

实验岩石力学

模拟研究



实 验 岩 石 力 学

模 拟 研 究

林 韵 梅 编 著

煤 炭 工 业 出 版 社

内 容 提 要

本书简要介绍了相似理论及光弹性原理；详细介绍了相似材料模型、离心模型、底摩擦模型、光弹性模型及全息干涉等试验方法。为了便于读者掌握各种试验方法，书中附有很多国内外成功应用这些方法的实例。

本书可供采矿工程技术人员、有关科研人员及高等院校师生阅读，也可作为高等院校有关专业的选修课教材。

责任编辑：张 文 山

实 验 岩 石 力 学

模 拟 研 究

林韵梅 编著

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ 印张 $12^{5/8}$

字数 332 千字 印数 1—3,320

1984年9月第1版 1984年9月第1次印刷

书号15035·2623 定价1.95元



前 言

数学、物理、化学、天文学、地学与生物学为自然科学六大基础学科。地学涉及到地质、矿业、水利电力、建筑、交通与国防等部门，是应用较为广泛的一门学科。

岩石力学是地学的基础学科之一。近二十多年来，由于大规模工业及国防建设的需要，各类地下工程日渐增多，国内外的岩石力学研究工作发展很快，面貌日新月异，文献浩如瀚海。然而，国内的岩石力学教科书和参考书，五十年代至六十年代初的，早已显得内容陈旧，大大落后于时代；近几年新编著的有一些，但数量有限，涉及的面和内容仍有待于补充和深入。

编写一套岩石力学丛书的目的是拟在已有的矿山岩石力学教学参考书的基础上，对六十年代以来矿山岩石力学的发展与现状，作些系统的综合分析，为五十年代及六十年代初学过岩石力学，但近年来接触了解较少的工程技术人员，搭起一座由旧识到新知的台阶和桥梁，也可作为需要有岩石力学知识的大学生和研究生的教学参考书。

《丛书》拟按岩块力学性质、岩体力学性质、岩石力学的弹塑性理论基础、岩体稳定、实验岩石力学、岩石断裂、岩石力学的有限元法等几个分册陆续介绍。

本书将着重介绍实验岩石力学中常用与收效较大的模拟研究方法，并尽可能辅之以实例，介绍作者在实践中体会，以便读者能迅速领会这些方法的实质，大致了解工作的内容，避免在开始从事这一工作时走不必要的弯路；至于模拟研究工作的是否成功则在更大程度上取决于研究人员本人的经验与亲身的实践，这决不是任何书本知识所能代替的。

作 者 1983年元月

目 录

绪论	1
第一章 相似理论	3
第一节 相似第一定律	3
第二节 相似第二定律 (Π 定律)	11
第三节 相似第三定律 (相似存在定律)	17
第二章 相似材料模型法	18
第一节 相似材料模型法的基本概念	18
第二节 相似材料模型法的单值条件和相似判据	19
第三节 相似材料及其配比	34
第三章 相似材料模型法在岩石力学问题中的应用	55
第一节 地下工程模型	55
第二节 地下开采模型	95
第三节 露天开采模型	109
第四节 水工模型	121
第四章 底摩擦模型法	132
第一节 基本原理	132
第二节 材料与实验方法	133
第三节 底摩擦模型的相似关系	134
第四节 实例	136
第五节 运动模型	139
第五章 离心模型法	141
第一节 原理与设备	141
第二节 离心机回转速度 ω 的选择	142
第三节 离心力的误差	144
第四节 实例	145
第六章 模型观测方法	153
第一节 模型变形 (相对位移) 的测量	153
第二节 模型绝对位移的测量	158

