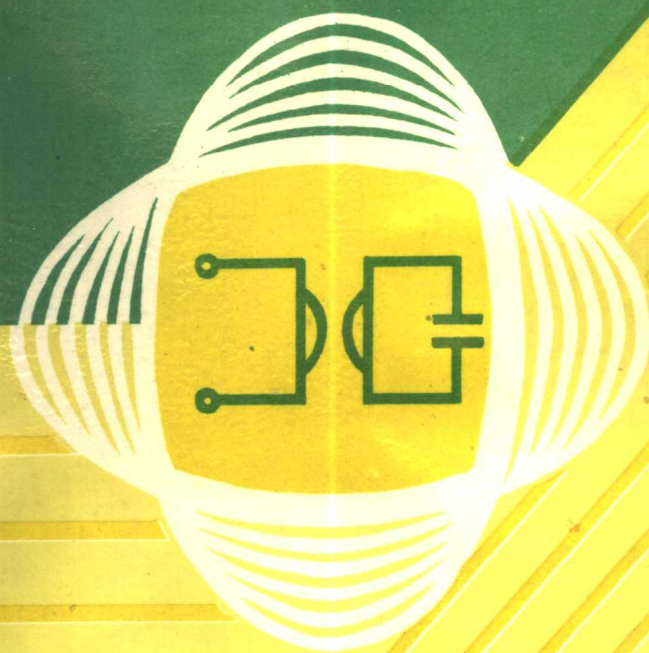


电路分析

主编 周宝珀 主审 李瀚荪



西南交通大学出版社

电 路 分 析

周宝珀 胡象源 编
徐贤敏 朱瑞英

李瀚荪 主审

西南交通大学出版社

内 容 提 要

本书为高等工业院校电气工程与电子技术各专业本科生电路分析教材。内容符合国家教委制订的《高等工业学校电路分析基础课程教学基本要求》。全书着重讨论线性、非时变、集中参数电路的基本理论与分析方法,还适当地介绍了非线性电路的基本概念。内容编排次序为先线性、后非线性,先稳态、后动态。其中,双口网络、频响特性、非线性电路等内容均单独成章,具有灵活性,以适应不同的教学要求。书中编入较多的例题、思考题与习题并附有部分习题答案,以便于学生自学。如将内容适当地精选与组合,本书还可作为函授生、大专生、自学高考生或成人教育的参考教材。

电 路 分 析

周宝珀 主编

李瀚荪 主审

西南交通大学出版社出版发行
(成都 二环路北一段 610031)

新华书店经销
郫县印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:22

字数:533千字 印数:1—5000册

1996年2月第1版 1996年2月第1次印刷

ISBN 7—81022—908—7/T·164

定价:21.00元

前 言

《电路分析》是高等工科院校电子工程、通信工程、控制工程、信息工程以及计算机等专业本科生必修的技术基础先导课程。其主要任务是讨论线性、非时变、集中参数电路的基本理论与分析方法,使学生掌握电路分析的基本概念和基本原理,提高分析思维能力与系统计算能力,为学习后续课程和建立良好的专业素质奠定基础。

近几十年来,随着科学技术的不断进步,电路分析的内容也有了相应的变化与发展。其表现为:传统的线性、非时变电路的分析方法已然成熟并向非线性电路与时变电路扩展;传统的对单一变量的手工计算方法正在向多变量的计算机辅助分析发展;传统的电路分析概念已经与系统分析的概念融合统一等。

本书是由北方交通大学、上海铁道大学与兰州铁道学院共同编写的。三所院校的电路课程已经开设了40余年。期间,经历了多次变革,积累了较多的教学经验,融汇了几代教师的心血,形成了大体相同的教学传统。本书正是在此基础上,经过认真总结与交流并结合学科的上述发展而编写的。内容的编排,主要依据国家教委制订的《高等工业院校电路分析基础课程教学基本要求》与课程教学大纲,以线性、非时变电路的分析为主体,也适当地介绍了有关非线性电路分析的基本概念。编排的次序是先线性、后非线性;先稳态分析、后动态分析。其中,双口网络、电路的频响特性、非线性电路等内容均单独成章,具有相对独立性,以兼顾通信、控制、计算机应用等不同专业的教学要求。另外,书中编入较多的例题与思考题,书末附有部分习题答案,以便于学生自学。本书在大学本科讲授约需90学时;另设实验课程。章节前标有*号的内容是否讲授可根据不同情况酌情处理。如将前六章基本内容与后续几章适当地搭配组合,本书还可作为上述各专业函授生、大专生、自学高考生或成人教育的参考教材。

