电工数学

中级电工培训教材

中国劳

本书是劳动部培训司、劳动部劳动人事出版社委托广州市劳动保护宣传教育中心组织编写的中级电工培训教材之一。

本书内容包括数学的基本知识、线性方程组、函数、幂函数、指数函数和对数函数、任意三角函数、矢量和复数。

本书由李德辉编写，李鸿钧审稿。

电工数学

劳动部培训司组织编写

责任编辑：黄未来

中国劳动出版社出版

（北京市和平里中街12号）

怀柔县东茶坞印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米　32开本　4.125印张　91千字

1990年4月北京第1版　　1990年9月北京第1次印刷

印数：5000 册

ISBN 7-5045-0520-X/O·023　　定价：1.50元

前　言

为配合全面开展的中级培训，提高电工队伍的技术素质，加强电气安全技术管理，我们委托广州市劳动保护宣传教育中心编写了这套中级电工培训教材。

这套教材包括电工数学、电工与电子基础、维修电工工艺学、内外线电工工艺学等四种。在这套教材的编写过程中，注意了理论联系实际及内容的科学性，先进性，反映了电工专业的新技术、新工艺、新材料、新设备，同时结合在职培训的特点，力求做到层次分明、重点突出、文字简练、通俗易懂。

这套教材可供中级电工考工培训使用，也可作电气专业爱好者和技工学校学生的学习参考书。这套教材对于中小企业及用电面广的地区尤为适用。

搞好在职工人的培训是一项长期的战略任务。我们将根据需要，陆续组织编写机械类及其他专业的在职培训教材。欢迎各地在使用这套教材时，提出宝贵意见和建议，使我们把在职培训教材的编写工作做得更好。

劳动部培训司

1989年7月

目　录

第一章　数学的基本知识

第一节　实　　数

一、实数定义

1，2，3，4，…，n，…都叫做自然数。

正整数、零、负整数统称整数。

整数和分数（正分数、负分数）统称为有理数。

无限不循环小数称为无理数。

有理数和无理数统称实数。

实数的分类如下：

- 实数
  - 有理数
    - 整数（有限小数或无限循环小数）
      - 正整数（自然数）
      - 零
      - 负整数
    - 分数（正、负）
  - 无理数

实数可以用数轴上的点表示，与数轴上任一点对应的实数，叫做这个点在数轴上的坐标。

介于a和b之间的所有实数的全体，称为区间，如果连端点a、b也包括在内，称为闭区间；如果不连两个端点，称为开区间。闭区间和开区间分别用符号$[a,b]$和(a,b)表示。如果只连一个端点，则称为半开半闭区间，用$[a,b)$，$(a,b]$表示。

二、实数的运算定律

交换律　$a+b=b+a\quad a\cdot b=b\cdot a$

结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$

$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

分配律　$(a+b)\cdot c=ac+bc$

例 1-1　计算：$\left(\frac{5}{6}-\frac{5}{9}+\frac{7}{12}\right)\times36+1.125\div0.25$

$$+0.47-\left(2\frac{1}{2}-0.53\right)$$

解　原式 $=\frac{17}{12}\times36-\frac{5}{9}\times36+\frac{9}{8}\div\frac{1}{4}+1-2\frac{1}{2}$

$$=51-20+\frac{9}{2}+1-2\frac{1}{2}$$

$$=34$$

第二节　代　数　式

一、代数式的一般概念

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

二、运算法则

1．$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

$a^m\div a^n=a^{m-n}\ (a\neq0)$

$(a^m)^n=a^{m\cdot n}$

$(ab)^n=a^nb^n$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n} \qquad (b\neq 0)$$

2. $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$

$(a\pm b)\cdot(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

3. $\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}=\frac{bc}{ac}\pm\frac{ad}{ac}=\frac{bc\pm ad}{ac}$

$$\frac{b}{a}\cdot\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$$

$$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\cdot\frac{c}{d}=\frac{bc}{ad}$$