第三节	模型内应力测量与破坏现象记录	162
第四节	支架载荷值与压缩量的测量	163
第七章	光弹性原理及设备	169
第一节	光学基本知识	169
第二节	光测弹性仪 (偏光弹性仪)	183
第三节	光弹性实验的基本原理	191
第八章	光弹性模型法	207
第一节	光弹性材料	207
第二节	光弹性模型的设计	225
第三节	加载设备的设计	231
第四节	几种典型受力状态的加载方法	234
第五节	光弹性模型的制作	239
第六节	光弹性模型的观测	240
第七节	用光测法研究应力时确定主应力的方法	251
第八节	光弹性法在岩石力学问题中的应用实例	273
第九节	动光弹模型	289
第十节	三维光弹性模型	298
第十一节	散光光弹法	310
第九章	光弹性应变计与应力计	317
第一节	应变计与应力计的区别	317
第二节	光弹性应变计	318
第三节	光应变计的现场应用	325
第四节	光弹性应力计	329
第十章	全息干涉法	336
第一节	全息照相的实质	336
第二节	“波前再现”与波带片——全息图的物理解释	337
第三节	基本方程——全息图的数学解释	340
第四节	全息照相的记录与再现	343
第五节	全息干涉测量方法	345
第六节	用全息干涉测量法测定岩石的 E 和 ν 值	349
第七节	实验设备及实验中应注意的几个问题	352
第十一章	激光光弹模型法	359
第一节	概述	359

第二节	光弹性干涉测量的基本原理	360
第三节	激光光弹仪的基本光学系统与实验方法	363
第四节	全息光弹性两次曝光法的基本光学方程	366
第五节	物光光强方程式的分析	372
第六节	主应力的求算	377
第七节	等差线与等和线的分离	378
第八节	偏振全息光弹性方法	384
第九节	激光全息光弹法的应用	388
主要参考文献		394

绪 论

岩石多数是不均质与各向异性的。包含各种岩石与地质构造的岩体则更为复杂。多少年来，数学力学方法只能为形状简单的地下工程（例如圆形或椭圆形等巷道）提供围岩应力场与位移场的理论解，许多分析性的预见大多来自现场实测与模拟研究的成果。近二十年来，出现了一种新的数值分析方法——有限元法与边界元法等，它与电子计算机的结合为岩石力学的分析与计算提供了有力的工具。但是模型试验本身也随着近代科学技术的发展而有更完善更高级的形式，再加上这类方法具有直观性与全场逐点给出结论的优点，因而岩体模拟研究与现场实测迅速地发展成为一门新的学科——实验岩石力学。

一、实验岩石力学模拟研究的主要任务

（1）探索许多目前用数学分析方法尚不易解决的问题，诸如岩体在弹性、塑性、粘性范围直到破坏的机理，运动与动力学问题等。

（2）与有限元法（包括边界元法）结合起来使用。先用模型试验大体上了解岩体应力与位移场的规律，以便为有限元法编制合理程序提供依据，然后用一系列不同的参数进行有限元分析，再利用更完善的模型试验验证有限元分析的正确性。这种用数学模型与物理模型互为验证的研究方法既保存了模型试验所固有的优点，又可充分发挥数学模型的快速高效率计算功能，减少重复进行模型的工作量。

二、模拟研究中试验模型的种类

（1）弹塑性模型。研究各类工程岩体在各种载荷作用下的应力分布特征与变形、位移规律。属于这类的方法有相似材料模型、光弹性与全息光弹性模型、全息照相法、云纹法等。

(2) 破坏机理模型。研究各类工程岩体在载荷作用下的破坏形式及其原因,同时通过对模型的总体试验,使模型由承受低载荷直到最后崩溃。可由此而估计原型的总安全系数与稳定程度,这种安全系数比由局部获得的更接近实际。属于这类的方法有相似材料模型、底摩擦模型、简易运动模型、离心模型法等。

(3) 结构设计模型。研究岩体工程中人工结构的最佳方案,围岩与支架的相互作用,围岩与大坝基础的改造方案等设计中需要解决的问题。

(4) 岩体结构模型。研究各类岩体结构的变形与强度特征。这个问题已成为掌握岩体力学性质的一个关键。各种大型的现场岩体结构试验由于其费工费时且费用高昂,而不能广泛使用。在这种情况下,岩体结构的模型试验是很有意义的。

