

中学

物理题的 简便解法

张大明

.7

河南教育出版社

中学物理题的简便解法

张 大 明

河南教育出版社

中学物理题的简便解法

张大明

责任编辑 范敬儒

河南教育出版社出版

河南开封第一印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 7印张 137千字

1985年7月第1版 1985年7月第1次印刷

印数：1—22,840册

统一书号：7356·77 定价0.97元

前 言

解题是中学生学习物理学的重要组成部分，通过解物理习题，不但能促进学生掌握物理学基本知识和基本技能，而且能培养学生敏捷的、创造性的思维能力。掌握知识与培养能力是教学的两个重要目的，它们的关系是相辅相成的，缺了哪一个都不能使学生成材。如果在教学中只注意讲基本解法，并把一些题目分成类型，让学生套方法、套格式，过于追求解题的严谨性、规范化，而忽视了对问题的物理本质的探讨，忽略了解题方法与过程的灵活性，则不利于学生智力的发展，不利于培养学生的创造能力。

笔者根据自己多年来的教学经验与教学研究的结果，总结、整理出一些解答物理问题的简捷而巧妙的方法，写成本书。本书的目的，不仅在于介绍一些简便解法与解题技巧，更重要的是通过运用这些简便解法，力图开拓学生的思路，培养学生创造性思维能力。

本书介绍的解法是对具体的问题进行具体的分析，灵活地运用物理知识与规律，不拘一格地解决问题。希望同学们学习本书介绍的方法后，充分发挥想象力与创造力，甚至冲出本书和其他书本所列各种解法的束缚，创造出更巧妙的解法，使自己的智能得到高度的发展，为进一步学习更高深的

知识打好必要的智力基础。

本书的编写，注意到中学阶段与大学阶段的衔接和过渡，个别题目有一定的深度和难度。

在本书编写过程中，有个别章节与题目参考了先期出版的书刊，例如《平均》、《电场》等书和《物理教学》、《教学通讯》（理科版）等杂志，在此谨对有关作者致以谢意。本书全稿承蒙阎金铎先生、陈子正先生和薛晓舟先生在百忙中审阅，在此一并致以衷心的感谢。由于作者学识浅陋，水平有限，错误与不妥之处在所难免，诚望广大读者批评指正。

作 者

1984.2

目 录

第一章 等效法	(1)
§1. 等效力图法	(2)
§2. 等效质量法	(10)
§3. 等效重力加速度	(21)
§4. 等效电路法	(27)
§5. Δ -Y 等效变换法	(38)
§6. 等势等效变换	(44)
第二章 对称法	(56)
§1. 利用运动对称性	(57)
§2. 利用弹簧对称性	(64)
§3. 利用电路对称性	(68)
§4. 利用光路对称性	(71)
第三章 补偿法	(74)
§1. 功能补偿法	(74)
§2. 动量补偿法	(78)
§3. 质量补偿法	(82)
第四章 其他特殊方法	(88)
§1. 虚微扰法	(88)
§2. 虚电压电流法	(95)

§3. 比较法.....	(100)
§4. 相对运动法.....	(107)
§5. 叠加法.....	(116)
第五章 充分运用数学方法解物理题	(130)
§1. 利用图象.....	(131)
§2. 利用几何.....	(139)
§3. 利用三角.....	(147)
§4. 利用比例.....	(154)
§5. 利用不等式.....	(164)
§6. 利用求极值法.....	(173)
§7. 利用数列与极限.....	(187)
§8. 利用平均.....	(203)
§9. 利用反证法.....	(214)

第一章 等 效 法

“等效”这一概念在物理学中的应用不胜枚举。“等效法”是物理学研究问题时常常采用的手法，它有化复杂为简单之功，变冗长为敏捷之效。诸如合力、分力、合速度、分速度、惯性力、总电阻、总电容、交流电的有效值等重要概念，都是根据“等效性”而引入的；“等效电路”、“等效电源定理”（即戴维宁定理）是等效法在解决复杂电路时的应用。科学巨匠爱因斯坦在发现广义相对论时，正是由于洞察到“引力场”与“加速场”的等效性，才提出了广义相对论的基础“等效原理”。因而在物理教学中适当介绍一下“等效法”解题，对提高学生的能力和智力是会有所裨益的。

