体问题灵活选用。

在上述例题中，若主动力 P 作用在销钉 B 上，则各构件的受力图应该怎样画，读者可自行练习。

通过前面例题中所述的画受力图的方法步骤以外，还必须强调下列几点：

1) 画受力图时，必须先明确研究对象，取出分离体。除如实地画上主动力外，要根据各构件间的接触或联结处的约束类型和受力特点画出相应的约束反力。不能错画，不能漏画，不能多画。

2) 当以整体或一些物体（两个以上）为研究对象时，二物体间的相互作用力为内力，受力图上不出现。当分开以各个物体为研究对象，在分析二物体间的相互作用力时，要注意作用力与反作用力关系，严格遵循作用力与反作用力公理画受力图。

3) 在画受力图时，通常应先找出二力构件（二力杆），因其受力方位可知。然后再画出与它相关的物体的受力图。

4) 力是矢（向）量，在画受力图时，力矢的起点或终点应画在力的实际作用点，这样直观、清楚。在画力矢时，读者必须明确，是谁对谁的作用，即必须明确哪是施力物体，又哪是受力物体。

四、习题作业

1-1, 1-2, 1-3(1)~(6), 1-4(2)、(3)、(5)、(6)。

第二章 平面汇交力系

一、基本内容

本章研究平面汇交力系的合成和平衡条件。采用的方法有几何法和解析法（投影法）两种。

1. 几何法

几何法也就是力多边形法。力多边形法是平行四边形法则的推广。按这种方法求平面汇交力系的合力时，只需按照一定比例作出力多边形，方法是：各分力首尾相接，次序可变，合力为封闭边，其方向由第一个力的起点指向最后一个力的终点。所以，平面汇交力系合成的结果得到一个作用于汇交点的合力，合力的大小和方向等于力系诸力的矢量和，即

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \Sigma \mathbf{F}$$

可见平面汇交力系平衡的必要充分条件是： $\mathbf{R} = 0$ ，则平衡的几何条件为：力多边形自行封闭。

2. 解析法

根据合力投影定理，即合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。可求得合力在任选的直角坐标轴上的两个投影，则合力的大小和方向便可确定。

即

$$\begin{cases} R_x = \Sigma X \\ R_y = \Sigma Y \end{cases}$$

合力的大小： $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2}$

合力的方向：用方向余弦表示

$$\begin{cases} \cos\alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{\Sigma X}{R} \\ \cos\beta = \frac{R_y}{R} = \frac{\Sigma Y}{R} \end{cases}$$

其中 α 、 β 分别为合力 R 与 x 轴和 y 轴的正向间夹角。