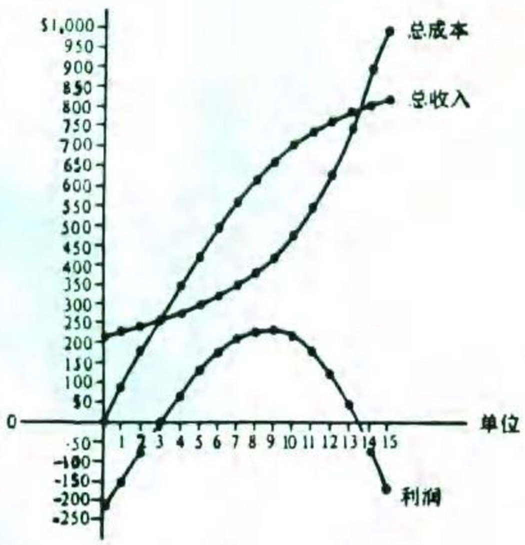
经济应用数学

●李秀芳　主编



吉林大学出版社

主　　审： 艾宏兴

主　　编： 李秀芳

副 主 编： 邵义君　江式元

编写人员：

黄向卿　朴才军　左元武

李宝贵　吴继周　陈继东

叶宗裕

经 济 应 用 数 学

李秀芳　主编

吉林大学出版社出版　　吉林大学出版社发行
（长春市东中华路29号）　　长春大学印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/32　　1991年7月第1版
印张：6.625　　1991年7月第1次印刷
字数：142千字　　印数：0001—3000册

ISBN 7-5601-0912—8/O・103　　定价：2.95元

前　　言

为了促进、活化、充实各类财经学校及各财经专业的数学教学、充分发挥数学对学员学习和研究经济理论及财经专业课的基础作用，培养和提高学员运用变量数学方法分析和处理经济工作中的数量关系，我们组织了五省八校十位从事经济数学教学的教师，共同编写了本书。

本书主要内容为集合、函数、数列、极限、导数、不定积分、定积分、行列式与矩阵、排列组合、概率等在经济中的应用。在结构上，每章均由数学基本理论提要、应用举例、习题和答案四部分组成。应用性是本书最显著的特征。

本书主要适用于各类银行、财政税务、财贸商业、会计统计等中等专业学校、职工干部学校的数学教学，它不但可以作为财经学校（或专业）数学教学的补充教材，而且还可以作为财经干部短训班的数学教材，更是各类财经学校在校学员学习经济应用数学简明适用的辅导书。

本书在组织编写和出版过程中得到了中国工商银行通化银行学校卜祥瑞同志的大力支持和帮助。吉林省中专数学教学研究会秘书长艾宏兴高级讲师在百忙中担任了本书主审。在编写过程中我们还参阅了一些有关著作。在此，我们谨向有关同志及著作者表示感谢。

编写本书只是我们同仁在数学教学中所进行的一点浅陋尝试，由于水平有限，书中难免存在着错误和不妥之处，诚望得到读者的批评指正。

编　者

1991年2月于长春

目　　录

第一章 集　合

一、基本理论提要

（一）集合的概念

1．集合的定义

定义 具有某种特定性质的对象的总体叫做**集合**，简称**集**．组成集合的各个对象叫做集合的**元素**．

习惯上，用大写字母A，B，C，…表示集合，用小写字母a，b，c，…表示元素．如果a是集合A的元素，就记为$a\in A$，读作a属于A；如果a不是集合A的元素，就记为$a\overline{\in} A$，读作a不属于A．

一般规定N表示自然数的集合，J表示整数的集合，Q表示有理数的集合，R表示实数的集合，R^+表示正实数的集合，R^-表示负实数的集合．

2．集合的表示方法

集合一般有以下两种表示方法，即列举法和描述法．

（1）列举法

把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号{　}内，每个元素仅写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法叫做列举法．如由a，b，c，d四个元素组成的集合，可以表示为$\{a, b, c, d\}$，也可表示为$\{b, c, a, d\}$，但不能表示为$\{a, c, a, d\}$．

