

SMP

英国中学数学教科书



II册

英国中学数学教科书

S M P

H 册

上海师范大学数学系翻译组译

上海教育出版社

The School Mathematics Project
Book H
Cambridge University Press

英国中学数学教科书

S M P

H 册

上海师范大学数学系翻译组译

(原上海人民版)

上海教育出版社出版

(上海永福路123号)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷六厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 6.75 字数 149,000

1975年2月第1版 1978年4月新1版 1978年4月第1次印刷

统一书号: 7150·1815 定价: 0.41元

内部发行

序

H册是这套教科书的最后一册。这套书是为适合于一种革新数学教学大纲的C.S.E.考试所需内容而编写的。已被证明,这套书适用的学生范围,比预计的要广。目前正在续编三册补充教科书,接在G册之后学习(从而构成一套共十册的教科书),这样一套教科书,将包括“S.M.P. 数学”普通水平考试大纲的内容。同时在编写中的,还有一套以A、B两册为根据的作业卡,可以代替教本,特别适用于学习能力参差不齐的班级使用。

由于本书是供学生参加C.S.E.考试的最后一册,它含有七章新内容(包括序曲)和九章复习性的内容。序曲给学生以简单的三维空间知识。

斜率一章中,要求学生能求出直线图象的斜率,并对不同情况解释它们的意义。第4章讨论线性和非线性图象下的面积,包含更多图象的解释。线性规划一章讨论不超过三个条件,并且不含有最大化或最小化的问题。

第2章,变换的组合,是继续G册中学过的关于矩阵与变换的内容。统计一章也继续讨论G册中的内容,并通过累积频数曲线,考虑中位数和四分位间距。在三角那一章,再以本册中的斜率引出正切。

在写复习性的内容的几章时,作者目的是使学生尽可能多地参与活动;因为他们通过自己多做多想,而不只是读书,才能学得更好和掌握得更多。这几章的练习集中于书末,并继以一些一般性的杂题。

(下略)

目 录

序	i
序曲	1
三维空间	
1. 斜率	7
直线图象的斜率, 7; 表示特殊内容的图象的斜率, 12;	
小山的坡度, 17; 角和斜率, 18	
2. 变换的组合	21
3. 三角	25
斜率, 25; 正切, 27; 正切的应用, 29; 再谈正切, 31;	
量角, 37	
4. 图象下的面积	39
等速运动, 39; 加速与减速, 44; 不规则图象, 48	
5. 统计	53
中间的一半, 53; 四分位数, 55	
6. 线性规划	59
具有一个条件的问题, 59; 具有两个条件的问题, 62;	
如“至少是…的两倍”的条件, 64; 其他具有两个条件	
的问题, 67	
复习	
7. 代数	71
有向数, 71; 映射图, 73; 逆映射, 75; 逆运算, 76;	
方程, 76; 逆元素, 78; 公式, 79	
8. 数	81

	因数与倍数, 81; 分数, 82; 十进小数, 84; 进位制的基, 86; 分数的类型, 87; 集合, 88; 运算, 90; 百分数, 91	
9.	几何	93
	多边形, 93; 对称性, 96; 多面体, 98; 镶嵌图, 101; 变换, 103	
10.	度量	111
	长度, 111; 舍入, 112; 面积, 113; 直角三角形, 116; 体积, 117; 比, 118; 相似物体, 119	
11.	坐标和图象	120
	点的记法, 120; 正弦和余弦, 120; 平行于坐标轴的直线, 121; 区域, 122; 其他线性图象, 122; 其他区域, 123; 图象的斜率与角的正切, 124; 图象的交点, 124; 非线性图象, 125; 具有实际用途的图象, 127	
12.	统计	129
	表示资料, 131; 代表值, 133; 频数表, 134; 累积频数, 136	
13.	概率	137
14.	计算	142
	指数, 142; 计算尺, 143; 流向图和计算机, 145; 标准形式, 147	
15.	矩阵	148
	存储信息, 148; 矩阵的组合, 149; 路矩阵, 153; 矩阵和关系, 155; 变换矩阵, 158; 变换的组合, 159	
复习题		161
	代数, 161; 数, 163; 几何, 167; 度量, 170; 坐标与图象, 175; 统计, 177; 概率, 183; 计算, 188; 矩阵, 190; 杂题, 195	