前三类模拟试验的目的往往在一个模型中可同时实现。

另外,各种不同模型方法的组合模拟方法也正在逐步发展。例如将相似模型法与全息干涉法结合起来研究围岩的位移与破坏,将光弹模型与云纹法结合起来研究应力与位移。这些组合模型可使各种方法扬长避短,无疑是一个有效的发展方向。

实验岩石力学模拟研究的发展对促进采矿工业的发展有着重要的意义,随着各门科学技术发展的相互促进,模拟研究工作必将会得到迅速的发展,成为今后采矿技术研究中的一个有力工具。

第一章 相似理论

模型是根据原型来塑造的。在进行模型试验时，通常都采用缩小的比例或在某些特殊情况下用放大的比例来制作模型。同时，为了便于测量应力与应变值，往往采用一些与原型不相同的材料，例如某些弹性模量较低的相似材料或对应力有光学反应的光弹透明材料来制模。于是出现一个问题，怎样使模型与原型相似？怎样才能够把模型实验中所得到的结果推算到实物上去？这就需要了解：什么叫做相似现象；在模型与它所代表的原型之间存在何种关系时，承认模型与原型间存在着相似性。研究这些相似性质与规律的理论称为相似理论。

相似理论由三个基本定律所组成。

第一节 相似第一定律

一、基本概念

第一定律说明了相似现象的基本性质。它对“什么现象称为相似现象？”这个重要问题作了以下的解答。

考察两个系统所发生的现象，如果在其所有对应的点上均满足以下两个条件，则可称此两现象为相似现象。

（一）条件甲

相似现象的各对应物理量之比应当是常数，这种常数可称为“相似常数”。

例如，对任一力学过程，长度、时间及质量属于基本的物理量。因此，两个相似力学系统之间，各对应的基本物理量必须满足以下的比例关系。

1. 几何相似

$$\alpha_l = \frac{l_p}{l_m}$$

2. 运动相似

$$\alpha_t = \frac{t_p}{t_m}$$

3. 动力相似

$$\alpha_M = \frac{M_p}{M_m}$$

式中 l 、 t 、 M ——长度、时间与质量，

p ——原型，

m ——模型，

α_l ——长度相似常数，

α_t ——时间相似常数，

α_M ——质量相似常数。

相似常数的下标表示所对应的物理量。

(二) 条件乙

凡属相似现象，均可用同一个基本方程式描述。因此，条件甲中所谈到的各相似常数 α_l 、 α_t 、 α_M 等不能任意选取，它们将受到某个公共数学方程的相互制约。

例如，两个运动力学的相似系统均应服从牛顿第二定律 $P = Ma$ 。

对于原型

$$P_p = M_p a_p \quad (1-1)$$

对于模型

$$P_m = M_m a_m \quad (1-2)$$

$$\text{令 } \alpha_p = \frac{P_p}{P_m}, \quad \alpha_M = \frac{M_p}{M_m}, \quad \alpha_a = \frac{a_p}{a_m}$$

则 (1-1) 式可写成：

$$P_m \alpha_p = M_m \alpha_M a_m \alpha_a$$

或

$$P_m = M_m a_m \left(\frac{\alpha_M \alpha_a}{\alpha_p} \right) \quad (1-3)$$

对比 (1-2) 与 (1-3) 式, 可见:

唯有 $\frac{\alpha_M \alpha_a}{\alpha_p} = 1$ 时, 两个系统的基本方程才相同; 说明在 α_p 、 α_M 与 α_a 这几个相似常数之中, 如果任意选定两个以后, 其余的一个常数就已经确定, 而不允许再随意选取了。在相似理论中, 通常称这个约束各相似常数的指标 $K = \frac{\alpha_M \cdot \alpha_a}{\alpha_p} = 1$ 为“相似指标”。