本书由北方交通大学周宝珀主编。全书原稿分别由兰州铁道学院徐贤敏(第一、二、三、四章)、上海铁道大学胡象源(第八、九、十章)以及北方交通大学朱瑞英(第五、七章)、周宝珀(第六、十一章)负责撰写。

本书特请北京理工大学李瀚荪老师主审。另外,北京邮电大学江淑倩老师、兰州铁道学院张志远老师、西南交通大学边孝林老师以及北方交通大学许殊、董忆萱、周忠雯老师也审阅了原稿。以上诸位老师对本书的出版给予了热情的支持,对本书原稿提出了宝贵的意见,在此谨致衷心的感谢。鉴于编者的水平所限,书中定有不妥之处,敬希批评指正。

谨将本书献给三所院校曾经或正在为电路教学而辛勤劳动的所有老师们!

编 者

1995年5月

目 录

第一章 电路分析的基本概念.....	1
第一节 电路分析概述.....	1
第二节 电路的基本变量.....	4
第三节 电路的基本定律.....	7
第四节 无源元件及其特性	12
第五节 有源元件及其特性	21
习 题	28
第二章 电路的等效分析	35
第一节 等效概念与电阻的等效分析	35
第二节 独立电源的等效分析	41
第三节 电阻星形联接与三角形联接的等效互换	45
第四节 无独立源二端网络的入端电阻	47
第五节 含运算放大器电路的分析	50
第六节 电路的对偶性	54
习 题	56
第三章 电路分析的规范方法	63
第一节 电路方程的独立性	63
第二节 支路电流法	66
第三节 网孔分析法	68
第四节 节点分析法	73
第五节 回路分析法	78
* 第六节 割集分析法	83
* 第七节 线性电阻电路解的存在性与唯一性	86
习 题	90
第四章 电路分析的重要定理	95
第一节 叠加定理	95
第二节 替代定理	99

第三节	戴维南定理与诺顿定理	100
第四节	最大功率传输定理	109
第五节	互易定理	110
习 题		115
第五章	正弦电路的稳态分析	122
第一节	正弦信号的基本概念	122
第二节	正弦信号的相量表示	125
第三节	阻抗与导纳	132
第四节	正弦电路的相量分析	136
第五节	正弦电路的功率	141
第六节	三相电路的分析	147
第七节	多频率正弦激励下的稳态分析	152
习 题		156
第六章	互感电路的分析	165
第一节	互感元件及其相量模型	165
第二节	互感电路的分析	170
第三节	变压器电路的分析	175
习 题		182
* 第七章	双口网络的分析	187
第一节	双口网络的参数与等效电路	187
第二节	双口网络的联接	196
第三节	端接双口网络的分析	203
第四节	常用双口元件及其应用	207
习 题		214
第八章	电路频响特性的分析	219
第一节	频响特性的基本概念	219
第二节	一阶电路的频响特性	221
第三节	串联谐振电路的分析	226
第四节	并联谐振电路的分析	234
习 题		241
第九章	电路的动态分析	244
第一节	电路的动态分析概述	244

第二节	电路的微分方程及其解	245
第三节	电路的初始条件	250
第四节	一阶电路的动态分析	255
第五节	二阶电路的动态分析	272
习 题		286
* 第十章	电路动态分析的卷积法	292
第一节	阶跃函数与冲激函数	292
第二节	电路的阶跃响应与冲激响应	296
第三节	卷积积分及其计算	302
第四节	应用卷积法求电路的零状态响应	308
习 题		311
第十一章	非线性电路的分析	314
第一节	非线性电路元件及其特性	314
第二节	非线性电阻电路的分析	319
* 第三节	非线性电感电路的分析	326
习 题		331
部分习题答案		334
参考文献		343