序 曲

三维空间

图 1 的每一个图都表示一根插入地上的细棒。

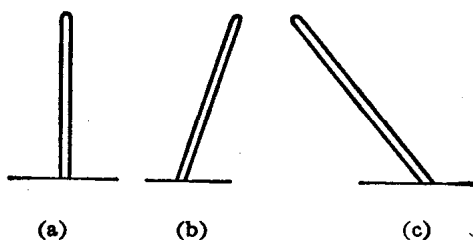


图 1

巴塞尔说:

图 1 (a) 表示一根直立的棒,

图 1 (b) 表示一根与地面夹角大约为 72° 的棒,

图 1 (c) 表示一根与地面夹角大约为 50° 的棒.

他说得对吗?

在看下文之前,先考虑一下上面这个问题.

事实上巴塞尔是错了. 这些图都表示着同一根棒. 夹角不同是因为观察方向不同而引起的.

你用铅笔的一端立在纸上进行试验.

这篇序曲是关于三维空间几何的. 正如你刚才认识到的那样, 要想象三维空间里的物体是不容易的. 如果有一个模型, 那将对你有所帮助. 借用一只匣子, 如鞋匣子, 对进行下

面开头几个讨论是有用处的。(匣上要有盖子。)

讨论 1

图 2 表示一间房间。一只数学苍蝇在上角 F ，一个蜘蛛在下角 S 。

蜘蛛打算沿着墙边偷偷地袭击苍蝇。

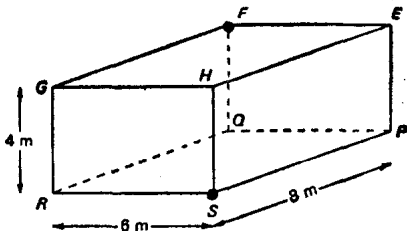


图 2

(a) 沿着墙边的最短距离是多少？这样的最短路线有几条？

(b) 还有其他较长的路线。找出次长的路线的长度。这样长的路线有几条？

(c) 研究其他各种可能路线的长度，找出每种长度的路线各有几条。(注：蜘蛛在袭击苍蝇时，同一角点不通过两次。)