等效法的实质，就是用人
为假设的物理量、受力图、电路
图等代替原来实际的物理量、
受力图、电路图。这样取代之
后效果相同，然而计算过程却
大为简化，或是使得原来无法

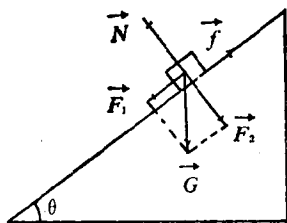


图 1-0-1

计算的问题变成能够计算。例如，木块沿斜面向下滑的问题。

木块实际上受三个力的作用：重力 $\vec{G}$ ，支持力 $\vec{N}$ 和摩擦

力 $\vec{f}$ ，如图1—0—1所示。

为了便于计算（即把不易计算的矢量合成运算用正交分解与合成法化为易于计算的代数运算），我们可以将 $\vec{G}$ 与 $\vec{N}$ 两个力合成，合力为 $\vec{F}_1$ ，这样，等效地说，木块就受两个力 $\vec{F}_1$ 与 $\vec{f}$ 的作用了，由于这两个力在同一直线（必沿斜面）上，计算起来就简便多了。我们进一步还可以将 $\vec{F}_1$ 与 $\vec{f}$ 合成为一个力，这样，等效地说，木块就只受一个力的作用了（当然这一个力是木块实际受的三个力的合力，而不是木块实际受的力）。

我们也可以将重力 $\vec{G}$ 用正交分解法分解成两个分力 $\vec{F}_1$ 与 $\vec{F}_2$ ，等效地说木块就受到四个力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 、 $\vec{N}$ 与 $\vec{f}$ 的作用。其中 $\vec{F}_2$ 与 $\vec{N}$ 互相抵消，只剩下沿斜面的两个力 $\vec{F}_1$ 与 $\vec{f}$ 。

上面说的两种方法（合成的方法与分解的方法），都是用假设的力（合力或分力）代替原来实际的力，因而同时也就用假设的受力图代替了原来实际的受力图。这就是等效法。

下面介绍的几种等效法，就是上面所谈合力与分力的等效法的推广。

§1 等效力图法

熟悉这个方法之后，可以用心算，一步写出通过定滑轮连接的物体体系的加速度，而不需要象隔离体法那样求解方程组。下面以典型的例子讲解这种解法。

例1 如图1-1-1(a)所示，两物体质量为 m_1 、 m_2 ，用一

一根柔软轻绳通过一定滑轮
 连结起来，求它们的加速
 度。

解：先用隔离体法。

设 $m_1 > m_2$ ，有

$$m_1 g - T = m_1 a,$$

$$T - m_2 g = m_2 a.$$

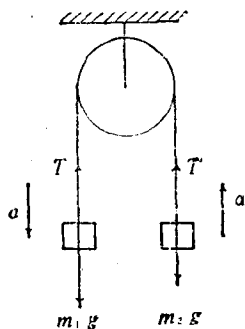
两式相加，得

$$m_1 g - m_2 g = m_1 a$$

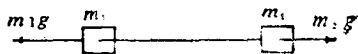
$$+ m_2 a,$$

故

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2}.$$



(a)



(b)