（2）描述法

把属于某个集合的元素所具有的特定性质用语言或数学

符号描述出来，写在花括号内，这种表示集合的方法叫做描述法。如所有自然数组成的集合可以表示为{自然数}或$\{x|x\in N\}$。

3．集合的种类

集合可以按它所包含的元素的数量分为有限集合和无限集合：

（1）有限集合

若一个集合的所有元素为有限多个，这个集合叫做**有限集合**。

只有一个元素的集合称为单元素集合。

（2）无限集合

若一个集合的所有元素为无限多个，这个集合叫做**无限集合**。

特别地，我们把不含任何元素的集合叫做空集合。简称**空集**，记作ϕ．这样，至少有一个元素的集合可称做非空集。

（二）集合间的关系

1．集合的包含关系

定义 设有两个集合A和B，若B的每一个元素都是A的元素，则集合B叫做集合A的**子集**。记作$A\supseteq B$或$B\subseteq A$。读作“A包含B”或“B包含于A”．

根据子集的定义可知，任何一个集合都是它本身的子集。同时规定空集ϕ是任何集合的子集。

定义 若集合B是集合A的子集，且集合A中至少有一个元素不属于集合B，则把集合B叫做集合A的**真子集**，记作$A\supset B$或$B\subset A$。

空集是任何非空集的真子集。

2．集合的相等关系

定义 对于两个集合A与B，如果$A\supseteq B$，同时 $B\subseteq A$，则称集合A与集合B是**相等**的，记作$A=B$。

（三）集合的运算

1．交运算

定义 设A和B是两个集合，把属于A且属于B的所有元素组成的集合叫做A与B的**交集**，记作$A\cap B$，读作“A交B”。即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A且x\in B\}$$

求集合的交集的运算叫做**交运算**。

有限集合的交集的元素个数

$$N_{A\cap B}=N_A+N_B-N_{A\cup B} \tag{1-1}$$

2．并运算

定义 设A和B是两个集合，把属于A的和属于B的所有元素合并在一起，组成的集合叫做A与B的**并集**，记作$A\cup B$，读作“A并B”。即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A或x\in B\}$$

求集合的并集的运算叫做**并运算**。

有限集合的并集的元素个数

$$N_{A\cup B}=N_A+N_B-N_{A\cap B} \tag{1-2}$$

3．差运算

定义 设A和B是两个集合，把属于A不属于B的所有元素组成的集合叫做A与B的**差集**，记作$A-B$，读作“A减B”。即

$$A-B=\{x\mid x\in A且x\notin B\}$$

求集合的差集的运算叫做**差运算**。

有限集合的差集的元素个数

$$N_{A-B}=N_A-N_{A\cap B} \tag{1-3}$$

4．补运算

在所研究的问题中，我们把包含一切元素的集合叫做**全集**，记作I。

定义 设I为全集，A为I的子集，把属于全集I而不属于A的所有元素组成的集合叫做集合A的**补集**，记作$\overline{A}$，读作"A补"。即

$$\overline{A}=\{x \mid x\in I \text{且} x\overline{\in} A\}$$

求集合补集的运算叫做**补运算**。

有限集合的补集的元素个数

$$N_{\overline{A}}=N_I-N_A \tag{1-4}$$

二、应用举例

例1 我国现行人民币有六种主币，试用列举法和描述法表示六种主币组成的集合A。

解 用列举法可表示为：

$A=\{$壹元，贰元，伍元，拾元，伍拾元，壹佰元$\}$

用描述法可表示为

$A=\{$元以上的人民币券种$\}$

例2 设集合$A=\{$英镑，美元，法郎$\}$，试写出A的所有子集与真子集。

解 A的所有子集：ϕ,{英镑},{美元},{法郎},{英镑,美元}，{英镑,法郎},{美元,法郎},{英镑,美元,法郎}.