讨论 2

仍旧是蜘蛛对苍蝇，但是用不同的规则。

现在蜘蛛经过地毯的对角线再向墙上爬。见图 3 (a)。

求出它走了多远，图 3 (b) 表示苍蝇所看到的地板。求出对角线的长度。

(a) 蜘蛛在这次袭击中走了多远？

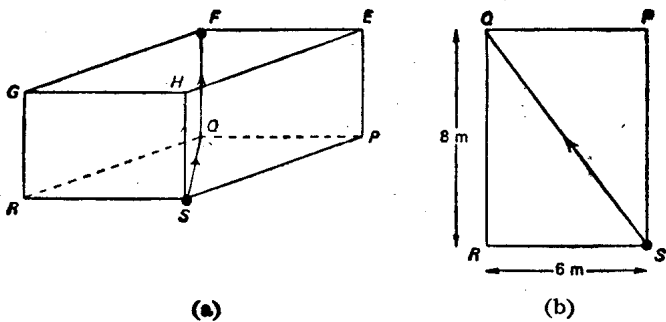


图 3

(b) 还有其他两种(包括一条对角线与一条边)长度的不同路线, 试求出它们的长度。

讨论 3

苍蝇有时得到报复。当蜘蛛入睡时, 苍蝇在它旁边嗡嗡地打扰它。

为了到达蜘蛛那里, 苍蝇该飞多远? 用纸剪出如图 4 的三角形, 它将帮助你解决问题。

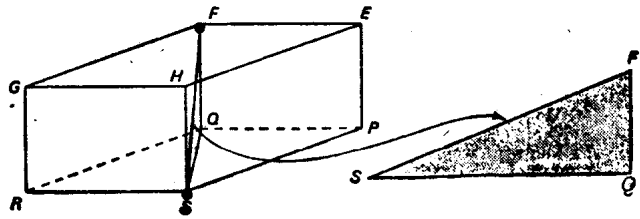


图 4

这个三角形底边的长度恰为地板对角线的长度——你在讨论 2 中已计算过。三角形的高是 4 米, 就是房间的高度, 求出苍蝇所飞的距离。

讨论 4

蜘蛛决定取一条到达苍蝇的最短路线，当然这条路线必需在墙、地板或天花板上。

问题是找出这个最短路线的长度。

在看下文之前，请先把它算出来。

如果你把匣子拆成图 5 那样，这将帮助你求出最短的路线。

用 F 标出的三个点拼起来就构成苍蝇所在的角。

蜘蛛所取的最短距离必将是一条直线。你该决定图 5 所示的三段距离中哪一段是最短的。你一定能解决这个问题。

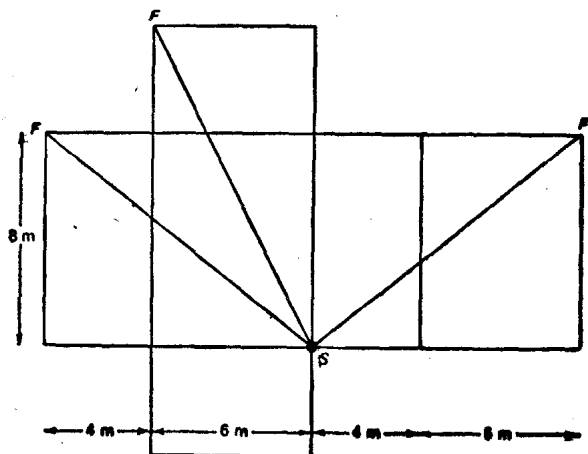


图 5

讨论 5：苍蝇与楔形

苍蝇在楔形的一角 F ，而蜘蛛则在另一角 S ，如图 6 所示。

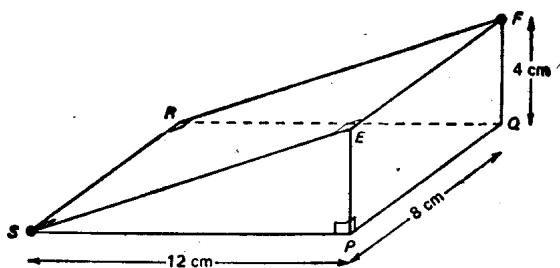


图 6

- (a) 计算沿边上从 S 到 F 的所有可能距离。
 (b) 计算沿斜面从 S 到 F 的距离。

讨论 6: 苍蝇怎样由于贪食熟豆而死。

苍蝇在熟豆罐头上底的边沿上。蜘蛛在苍蝇正下面的罐头边缘上, 如图 7 所示。

蜘蛛狡猾地通过一条对角线路径对苍蝇进行袭击, 经过一场斗争, 蜘蛛赢得胜利, 苍蝇死亡。

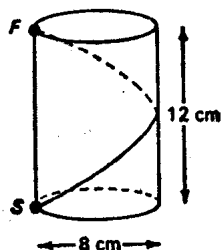


图 7

计算蜘蛛走了多远。如果有困难, 继续看下文。

为了求出蜘蛛究竟走了多远, 让我们想象把罐头上的商标纸展开。看图 8。

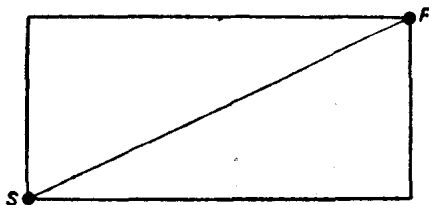


图 8

先计算商标纸的长度。(把 π 近似地取作 3.)
然后求出蜘蛛所走路线的长度。

再讨论一些关于匣子的问题

1. 在讨论 4 中, 如果蜘蛛位于地板上 6 米长的那条边(即在图 2、3、4 中“最靠近”你的那一边)的中点, 计算:

(a) 蜘蛛由空中直达苍蝇的距离;

(b) 蜘蛛通过墙、地板或天花板而到达苍蝇的最短距离。

2. 量一量你的匣子每边的长度, 计算从蜘蛛所在的角落到苍蝇所在的角落的最短距离, 并用实际度量进行检验。

3. 量一量你的教室或你家中某一房间的长、宽与高, 计算从蜘蛛到苍蝇的最短距离。

4. 一个汽车间长 5 米, 阔 3 米, 高 3 米。一根 7 米长的木杆可以放在里面吗?