图 1-1-1

上式得到的加速度，等效于图1-1-1(b)所示的物体系统的加速度。这个物体系中 m_1 受到一个向左的外力 $m_1 g$ ， m_2 受到一个向右的外力 $m_2 g$ 。 m_1 与 m_2 之间的内力（绳的张力）互相抵消，图中没有画出。众所周知，定滑轮有这样的特性，就是它能够改变受力的方向，而不改变受力的大小。我们在画出图1-1-1(a)受力图之后，可以假想着把被定滑轮弯曲了的绳子拉平，各个力的方向也随着绳子的拉平而展平了。这样，我们不改变力的大小，把力图1-1-1(a)改画成图1-1-1(b)所示的等效力图（正如把复杂电路画成简单明瞭的等效电路一样）。这么一来，象图(b)那样的物体系很容易一步就写出它的加速度：设较大的力的方向为正方向，则合外

力为 $m_1g - m_2g$ ，物体系的总质量为 $m_1 + m_2$ ，由牛顿第二

定律就立即得到 $a = \frac{m_1g - m_2g}{m_1 + m_2}$ 。

由此我们总结出一种用“等效受力图”解单绳定滑轮物体系的加速度的简便方法：

第一步，先画出实际受力图。可以只画沿绳方向的外力，对于不沿绳方向的外力可以进行正交分解，分解为沿绳方向的分力与垂直于绳方向的分力，并且只需画出沿绳方向的分力，而垂直于绳方向的分力可不画出。

第二步，设想把绳展为平直，不改变力的大小，将力的方向也随着绳子展为平直，画出等效受力图。展平后可抵消的内力（如绳对两物体的一对拉力）可不画出。

第三步，设沿绳子某方向（一般取估计为力大的方向）为正方向，相反方向为负方向，写出沿绳子方向的合力（代数和），再除以总质量，即得加速度。如加速度为负值，说明加速度的方向沿所设的负方向。

下面试举几例加以说明。

例 2 如图1-1-2(a)所示， m_1 与桌面间摩擦系数为 μ ， $m_2 > \mu m_1$ 。求加速度和绳的张力。

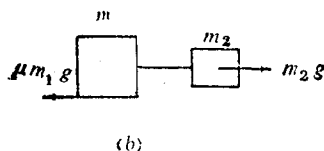
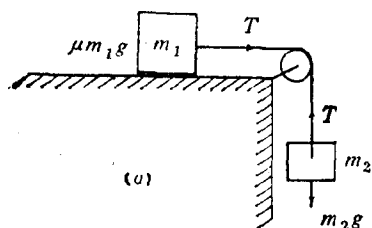


图 1-1-2

解：第一步，先画出沿绳方向的受力图（如图1-1-2(a)）。

第二步，把绳展平，画出等效受力图（如图1-1-2(b)）。

第三步，写出加速度

$$a = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g.$$

设绳的张力为 T ，则

$$T - \mu m_1 g = m_1 a,$$

将 a 值代入上式，整理得

$$T = \frac{m_1 m_2 (1 + \mu)}{m_1 + m_2} g.$$

例3 如图1-1-3(a)所示，在倾角为 α 的光滑斜面上有一物体系统，设 $m_1 \sin \alpha > m_2$ ，求加速度。

解：先画实际受力图（如图1-1-3(a)）。这里，绳的张力已省去。

再画等效受力图（如图1-1-3(b)）。

加速度为

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_1 g \sin \alpha - m_2 g}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 \sin \alpha - m_2}{m_1 + m_2} g. \end{aligned}$$

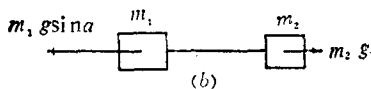
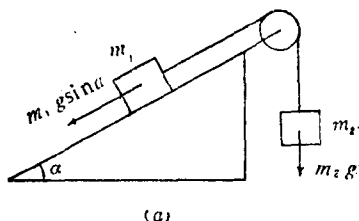