A的所有真子集是：ϕ,{英镑}.{美元}，{法郎},{英镑,美元},{英镑,法郎},{美元,法郎}.

例3 设A = {某银行所有存款为1000元的储户}

B = {某银行所有定期存款的储户}

求$A \cap B$。

解 $A \cap B$ = {某银行所有存款为1000元的的储户}

$\cap$ {某银行所有定期存款的储户}

= {某银行所有定期存款为1000元的储户}

例4 某地区的100个股份有限公司，其中有80个公司发行甲种股票，有16个公司发行乙种股票，有55个 公 司 发 行甲、乙两种股票。试问：

（1）只发行甲种股票的公司有多少个？

（2）只发行乙种股票的公司有多少个？

（3）甲、乙两种股票中至少发行其中一种的公司有多少个？

（4）甲、乙两种股票都不发行的公司有多少个（即发行其他类股票的公司）？

解 设集合

A = {发行甲种股票的公司}

B = {发行乙种股票的公司}

则由已知，

$$N_A = 80, \quad N_B = 61$$

而

$$N_{A \cap B} = 55, \quad N_I = 100$$

（1）只发行甲种股票的公司数目为

$$N_{A-B} = N_A - N_{A \cap B} = 80 - 55 = 25 \text{（个）}$$

（2）只发行乙种股票的公司数目为

$$N_{B-A}=N_B-N_{A\cap B}$$
$$=61-55=6\text{（个）}$$

（3）甲、乙两种股票中至少发行其中一种的公司数目为

$$N_{A\cup B}=N_A+N_B-N_{A\cap B}$$
$$=80+61-55=86\text{（个）}$$

（4）甲、乙两种股票都不发行的公司数目为

$$N_{\overline{A\cup B}}=N_I-N_{A\cup B}$$
$$=100-86=14\text{（个）}$$

三、习　题

1. 指出下列集合里的元素：

（1）{元以上的人民币券种}

（2）{我国的中央银行}

（3）{专门经营外汇的专业银行}

（4）{银行存款的种类}

（5）{按存期划分储蓄存款的种类}

2. 试用列举法和描述法表示由人民币的六种辅币组成的集合。

3. 信贷资金的主要来源是各项存款：财政性存款、经济组织存款、储蓄存款。试用列举法表示这些存款所组成的集合。

4. 用符号表示下列两个集合之间的关系：

中国工商银行个人储蓄存款的种类组成的集合 $A=$ {活期储蓄，定期储蓄，定活两便储蓄}，中国银行个人储蓄存款的种类组成集合 $B=$ {活期储蓄，定期储蓄}。

5．设集合 $A=\{$定额税率，比例税率，累进税率$\}$，试写出 A 的所有子集与真子集。

6．设集合

$$A=\{\text{某单位价值为200元以上的资产}\}$$
$$B=\{\text{某单位所有的固定资产}\}$$

求 $A\cap B$。

7．某公司六月份销售了24辆带空调的汽车，42辆带自动变速装置的汽车．已知这两种汽车共售出50辆，则其中既带空调又带自动变速装置的汽车为多少辆？

8．为了了解居民生活情况，调查了某住宅楼若干个家庭中有拥有电冰箱、彩色电视机、洗衣机的数量，其中，有彩色电视机的52家，有电冰箱的43家，有洗衣机的54家。

（1）若彩色电视机与电冰箱两样都有的共计47家，问彩色电视机与电冰箱至少有一种的共有多少家？

（2）若电冰箱和洗衣机中至少有一种的有55家，问电冰箱与洗衣机两种都有的有多少家？

9．调查了某系统的会计统计人员，其中56人做过会计工作，72人做过统计工作，34人既做过会计工作，又做过统计工作，则他们中只做过统计工作的有多少人？只做过会计工作的多少人？