第一章 电路分析的基本概念

本章介绍电路模型;电路的主要物理量——电流、电压及功率;电路元件——电阻、电感、电容、电压源、电流源、受控源;电路的基本定律——基尔霍夫定律。基尔霍夫定律和元件的伏安关系是电路分析的重要基础,将贯穿于全书。

第一节 电路分析概述

电路理论是研究电路基本规律和电路分析与综合方法的学科。它经历了一个世纪的漫长道路,形成了完整的体系,并成为整个电气和电子工程,其中包括电力、通信、测量、控制及计算机等技术领域的主要理论基础,并在生产实践中获得了极其广泛的应用。

电路分析是电路理论中的一个重要分支,也是整个电路理论的基础。本章作为全书的开始,将介绍有关电路分析的一些基本概念和定律,为以后各章的学习奠定基础。

一、电路理论的发展及其研究领域

电路理论的发展经历了经典电路理论与近代电路理论两个阶段。从19世纪20年代到20世纪60年代,电路理论从物理学中电磁学一个分支逐步发展成为一门独立的学科。这一阶段称为经典电路理论的形成与完备阶段。在这一阶段中,电路理论研究的主要对象主要是线性非时变无源电路。20世纪60年代,电路理论发生了重大变革。这一变革的主要特征是:从原来主要研究线性、非时变、无源电路,进一步发展到非线性、时变、有源电路。另外在设计方法上采用了“系统的步骤”,以此与计算机辅助设计(CAD)相适应。60年代至今的这一阶段被称为近代电路理论的形成及发展阶段。这一阶段虽然经历的时间不长,但电路理论的发展却极其迅速。通信及控制技术、系统理论、计算机技术及大规模和超大规模集成电路的进展,对电路理论提出了一系列新的课题,从而促进了电路理论的发展。

电路理论研究的领域,包括电路分析与电路综合两个分支。电路分析是在给定的激励下,求给定电路的响应。电路综合则是在给定的激励下,为达到预期的响应而求得电路的结构及参数。这里所谓“激励”,可理解为电源的作用,所谓“响应”,则可理解为电路各部分对电源作用的反应,例如电流、电压等。

近年来,在电路分析与综合之间,又出现了另一分支,即电路的故障诊断。电路的故障诊断,就是通过对电路的某些可及端钮的测量来确定电路中未知元件的状态及数值。从理论上说,就是元件参数的可解性问题,从实际上说,就是故障元件的定位与定值问题。

图1—1给出了电路分析、电路综合及电路故障诊断这三个研究领域的图解说明。

二、电路与电路模型

家用电器、照明设备以及工农业生产中的电机、电器等等,统称为用电设备。它们消耗电

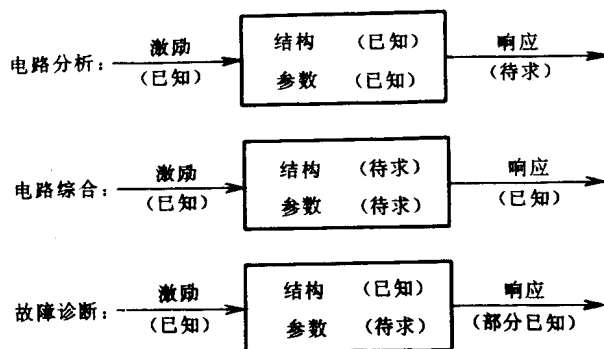


图 1—1 电路理论的三个分支

能,故也称为负载。日光灯照明设备是由灯管、镇流器(铁芯线圈)和启动器(相当于自动开关)等联接而成的。灯管、镇流器及启动器等电器零件统称为电路器件或部件(供电电源也属于一种电路器件)。各种用电设备简繁不一,当接通电源后,即有电流流过,使电路进入工作状态。电路器件用导线联接起来构成电流通路,这样一个整体称为电路或网络。电路由电源、负载和联接导线组成。电源是供给电能的设备,电子技术中的信号源就是一种电源。负载是消耗电能的设备。导线的作用是将电源与负载联接起来进行能量传输。电路的作用是传输与分配电能,或者是传输与处理电信号。例如,供电电路就是传输与分配电能的电路;调谐电路是将输入的多频信号进行“处理”,然后输出单频或某一频带信号的电路。再如放大电路是将输入的微弱信号放大“处理”而后输出的电路。