另一方面, 根据相似指标, 有

$$\frac{P_p M_m a_m}{P_m M_p a_p} = 1$$

于是

$$\frac{P_p}{M_p a_p} = \frac{M_m a_m}{P_m} = \Pi \quad (1-4)$$

(1-4) 式说明原型与模型中各对应物理量之间保持的比例关系是相同的, 都等于一个定数 Π , 在相似理论中称这个定数为相似判据。

于是相似第一定律又可简述为: 相似现象是指具有相同的方程式与相同相似判据的现象群。

必须注意区别“相似判据”与“相似指标”这两个不同而易混淆的名词。

相 似 判 据

表示原型或模型内各基本物理量 (例如: l 、 t 、 M ……) 之间应满足的比例关系。对于相似的现象, 原型与模型的相似判据是相等的, 都等于同样大小的一个定数 Π (Π 是无量纲值)。

相 似 指 标

表示原型与模型间各相似常数 (例如: α_l 、 α_t 、 α_M ……) 之间应满足的比例关系。由于原型与模型的相似判据相等, 即有

$\Pi/\Pi = 1$ ，所以“相似指标”通常等于 1。

实际上，“相似判据”与“相似指标”是一个问题的两种不同说法。下面通过对这两个名词的具体应用，将使我们进一步理解它们之间的区别。

二、弹性模型的相似指标与相似判据

根据弹性力学，研究弹性结构平面问题时，必要的方程式是平衡方程和变形协调方程（应力符号见图1-1①）：

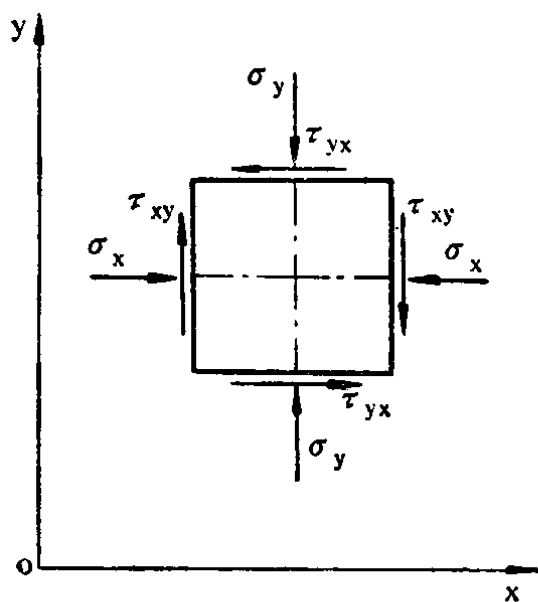


图 1-1 应力符号

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \gamma = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0$$

式中 σ_x, σ_y ——单元体上的正应力；

τ_{xy} ——单元体上的剪应力；

γ ——容重（在计算浅部地压时可以忽略）。

对于原型，有

$$\frac{\partial (\sigma_x)_p}{\partial x_p} + \frac{\partial (\tau_{xy})_p}{\partial y_p} = 0 \quad (1-5)$$

$$\frac{\partial (\sigma_y)_p}{\partial y_p} + \frac{\partial (\tau_{xy})_p}{\partial x_p} + \gamma_p = 0 \quad (1-6)$$

① 根据岩石力学中应力符号的规定：正应力以压为正值，以拉为负值。假如作用面的外法线方向与坐标轴正方向一致，则剪应力与坐标轴方向相反时为正值，反之为负值；若作用面的外法线方向与坐标轴反方向一致，则剪应力与坐标轴方向一致时为正值，反之为负值。在图 1-1 中所示应力方向皆为正方向。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)[(\sigma_x)_p + (\sigma_y)_p] = 0 \quad (1-7)$$