图 1-1-3

例4 求图1-1-4(a)所示物体系统的加速度，设摩擦系数为 μ ，且 m_1 向下加速滑动。

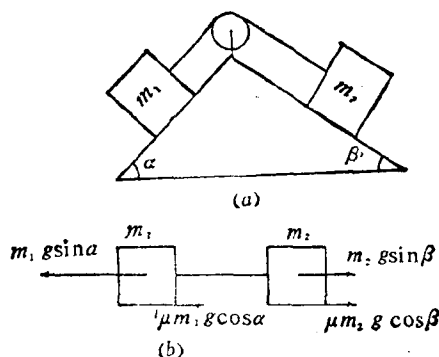


图 1-1-4

解：当读者熟练后可一步画出等效受力图，如图(b)所示。

合力为

$$m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha - m_2 g \sin \beta - \mu m_2 g \cos \beta.$$

故加速度为

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha - m_2 g \sin \beta - \mu m_2 g \cos \beta}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 (\sin \beta + \mu \cos \beta)}{m_1 + m_2} g. \end{aligned}$$

例 5 求图1-1-5(a)所示物体在水平拉力 F 作用下的加速度。设各表面间摩擦系数均为 μ 。

解：先画实际受力图，如图(b)所示。为了清楚起见，我们把 m_1 与 m_2 的接触面画得稍微分离一些。注意 m_1 的下表面受到一个大小为 $\mu m_1 g$ 、方向向右的摩擦力，而 m_2 的上表面受到一个大小也为 $\mu m_1 g$ 、方向向左的摩擦力，这是一对

作用力与反作用力，对于这个物体系统来说，是一对内力，但这一对内力对系统加速度的贡献并不能互相抵消，这在将绳展平画出等效受力图(c)后就显而易见了。

再画等效受力图，如图(c)所示。注意将绳展平后， m_1 的下表面翻到上表面了，因而 m_1 原来下表面向右的摩擦力 $\mu m_1 g$ 随着绳子的展平而翻到向左的方向

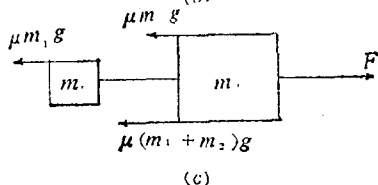
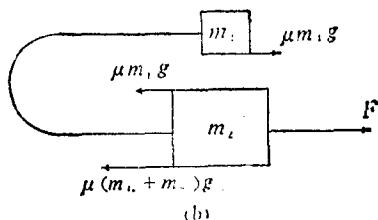
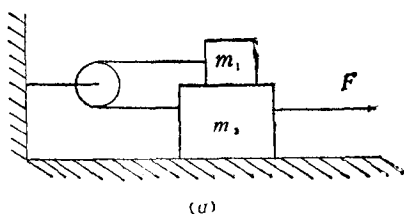


图 1-1-5

了。显然它与 m_2 上表面的摩擦力方向相同了，不能互相抵消。然而绳子对两物体的拉力 T 在将绳展平后方向相反，互相抵消，因而图中没有画出。

由图(c)易得加速度为

$$a = \frac{F - \mu m_1 g - \mu m_1 g - \mu(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{F - \mu(3m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}.$$

这种方法之所以行得通，是由于用定滑轮连结的物体系

统中各物体加速度大小相同，在将绳展平后可以看成同一整体，绳对各物体的拉力是物体系统的内力，不影响系统的运动状态，可省略。这就使得在画出等效受力图后可一步写出物体系的加速度大小。熟练后，心算就能一步写出较复杂的定滑轮连结体的加速度。

当 n 个物体用两条以上的绳子通过动滑轮连结时，各物体的加速度大小不相等，不能把它们看成同一整体，就不能用这种方法。这时，我们可用下节介绍的等效质量法，结合本节的等效力图法求解加速度。

习 题

1.1.1 在图 1-1-2(a) 中，若桌面光滑，用等效力图法求加速度和绳的张力。

$$\left(a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g, \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \right)$$