电路器件的特性与其工作时内部的电磁现象有关。根据电磁现象,可将器件用某个元件或若干元件的组合来模拟。所谓电路元件,是指具有单一电磁现象的器件,它是电路组成的最小单元,是理想化了的器件,因此也称为理想电路元件。理想电路元件有电阻、电容、电感、电压源、电流源、受控源、耦合电感、理想变压器及回转器等。电阻元件是只消耗电能并将其转换为热能或其它形式能量的元件。电容元件和电感元件是分别储存电场能量和磁场能量的元件。上述元件,前五种对外只有两个端钮,称为二端元件,后四种对外有四个端钮,称为四端元件。类似,对外只有两个端钮的网络称为二端网络,其它还有三端网络、四端网络等。三端以上的网络统称为多端网络。二端网络也称为单口网络,因为其一端端钮上的电流是一进一出并且相等。四端网络两对端钮上的电流,若都分别是一进一出并且相等,则此四端网络称为双口网络。元件及结构完全清楚(已知)的网络称为“白盒”网络,元件及结构不清楚或不大清楚的网络,分别称为“黑盒”和“灰盒”网络。在电路分析中,电路和网络这两个词并无明显区别,通常作为整体时可称电路,仅分析“口”与“口”之间特性时则称网络。

任何电路器件都可用电路元件的恰当组合来模拟,模拟以后的模型,称为器件的电模型,简称模型。同一个电器在不同的工作条件下,其内部电磁现象不完全相同,因此对应的模型就不完全一样。例如,电感线圈在低频时的模型为电感 L 与电阻 R 的串联。但在高频时,由于线圈匝间电场影响较大,因此对应模型除 R 、 L 串联外,还要在串联支路上并一电容 C (低频时也存在此 C ,只因其效应微弱,故而略去),若再考虑高频时的集肤效应,则模型中的电阻值还应增大。实际电路的各种器件用模型代替后,就构成了实际电路的电模型,称为电路模型。电路模型中的联接导线应是理想导线,即电阻为零的导线。日光灯照明电路(图 1—2(a))的电路模型如

图 1—2(b) 所示。它也称为电路图。

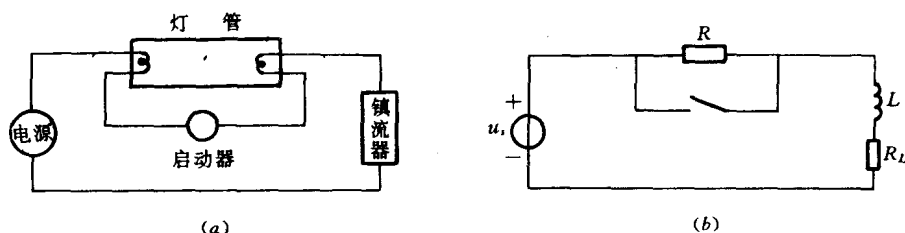


图 1—2 实际电路及其电路模型

电阻、电容、电感三个元件对应的电阻值 R 、电容值 C 及电感值 L 称为电路参数。严格地讲,电路中的电路参数是分布型的,这是因为任何电器内的电磁现象分布在整个电器之中。电路传送能量是通过电磁波的传播而实现的,若实际电路的线性尺度远小于电路工作时的电磁波波长,则电路的实际尺寸就可以忽略不计,因而电路参数可集中在一起用一个或有限个分立的 R 、 L 、 C 描述,这样的一些参数称为集中参数,对应的电路称为集中参数电路。若实际电路的线性尺度并不远小于电路工作时的电磁波波长,电路的实际尺寸就不可能忽略不计,这时就要用分布参数模拟电路,这种电路称为分布参数电路。电磁波的波长 λ 与电路工作频率 f 及电磁波传播速度 v 有关,它们之间的关系为 $\lambda = v/f$ 。电磁波在空气中传播速度近似为光速 C ($C = 3 \times 10^8 \text{ km/s}$)。例如,电路工作频率 $f = 50 \text{ Hz}$ (工频),则其电磁波波长 $\lambda = 6000 \text{ km}$ 。可见,一般电路在工频时都属集中参数电路,而长距离的输电线才是分布参数电路。有线通信最高音频按 3.4 kHz 计,其对应电磁波的波长 $\lambda = 88.2 \text{ km}$,因此一般的架空通信线路是分布参数电路。计算机电路,其频率可高达 500 MHz ,它对应的 $\lambda = 0.6 \text{ m}$,因此用集中参数模拟不太合适。但若计算机采用大规模或超大规模集成电路,电路器件及电路被集成在几毫米的硅片上,这时电路属于集中参数电路。