4. $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}}$

$\sqrt[m]{a^{mn}}=a^n$

$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \qquad (b\neq 0)$$

$(\sqrt[n]{a})^p=\sqrt[n]{a^p}$

$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}=\sqrt[np]{a}$

（$a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，m、n、p为正整数）

三、因式分解

因式分解的方法主要有：

（1）提公因式法；（2）公式法；（3）十字相乘法；（4）配方法；（5）分组分解法（有时需要通过拆项、添项来进行分组）。其中（3）、（4）两种方法主要用于二次三项

式的因式分解。

例 1-2 计算：

（1）$\left(\frac{2}{3}x^3y^5\right)\cdot\left(-\frac{9}{5}xy^3z^3\right)$

（2）$(x^{n+1})^2\cdot x^{n-1}$（n为正整数）

（3）$(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)-(2x+y)\cdot(4x^2-2xy+y^2)$

解 （1）原式$=-\frac{6}{5}x^4y^8z^3$

（2）原式$=x^{2n+2}\cdot x^{n-1}=x^{3n+1}$

（3）原式$=(2x)^3-y^3-(2x)^3-y^3$

$=-2y^3$

例 1-3 分解下列因式：

（1）$2(a-b)^2+(a-b)-6$；

（2）$2a^2+ab-10b^2$；

（3）$x^2y^2-x^2-y^2-4xy+1$

解 （1）原式$=[(a-b)-2]\cdot[2(a-b)+3]$

$=(a-b-2)\cdot(2a-2b+3)$

（2）原式$=(2a+5b)(a-2b)$

（3）原式$=(x^2y^2-2xy+1)-(x^2+2xy+y^2)$

$=(xy-1)^2-(x+y)^2$

$=(xy-1+x+y)(xy-1-x-y)$

第三节 方程和方程组

一、基本概念

1．含有未知数的等式叫做方程。能使方程左右两边相

等的未知数的值，叫做方程的解，也叫做方程的根。求方程的解或确定方程无解的过程叫做解方程。

2．含有相同未知数的几个方程所组成的一组方程叫做方程组，方程组里所有方程的公共解，叫做方程组的解。求出方程组的解或证明它们无公共解的过程，叫做解方程组。

二、方程和方程组的解法

解方程或方程组主要是通过变形进行消元、降次，从而达到以简解繁的目的。下面以一元一次方程和一元二次方程为例详细说明。

1．一元一次方程

一元一次方程经过去分母、去括号、移项、合并同类项等步骤以后，都可以化为标准形式$ax=b$或$x=\frac{b}{a}$.

解的讨论：

$a\neq 0$，方程有唯一解，$x=\frac{b}{a}$；

$a=0$，而$b\neq 0$，方程无解；

$a=0$，而$b=0$，方程有无穷多个解。

2．一元二次方程

（1）一元二次方程形式：$ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）或$x^2+px+q=0$。

（2）方程的解法：①因式分解法；②配方法；③公式法 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

（3）方程的讨论：

$$① \quad \Delta=b^2-4ac\begin{cases}\Delta>0，\text{两个不等实根；}\\ \Delta=0，\text{两个相等实根；}\\ \Delta<0，\text{无实根。}\end{cases}$$

② 一元二次方程的根和系数之间的关系是：

$$\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, \quad x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \\ \text{或}x_1+x_2=-p, \quad x_1\cdot x_2=q \end{cases}$$

3．方程组

（1）解方程组的实质，就是要把方程组里的方程进行变形，得到形如：

$$\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$$ 的最简单方程组。

（2）解法：①代入消元法；②加减消元法。

4．对于二元一次方程组应明确解的几何意义，

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$ 在$b_1\neq0$，$b_2\neq0$时，对应于两个一次函数 $y=-\dfrac{a_1}{b_1}x+\dfrac{c_1}{b_1}$ 和 $y=-\dfrac{a_2}{b_2}x+\dfrac{c_2}{b_2}$ 所表示的两条直线。