设应力相似常数 $\alpha_\sigma = \frac{(\sigma_x)_p}{(\sigma_x)_m} = \frac{(\tau_{xy})_p}{(\tau_{xy})_m} = \frac{(\sigma_y)_p}{(\sigma_y)_m}$

容重相似常数 $\alpha_\gamma = \frac{\gamma_p}{\gamma_m}$

几何相似常数 $\alpha_l = \frac{x_p}{x_m} = \frac{y_p}{y_m}$

则由 (1-5) 式, 得:

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_l} \cdot \left[\frac{\partial(\sigma_x)_m}{\partial x_m} + \frac{\partial(\tau_{xy})_m}{\partial y_m} \right] = 0 \quad (1-8)$$

由 (1-6) 式, 得:

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_l} \cdot \left[\frac{\partial(\sigma_y)_m}{\partial y_m} + \frac{\partial(\tau_{xy})_m}{\partial x_m} \right] + \alpha_\gamma \gamma_m = 0 \quad (1-9)$$

对于模型, 必要的方程式是

$$\frac{\partial(\sigma_x)_m}{\partial x_m} + \frac{\partial(\tau_{xy})_m}{\partial y_m} = 0 \quad (1-10)$$

$$\frac{\partial(\sigma_y)_m}{\partial y_m} + \frac{\partial(\tau_{xy})_m}{\partial x_m} + \gamma_m = 0 \quad (1-11)$$

若要模型与原型相似, 则 (1-5) 式与 (1-10) 式应相等, (1-6) 式与 (1-11) 式应相等。也就是 (1-8) 式与 (1-10) 式应相等, (1-9) 式与 (1-11) 式应相等。

根据 (1-8) 与 (1-10) 式应相等的条件, 可求得相似指标:

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_l} = \text{任意常数} \quad (1-12)$$

(1-9) 式可改写成:

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_l \alpha_\gamma} \left[\frac{\partial(\sigma_y)_m}{\partial y_m} + \frac{\partial(\tau_{xy})_m}{\partial x_m} \right] + \gamma_m = 0$$

将上式与 (1-11) 式对比, 可求得另一个相似指标为;

$$\frac{\alpha_\sigma}{\alpha_l \alpha_\gamma} = 1 \quad (1-13)$$

(1-13) 式可换写成相似判据:

$$\frac{\sigma_p}{l_p \gamma_p} = \frac{\sigma_m}{l_m \gamma_m} = \Pi \quad (1-14)$$

(1-12) 式表示, 在不考虑体积力的条件下, 应力相似常数 α_σ 与几何相似常数 α_l 无制约关系, 可任意选取, 即 α_σ 与 α_l 的任何比值都符合相似条件。因此, 用平面弹性模型进行应力分析时, 如忽略体积力不计, 就可不考虑相似指标所限定的制约关系。只要保证模型与原型的几何相似 (包括载荷分布条件、约束条件等), 即可直接根据选定的应力相似常数将模型中的应力换算成原型应力:

$$\sigma_p = \alpha_\sigma \sigma_m$$

(1-13) 式表示, 在考虑体积力条件下, 为了满足平衡微分方程的要求, 应力相似常数 α_σ 、几何相似常数 α_l 与容重相似常数 α_γ 三者应当互相制约, 即其中两个自由选取以后, 第三者就不能自由选取, 必须根据相似指标与两个已选定的相似常数来求得。

在这种情况下, 可由相似判据 (1-14) 式获得应力的换算公式如下:

$$\sigma_p = \sigma_m \left[\frac{l_p \gamma_p}{l_m \gamma_m} \right]$$

对于其它的物理问题, 当基本方程式已经确定后, 也可仿照前面介绍的方法找出相应的相似指标与相似判据。

〔例题一〕

1. 设计某巷道模型, 如选取 $\alpha_l = 100$ 与 $\alpha_\gamma = 2$, 求应力相似常数 α_σ 。

$$\alpha_\sigma = \alpha_l \alpha_\gamma = 100 \times 2 = 200$$

2. 如从弹性模型中测得的最大危险应力值为 10 公斤/厘米², 试换算成原型的危险应力值。

模型 $(\sigma_m)_{\max} = 10$ (公斤/厘米²)