电路模型是实际电路的一种抽象和近似。如何根据实际电路作出其电路模型,已成为近代电路理论中的一个重要研究课题,称为建模理论。本书只对电路模型进行分析,不考虑建模过程。

三、电路模型的分类

电路种类繁多,不同种类的电路,其基本特性与分析方法也不尽相同,因此在研究电路的分析方法之前,有必要先说明一下电路的分类以及各种电路的基本特性。

1. 线性电路与非线性电路

仅由线性元件构成的电路称为线性电路。若电路含有非线性元件,则为非线性电路。线性电路最基本的特性是它的叠加性和均匀性。所谓叠加性是指,若激励 $x_1(t)$ 作用于电路产生的响应为 $y_1(t)$,激励 $x_2(t)$ 作用于电路产生的响应为 $y_2(t)$,则当 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 同时作用于电路时,产生的响应为 $y_1(t) + y_2(t)$ 。所谓均匀性是指,若激励 $x(t)$ 作用于电路产生的响应为 $y(t)$,则激励 $kx(t)$ 作用于电路产生的响应为 $ky(t)$,这里 k 为任意常数。非线性电路没有这些性质。

严格说来,真正的线性电路在实际中是不存在的。但是大量的实际电路都可以很好地近似为线性电路,因此对线性电路的研究有着重要的理论和实际意义。在电路理论中,对线性电路的研究已有相当长的历史,并已有了相当成熟的理论和分析方法。随着科学技术的发展,对非

线性电路的研究也愈来愈为人们所重视,并取得了一定的成果。本书主要研究线性电路,对于非线性电路在第十一章中仅作简要介绍。

2. 时变与非时变电路

若电路中各元件的参数不随时间变化,则称这种电路为非时变电路。若电路含有随时间变化的电路参数,则为时变电路。非时变电路的基本特性是电路的响应特性不随激励施加的时间而变化。若激励 $x(t)$ 作用于电路产生的响应为 $y(t)$, 则激励 $x(t \pm \tau)$ 作用于电路产生的响应为 $y(t \pm \tau)$ 。 τ 为任意常数。时变电路不具有这种特性,施加激励的时间不同,它的响应也将不同。一般来说,大量的实际电路都可看作是非时变的,因此本书主要研究非时变电路。

3. 集中参数电路和分布参数电路

若电路中的每一器件都可用一个或一组集中的参数表征,则称为集中参数电路。若电路器件用分布参数表征,则称为分布参数电路。

4. 无源电路和有源电路

有源电路和无源电路是从能量观点定义的。如果某个元件在任意时刻 t 所消耗的总电能 $w(t)$ 恒为非负值,即

$$w(t) = \int_{-\infty}^t P(\xi) d\xi > 0 \quad (1-1)$$

(式中 $P(\xi)$ 为功率) 且与元件在电路中的联接方式无关,则此元件称为无源元件。不满足上述条件的元件称为有源元件。具有有源元件的电路称为有源电路,否则,即为无源电路。

以上是按基本特性分类,还有其它分类方法。如按工作频率来分,有高频电路、中频电路和低频电路;按电路功能来分,有放大电路、整流电路、检波电路等等。此处不再详述。

思 考 题

1. 元件与器件有什么区别?
2. 何谓电路模型,电路分析研究的是电路模型还是实际电路?
3. 实际电路根据什么确定其是集中参数电路还是分布参数电路?
4. 线性、非时变、集中参数电路具有哪些特性?
5. 如何区分有源元件和无源元件?