（1）如果方程组有一组解，表示两直线相交；

（2）如果方程组无解，表示两直线平行；

（3）如果方程有无穷组解，表示两直线重合。

例 1-4 解方程 $\dfrac{2x-1}{2}-\dfrac{2x+5}{3}=\dfrac{6x-7}{4}-1$

解 去分母 得 $6(2x-1)-4(2x+5)=3(6x-7)-12$

去括号 得 $12x-6-8x-20=18x-21-12$

移项，合并同类项 得 $-14x=-7$

两边都除以-14，得 $x=\dfrac{1}{2}$

例 1-5 解方程 $2\sqrt{3}x^2-x-\sqrt{3}=0$

解 可以用三种方法解此方程。

解法一 （因式分解法）

原方程化为 $(2x-\sqrt{3})(\sqrt{3}x+1)=0$。

得 $x_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$x_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

解法二 （配方法）

原方程化为 $x^2-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x-\dfrac{1}{2}=0$

配方得 $\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{12}\right)^2-\dfrac{1}{48}-\dfrac{1}{2}=0$

$$\left(x-\frac{\sqrt{3}}{12}\right)^2=\frac{25}{48},$$

$$x-\frac{\sqrt{3}}{12}=\pm\frac{5\sqrt{3}}{12}$$

得 $x_1=\dfrac{5\sqrt{3}}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$$x_2=-\frac{5\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{3}}{12}=-\frac{\sqrt{3}}{3},$$

解法三 （公式法）

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4\cdot2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}}{4\cdot\sqrt{3}}=\frac{1\pm5}{4\sqrt{3}}$$

即 $x_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$x_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