10．调查了某分行100个储蓄所某月资料，其中人均月动员存款额为5万元的储蓄所有72个，人均业务笔数600笔以上的储蓄所有53个，人均月动员存款额、人均月业务笔数均达到上述指标的储蓄所有30个，试问：

（1）人均动员存款额达到5万元，而人均业务笔数未达到600笔以上的储蓄所有多少个？

（2）人均动员存款额未达到5万元，而人均业务笔数达到600笔以上的储蓄所多少个？

（3）人均动员存款额，人均业务笔数至少有一项达到上述指标的储蓄所有多少个？

（4）人均动员存款额，人均业务笔数均未达到上述指标的储蓄所有多少个？

11．调查了某地区100个副食商店，其中70个商店蔬菜日销量250公斤以上，以集合A表示这些商店，40个商店鸡蛋日销量100公斤以上，以集合B表示这些商店，蔬菜日销售量在250公斤以上，而鸡蛋日销量在100公斤以下的有55个商店。试用集合表示下列各类商店，并计算出各类型商店的数目：

（1）蔬菜、鸡蛋两项日销售量均达到上述指标的商店。

（2）蔬菜日销量未达到250公斤以上而鸡蛋日销量在100公斤以上的商店。

（3）蔬菜、鸡蛋日销量至少有一项达到上述指标的商店。

（4）蔬菜、鸡蛋两项均未达到上述指标的商店。

12．对某学校全体教职员工就消费问题进行了调查，其中有48人表示欲各购一台电冰箱，有36人表示欲各购一台彩色电视机，其中又有25人两样都要买，有19人两样都不买。则他们中只买冰箱的有多少人？只买彩电的有多少人？被调查的共有多少人？

四、习题答题

1．（1）壹元、贰元、伍元、拾元、伍拾元、壹佰元。

（2）中国人民银行。

（3）中国银行。

（4）经济组织存款，储蓄存款，财政性存款。

（5）定期储蓄存款，活期储蓄存款，定活两便储蓄存款。

2．用列举法可表示为{壹分，贰分，伍分，壹角，贰角，伍角}。

用描述法可表示为{人民币的六种辅币}。

3．{财政性存款，经济组织存款，储蓄存款}

4．$A \supset B$

5．A的所有子集为：ϕ，{定额税率}，{比例税率}，{累进税率}，{定额税率，比例税率}，{定额税率，累进税率}，{比例税率，累进税率}，{定额税率，比例税率，累进税率}。

A的所有真子集为，ϕ，{定额税率}，{比例税率}，{累进税率}，{定额税率，比例税率}，{定额税率，累进税率}，{比例税率，累进税率}。

6．{某单位所有价值为200元以上的固定资产}。

7．16辆。

8．（1）48家，（2）42家。

9．38人；22人。

10．（1）42个；（2）23个；（3）95个；（4）5个。

11．（1）15个；（2）25个；（3）95个；（4）5个。

12．23人；11人；78人。

第二章　函　　数

一、基本理论提要

（一）函数的概念

1．常量与变量

在某一变化过程中，始终保持相同数值的量叫做**常量**。

在某一变化过程中，可以取不同数值的量，叫做**变量**。

2．函数的定义

在某一变化过程中，有两个变量x和y，若对于变量x的允许值集合中的每一个值，按照一定的对应关系f，变量y都有唯一确定的值与它对应，则把x叫做**自变量**，把y叫做自变量x的**函数**，记作

$$y=f(x)$$

自变量x的允许值集合叫做函数的**定义域**，对应的y值的集合叫做函数的**值域**。当自变量x取定义域中某一确定的值x_0。和它相对应的函数y所取的值$y_0=f(x_0)$称为当$x=x_0$时的**函数值**。

3．反函数定义

设有函数$y=f(x)$，其定义域为D，值域为M，如果对于每一个y值（$y\in M$），都可以从关系式$y=f(x)$确定唯一的x值（$x\in D$）与之对应，这样就确定了一个以y为自变量的新函数$x=\varphi(y)$，这个函数就叫做函数$y=f(x)$的**反函数**。记作$x=f^{-1}(y)$，它的定义域为M，值域为D。