原型 $(\sigma_p)_{\max} = (\sigma_m)_{\max} \cdot \alpha_l \cdot \alpha_\gamma = 10 \times 100 \times 2 = 2000$ (公斤/厘米²)

三、使模型与原型内应力相等的相似指标

为便于理解，通过一个受均布载荷的梁的模型来说明这个问题。

设图1-2所示简支梁模型的几何相似常数 α_l 为100，如何施加载荷，才能使该模型内的应力状态与原型相同呢？

根据材料力学，挠度 y 、弯矩 M 和梁最外纤维中的弯曲应力 σ 可分别用以下方程表示：

$$y = \frac{qx}{24EI} (L^3 - 2Lx^2 + x^3)$$

(1-15)

$$M = \frac{qx}{2} (L - x)$$

(1-16)

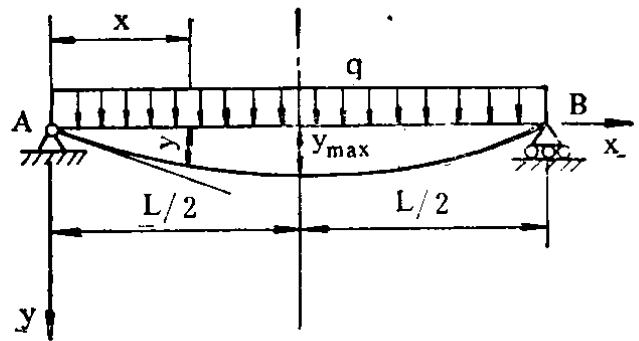


图 1-2 梁的模型

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{qx}{2W} (L - x) \quad (1-17)$$

式中 q ——分布载荷的集度；

I ——截面的惯性矩；

E ——材料的弹性模量；

W ——截面模量， $W = \frac{2I}{h}$ ；

h ——梁的高度；

y 、 M 、 σ ——距 A 点 x 处的挠度、弯矩和最外纤维中的弯曲应力。

对于原型可写成：

$$\left. \begin{aligned} y_p &= \frac{q_p x_p}{24E_p I_p} (L_p^3 - 2L_p x_p^2 + x_p^3) \\ M_p &= \frac{q_p x_p}{2} (L_p - x_p) \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

$$\sigma_p = \frac{q_p x_p}{2W_p} (L_p - x_p)$$

对于模型可写成

$$\left. \begin{aligned} y_m &= \frac{q_m x_m}{24E_m I_m} (L_m^3 - 2L_m x_m^2 + x_m^3) \\ M_m &= \frac{q_m x_m}{2} (L_m - x_m) \\ \sigma_m &= \frac{q_m x_m}{2W_m} (L_m - x_m) \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

如果模型与原型相似，则应有以下关系：

$$\frac{L_p}{L_m} = \frac{x_p}{x_m} = \frac{y_p}{y_m} = a_l$$

$$\frac{W_p}{W_m} = a_l^3$$

$$\frac{I_p}{I_m} = a_l^4$$

又根据设计要求， $\sigma_m = \sigma_p$ ；将这些关系代入原型的挠度方程（1-18的第一式）中，得：

$$a_l y_m = \frac{q_p x_m}{24E_p I_m} (L_m^3 - 2L_m x_m^2 + x_m^3) \quad (1-20)$$

将上式与（1-19）式中的第一式对比可见，为使模型与原型的挠度方程完全相等，必须有：

$$a_E = \frac{E_p}{E_m} = 1$$

$$a_q = \frac{q_p}{q_m} = a_l = \frac{l_p}{l_m}$$

式中 a_E ——弹模相似常数；

a_q ——载荷相似常数。

将 a_E 与 a_q 代入（1-18）中的第二、三式中，可得；