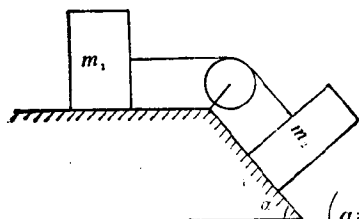


图 1-1-6

1.1.2 如图 1-1-6 所示，斜面倾角为 α ，设摩擦系数均为 μ ，求系统的加速度。（设 m_2 向下滑动）

$$\left(a = \frac{m_2 \sin \alpha - \mu(m_1 + m_2 \cos \alpha)}{m_1 + m_2} g \right)$$

1.1.3 如图 1-1-7 所示，设摩擦系数均为 μ ，求系统加速度。

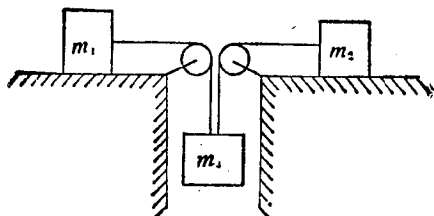


图 1-1-7

$$\left(a = \frac{m_3 - \mu(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} g \right)$$

1.1.4 如图1-1-8所示，设斜面倾角为 α ，摩擦系数均为 μ ， m_1 向下滑动，求系统加速度。

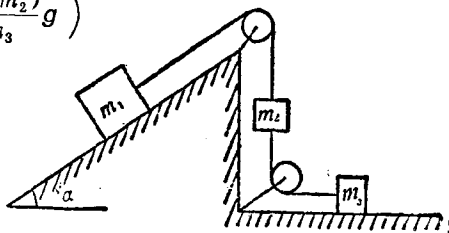


图 1-1-8

$$\left(a = \frac{m_1 \sin \alpha - m_2 - \mu(m_1 \cos \alpha + m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} g \right)$$

1.1.5 如图1-1-9所示，设摩擦系数均为 μ ， m_3 向下运动，求系统加速度。

$$\left(a = \frac{m_3 - \mu(3m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3} g \right)$$

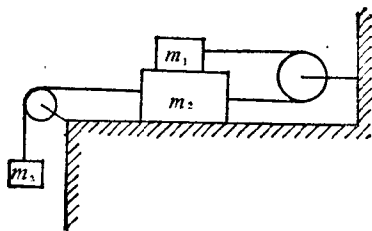
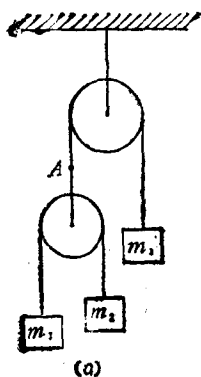
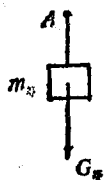


图 1-1-9

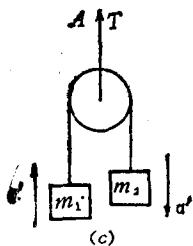
§2 等效质量法



(a)



(b)



(c)

图 1-2-1

等效质量法包含两个等效概念：等效质量 $m_{\text{等}}$ 和等效重力 $G_{\text{等}}$ 。让我们还是由一个例子引出等效质量法。

例1 求图 1-2-1(a) 所示系统中 m_3 的加速度。

解：本题中包含动滑轮，三个物体的加速度大小不相同，不能用上节的等效力图法。为了求出 m_3 的加速度，我们考查一下图中A点以下的动滑轮、 m_1 与 m_2 组成的系统的力学特性。它可以看成是一个质量为等效质量 $m_{\text{等}}$ 、重力为等效重力 $G_{\text{等}}$ 的等效系统，如图(b)所示。假设A点静止，A点以下部分，系统的质心并不静止，而是做加速运动。因而在一般情况下， $G_{\text{等}} \neq m_{\text{等}} \cdot g$ 。下面给出 $G_{\text{等}}$ 和 $m_{\text{等}}$ 的求法。

令图(b)中A点静止，这时必须以力 T 向上拉A点，求出这个能使A点静止的向上的拉力 T ，由二力平衡条件，就可知道图(b)等效系统的等效重力为 $G_{\text{等}} = T$ 。