1. 斜率

1. 直线图象的斜率

1.1 直线的陡度

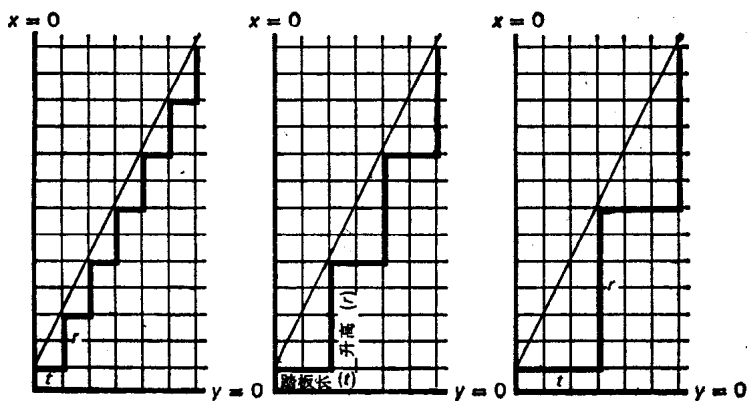


图 1

在上图中,我们把直线 $y=2x+1$ 画了三次,每次在直线上画上了不同的“楼梯”.每条“楼梯”中 $\frac{r}{t}$ 的值是多少?我们把这个数值叫做直线 $y=2x+1$ 的斜率.

很清楚,为了要求出直线的斜率,你不必把整个楼梯都画出来,画一个梯级就够了.

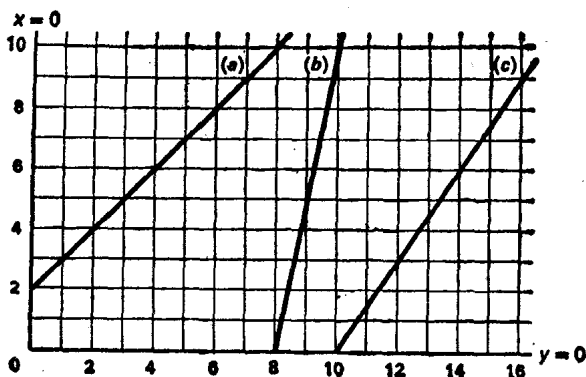


图 2

通过画出适当的梯级, 找出图 2 中每一条直线的斜率.

你是否发现最陡的直线具有最大的斜率, 而最平的直线具有最小的斜率?

练习 A

在 1~6 各题中, 画出直线并求出斜率.

1. $y = 2x + 1$.

2. $y = x - 1$.

3. $y = 3x - 2$.

4. $y = \frac{1}{2}x + 4$.

5. $y = 4x - 3$.

6. $y = 4 + \frac{1}{3}x$.

7. 你能否看出直线的方程和它的斜率之间的联系?

不通过画图, 写出下面两条直线的斜率.

(a) $y = 2x + 5$;

(b) $y = 8 + \frac{1}{4}x$.

8. 你是否认为下列直线都具有相同的斜率?

$y = 2x + 1$, $y = 2x$, $y = 2 + 2x$, $y = 2x - 1$.

把它们都画在一张图上, 看看你是否正确.

9. 分别求出通过下列两点的直线的斜率:

(a) (1, 2)与(3, 6); (b) (2, 3)与(4, 6);

(c) (0, 1)与(6, 4); (d) (1, 1)与(3, 9).

1.2 倾斜的方向

图 3 中直线(a)的斜率是多少?

直线(b)的斜率又是多少?

对这两条直线你得出相同的答案吗?