第二节 电路的基本变量

电路中最基本的物理量是电流、电压及电功率。一般情况下,它们都是时间 t 的函数,分别用 $i(t)$, $u(t)$ 及 $P(t)$ 表示,简写成 i 、 u 及 P 。电路分析的任务,就是求解已知电路中的电流、电压和功率。

一、电 流

所谓电流是指电流强度,其定义为单位时间内通过导体横截面的电荷量,即

$$i = \frac{dq}{dt}$$

式中, q 为电荷量,单位为库仑,符号为 C ; t 的单位为秒,符号为 s ; i 的单位为安培,符号为 A , $1 A = 1 C/s$ 。

电流的实际方向规定为正电荷定向运动的方向。电路中,流过各元件电流的实际方向往往

难以预先确定。分析电路时,首先要写出电路方程,而电路方程的列写又必须知道电流的方向。为此,我们先给电流一个假定方向,这个假定方向称为电流的参考方向或标定方向。这样,就可按照电流参考方向列写电路方程。若解得的电流 $i > 0$,则表示电流的实际方向与其参考方向一致。反之,若 $i < 0$,则电流的实际方向与其参考方向相反。

二、电压与电位

电压与电位也是电路中的重要物理量。某点的电位,是将单位正电荷由该点移到参考点(电位为零的点,物理学中一般选为无穷远处)电场力所做的功。设参考点为 0,则 a 点电位的表达式为

$$u_a = \int_{l_{a0}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

式中, $\vec{E}$ 为电场强度; l_{a0} 为 a 点到参考点 0 的路径(线段)。

电压是对两点之间而言的。 a 、 b 两点的电压 u_{ab} 定义为将单位正电荷由 a 点移到 b 点时,电场力所做之功,即

$$u_{ab} = \int_{l_{ab}} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1-2)$$

由于电场力做功仅与路径的起点、终点有关,而与路径的选择无关,因此使式(1-2)中的 l_{ab} 经过参考点 0,于是式(1-2)可表示为

$$\begin{aligned} u_{ab} &= \int_{l_{a0b}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_0^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_a^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_b^0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = u_a - u_b \end{aligned}$$

上式表明, a 、 b 两点之间的电压,就是 a 、 b 两点的电位差。由电压及电位的定义可见,某点的电位,就是该点到参考点的电压。电位与参考点的选择有关,而电压与参考点的选择无关。电压与电位的单位均为伏特,简称伏(V)。

电压的实际方向规定为电位降的方向。例如图 1-3(a), a 点和 b 点的电位分别为 -1 V 和 3 V ,于是 a 、 b 两点电压的实际方向为由 b 指向 a ,其大小为 4 V 。电压也可用极性表示,其实

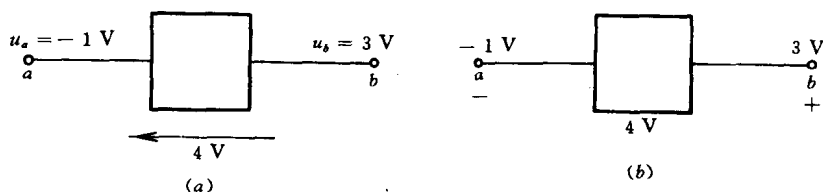


图 1-3 电压的实际方向或极性

际极性是这样规定的:高电位点定为正极,标以“+”号,低电位点定为负极,标以“-”号。图 1-3(b) 示出了 a 、 b 点的极性。与电流一样,分析电路时,要先给电压一个假定方向或极性,此方向(极性)称为参考方向(极性)。电压参考方向(极性)的意义与电流类似。本书电路中所标的电流、电压方向,若无说明,均系参考方向。

任何二端元件(或网络),若其电压与电流的方向相同,如图 1-4(a) 所示,则称电压与电流方向关联;若相反,如图 1-4(b) 所示,则为非关联。通常负载的电压、电流取关联方向,而电源的电压、电流取非关联方向。图 1-4(c) 中,对元件 A 而言, u 与 i 为非关联方向,而对元件 B