例 1-6 $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^2-2=x-\dfrac{2}{x}$

解 设 $y=x-\frac{2}{x}$，

原方程变为 $y^2-y-2=0$

解之得 $y_1=2$，$y_2=-1$。

即 $x-\frac{2}{x}=2, x-\frac{2}{x}=-1$

得两个新方程 $x^2-2x-2=0$ $x^2+x-2=0$

得 $x_1=1+\sqrt{3}$，$x_2=1-\sqrt{3}$，$x_3=1$，

$x_4=-2$，

经检验，所得均为原方程的根。

本例所示解法称换元法。

例 1-7 讨论方程$(m-1)x^2+2mx+m+3=0$，m为何值时（1）有两个相等实根？（2）有两个不等实根？（3）无实根？

解 $\Delta=(2m)^2-4(m-1)(m+3)=4(3-2m)$

（1）当 $m=\frac{3}{2}$则$\Delta=0$．方程有两个相等实根；

（2）当 $m<\frac{3}{2}$则$\Delta>0$，方程有两个不等实根；

（3）当 $m>\frac{3}{2}$，则$\Delta<0$，方程无实根。

例 1-8 解方程组$\begin{cases}5x+3y=18 & (1)\\ 2x-3y=3 & (2)\end{cases}$

解法一 （代入消元法）

由（2）得$x=\frac{3y+3}{2}$ （3）

把（3）代入（1），得$5\cdot\frac{3y+3}{2}+3y=18$

即得 $y=1$，

把 $y=1$代入（1），得$x=3$，

原方程组的解为

$$\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$

解法二 （加减消元法）

（1）+（2）得 $7x=21$， $x=3$

把$x=3$代入（2）得 $6-3y=3$ $y=1$

$$\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$ 为原方程组之根

第四节 不 等 式

一、基本性质

1．不等式的两边都加上（或减去）同一个数，不等号的方向不变；

2．不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；

3．不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号方向改变。

二、一元一次不等式的解法

一元一次不等式的解法与一元一次方程解法一样。

解的形式为$ax>b$或$ax<b$（$a\neq0$）

解的讨论： 当$a>0$时，得 $x>\frac{b}{a}$ 或 $x<\frac{b}{a}$；

当$a<0$时，得 $x<\frac{b}{a}$ 或 $x>\frac{b}{a}$，

例 1-9 解不等式 $\frac{x-1}{3}-\frac{2x+5}{4}>-2$

解 去分母得$4(x-1)-3(2x+5)>-2\cdot12$

整理得 $2x<5$

即 $x<\frac{5}{2}$

第五节 平面几何初步概念

一、相交线、平行线

1．相交线对顶角

直线AB、CD相交于点O(图1-1)，构成以O为顶点的四个角：$\angle1$、$\angle2$、$\angle3$和$\angle4$。我们称$\angle1$和$\angle3$是一对对顶角，$\angle2$和$\angle4$是另一对对顶角。对顶角相等。

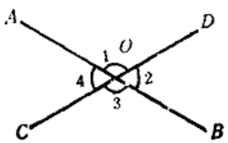

图 1-1

2．垂线

在图1-1中，如果$\angle1=90°$，则其余三个角都是$90°$，这时，直线AB与CD互相垂直，我们称AB是CD的垂线（或CD是AB的垂线），O点是垂足。

3．同位角、内错角、同旁内角

直线AB、CD与直线EF相交（图1-2），构成八个角。$\angle 1$与$\angle 5$的位置相同，称为同位角。类似地，$\angle 2$和$\angle 6$、$\angle 3$和$\angle 7$，$\angle 4$和$\angle 8$也都是同位角。

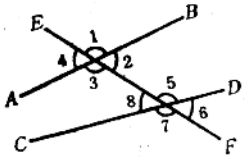

图 1-2

$\angle 3$与$\angle 5$都在两条直线之间，并且位置相错，称为内错角，同样，$\angle 4$和$\angle 6$也是内错角。

$\angle 3$和$\angle 6$都在两条直线之间，又在第三条直线的同旁，称为同旁内角，同样，$\angle 4$和$\angle 5$也是同旁内角。

4．平行线

在同一个平面内不相交的两条直线叫做平行线。在同一个平面内，两条直线的位置关系只有两种：平行或相交。

平行线有下面性质：

（1）同位角相等；

（2）内错角相等；

（3）同旁内角互补；

（4）如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边，那么这两个角相等或互补。

上面四个性质也可以作为判断两条直线平行的条件。

二、三角形

1．等腰三角形

有两条边相等的三角形称为等腰三角形。

等腰三角形的性质：

（1）等腰对等角；

（2）顶角的平分线平分并且垂直于底边；

（3）等边三角形的各角都是60°（如图1-3）。

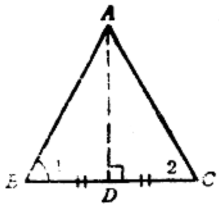

图 1-3

2．直角三角形

有一个角是直角的三角形称为直角三角形。

直角三角形有如下性质：

（1）两锐角和为90°；

（2）斜边上的中线等于斜边的一半；

（3）如果一个锐角等于30°，那么它所对的直角边等于斜边的一半；

（4）两直角边的平方和等于斜边的平方，这个性质称为勾股定理。

三、四边形

有四条边的多边形称为四边形。

四边形的特点

（1）四个内角之和为360°；

（2）四个外角之和亦为360°；

（3）如果一个角的两边分别垂直于另一个角的两边，这两个角相等或互补。

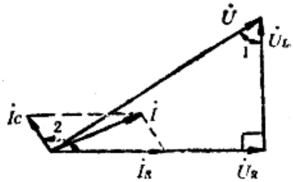

图 1-4

图1-4为有补偿电容时，日光灯电路中电流电压的相量关系。因为 $\dot{U}_L \perp \dot{U}_R$，$\dot{I}_C \perp \dot{U}$，可知 $\angle 1 + \angle 2 = 180°$，这个关系在进行计算时很有用处。

1．平行四边形

两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形。

平行四边形的性质