4．函数关系表示法

（1）解析法

就是把函数与自变量之间的对应关系，用一个等式来表示，这个等式的两边是含有两个变量的解析式。如 $y=2x+1$，$y=\sqrt{x^2+1}$ 等。

（2）列表法

就是把函数和自变量之间的关系用自变量所取的值和它所对应的函数值列表表示，如三角函数表、常用对数表等。

（3）图象法

就是用图象来表示函数与自变量之间的关系。把自变量的一个值和函数的对应值分别作点的横、纵坐标，可以作一个点，所有这些点组成的曲线，就是该函数的图象。

（二）函数的性质

1．函数的奇偶性

给定函数 $y=f(x)$，在函数的定义域中，如果 $f(-x)=f(x)$，则 $y=f(x)$ 叫做**偶函数**。如果 $f(-x)=-f(x)$，则 $y=f(x)$ 叫做**奇函数**。

2．函数的增减性

给定函数 $y=f(x)$，(a,b) 是函数定义域内的某一区间，对于区间 (a,b) 内的任意两点 x_1, x_2，如果 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$〔或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$〕，则称 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是**单调递增**（**或单调递减**）的；如果当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)<f(x_2)$〔或 $f(x_1)>f(x_2)$〕，则 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内是**严格单调递增**（或**严格单调递减**）的。

3．函数的有界性

给定函数$y=f(x)$，(a,b)是函数的定义域或定义域内的一部分。如果存在正数M，对于所有的$x\in(a,b)$，$|f(x)|\leqslant M$都成立，则$f(x)$在区间(a,b)内是**有界**的；如果不存在这样正数M，则$f(x)$在区间(a,b)内是**无界**的。

4．函数的周期性

给定函数$y=f(x)$，如果存在正的常数L，对于定义域内的一切x，等式$f(x+L)=f(x)$恒成立，那么函数$f(x)$叫做**周期函数**。满足这个等式的最小正数L叫做函数的最小正周期，简称**周期**。

（三）常用的几个函数

1．幂函数

形如$y=x^n$的函数叫做**幂函数**，其中n是常数，$n\in R$。

2．指数函数

形如$y=a^x(a>0,a\neq1)$的函数叫做**指数函数**，它的定义域为R。

3．对数函数

形如$y=\log_a x(a>0,a\neq1)$的函数叫做**对数函数**，它的定义域为R^+。

4．三角函数与反三角函数（略）

5．一次函数

形如$y=kx+b$的函数叫做**一次函数**，其中b和k为常数且$k\neq0$，定义域为R。当$b=0$时，一次函数$y=kx+b$就是正比例函数$y=kx$。

6．二次函数

形如$y=ax^2+bx+c$（其中a、b、c均为常数，$a\neq0$）

的函数叫**二次函数**，其定义域为R。

7．分段函数

如果函数对于自变量在定义域内的不同取值范围，是由不同的关于自变量的解析式给出的，把这类函数叫做**分段函数**。如

$$y=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$$

即为分段函数。

8．复合函数

设在某一个变量过程中，存在三个变量x、u、y，并且变量u和x之间有函数关系$u=\varphi(x)$，变量y和u之间有函数关系$y=f(u)$，则把$y=f[\varphi(x)]$叫做x的**复合函数**，这时u叫做**中间变量**。

9．基本初等函数

幂函数，指数函数，对数函数，三角函数与反三角函数，统称为**基本初等函数**。

10．初等函数

由基本初等函数和常数，经过有限次四则运算以及有限次的函数复合步骤而形成的并可用一个解析式来表示的函数叫做**初等函数**。例如 $y=\cos^2 x$，$y=\sqrt{2x^2-1}$等。

二、应用举例

（一）收益、成本、利润

1．收益函数

（1）总收益