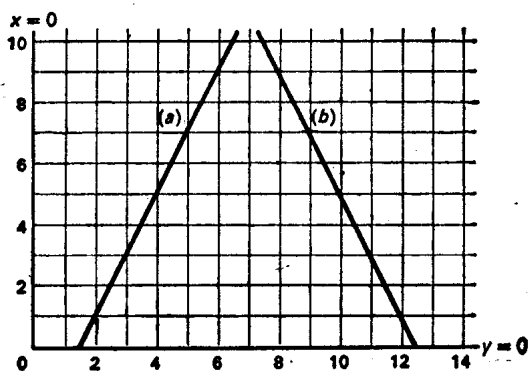


图 3

这两条直线的确具有同样陡的倾斜度,但方向相反;如果这两条直线都给予相同的斜率,必然会产生混淆.为了避免混淆,我们叫那些从左上到右下倾斜的直线,例如直线(b),具有负的斜率.

直线(b)的斜率是 -2 ,而直线(a)的斜率是 $+2$,或者 2 .

图 4 可以帮助你了解这样规定的理由.

想象一只蚂蚁在这些线上向上爬,在直线(a)的“梯级”上它沿正向前进 1 ,并沿正向上升 2 .

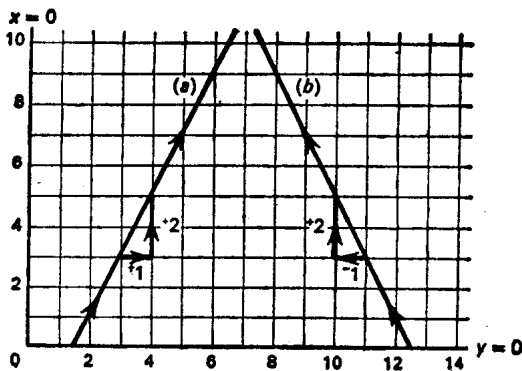


图 4

因此, $\frac{r}{l}$ 的值是 $\frac{+2}{+1} = +2$.

对于直线(b)上的“梯级”, 这将成为沿着负向前进 1, 并沿正向上升 2.

因此, $\frac{r}{l}$ 的值是 $\frac{+2}{-1} = -2$.

练习 B

在 1~6 题中, 画出直线并求出其斜率.

1. $y = -2x + 6$.

2. $y = -x + 3$.

3. $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

4. $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

5. $y = 9 - 3x$.

6. $y = 12 - 4x$.

写出 7~12 题中直线的斜率.

7. $y = -2x + 4$.

8. $y = 5 - 3x$.

9. $y = 5 - \frac{1}{2}x$.

10. $y = 2x + 3$.

11. $y = 4 + 3x$.

12. $y = 8 - 6x$.

13. 下列这些直线的斜率都一样吗?

$y = 12 - 3x$, $y = 14 - 3x$, $y = -3x + 9$, $y = 6 - 3x$.

把它们都画在一张图上,看你的结论是否对。

1.3 从直线方程中求出斜率

现在,你想必已能立即看出象 $y=2x+1$, 或 $y=3-2x$ 这一类直线的斜率了。

你能够看出 $2y=3x+1$ 或 $3y+2x=12$ 的斜率吗?

做完练习 C, 看你是否能够发现一种方法, 不必画出直线就能写出任意一条直线的斜率。

练习 C

1. 图 5 中两条直线的斜率各是多少?

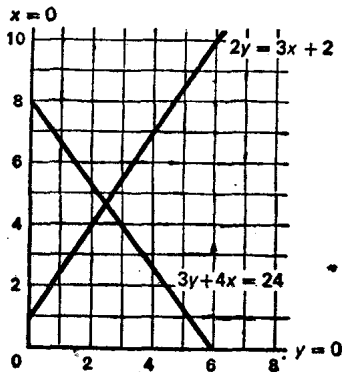


图 5

2. 在下列各题中, 画出直线并量出它们的斜率。

(a) $2y=5x+2$;

(b) $2y-3x=2$;

(c) $3y-2x=1$;

(d) $4y+3x=24$.

3. 下列这些直线都具有相同的斜率吗?

$$2y+3x=6,$$

$$2y+3x=12,$$