而言,则为关联方向。

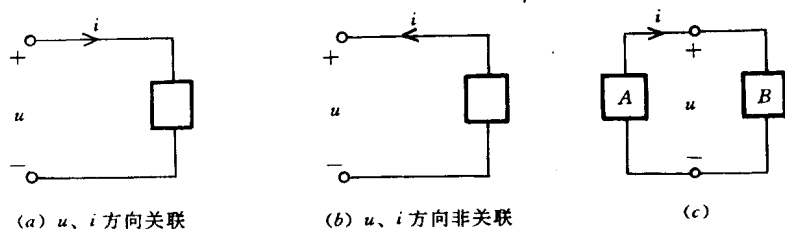


图 1—4 电流、电压参考方向

三、电功率

电流是单位时间内通过导体横截面的电量,电压是将单位正电荷由一点移到另一点电场力所做的功。因此,当二端元件的电流与电压方向关联时,电流与电压的乘积,就表示单位时间内将数值为 i 的电荷从二端元件(网络)的一端移到另一端时,电场力所做的功,即电功率,简称为功率。电场力做功,表明电场能量减少,减少的能量显然被二端元件(网络)所吸收或消耗。所以,当元件(网络)上电压 u 与电流 i 方向关联时,元件(网络)吸收的功率为

$$P_{\text{吸}} = ui$$

反之,若 u, i 非关联;则吸收的功率为

$$P_{\text{吸}} = -ui$$

二端元件供出的功率应等于其吸收功率的负值。当 u, i 关联时, $P_{\text{供}} = -ui$; 当 u, i 非关联时, $P_{\text{供}} = ui$ 。功率的单位是瓦特,符号为 W, $1 \text{ W} = 1 \text{ VA}$ 。在求解功率时,需要注明所用公式($P_{\text{吸}}$ 或 $P_{\text{供}}$)。若求得的 $P_{\text{吸}} < 0$,则表示元件实际上供出能量。例如, $P_{\text{吸}} = -10 \text{ W}$,表示供出功率 10 W。

例 1—1 试求图 1—5 所示二端网络 N_1, N_2 的功率 P_1, P_2 以及流过 N_3 的电流。设 N_3 供出的功率为 6 W。

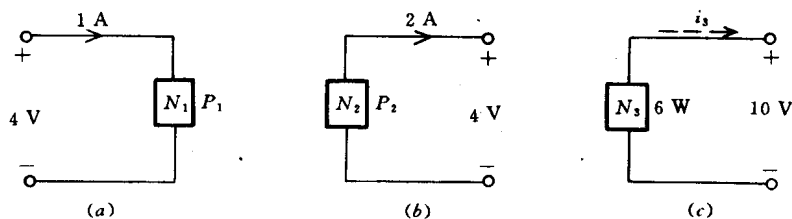


图 1—5 例 1—1 电路

解

$$P_{1\text{吸}} = 4 \times 1 = 4 \text{ W (吸收)}$$

$$P_{2\text{吸}} = -4 \times 2 = -8 \text{ W (供出 8 W)}$$

设 N_3 的电流 i_3 如图 1—5(c) 虚线所示,则

$$P_{3\text{供}} = 10 i_3$$

$$i_3 = \frac{P_{3\text{供}}}{10} = \frac{6}{10} = 0.6 \text{ A}$$

四、电能量

设元件吸收的功率为 $P(t)$, 则 t 时刻元件吸收的总能量为

$$w(t) = \int_{-\infty}^t P(\xi) d\xi$$

式中积分上限为 t , 为了区别, 积分式内的时间变量改用 ξ 。能量的单位是焦耳, 符号为 J, $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$ 。

上面介绍了电路的基本物理量电流、电压及功率等, 它们在我国法定计量单位中的基本单位分别是安、伏及瓦。实用中, 有时感到这些单位太大或太小, 使用不便, 因此常在这些单位前加某一词头, 用来表示这些单位乘以 10^n 后所得的辅助单位。词头的符号、名称及因数见表 1—1。例如: $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$; $1 \text{ kV} = 10^3 \text{ V}$; $1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$ 。表 1—1 各词头不仅用于安、伏、瓦前, 也用于电路参数前, 如 $\text{k}\Omega$ (千欧)、 mH (毫亨)、 μF (微法) 等。

表 1—1

符 号		T	G	M	k	m	μ	n	p
词头 名称	中文	太	吉	兆	千	毫	微	纳	皮
	英文	tera	giga	mega	kilo	milli	micro	nano	pico
因 数		10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

思 考 题

1. 为什么要选定电流、电压的参考方向? 什么是关联参考方向?
2. 某元件上的 u, i 方向关联或非关联时, 如何计算该元件吸收(供出)的功率? 此计算式对任何二端网络都有效吗(设 u, i 分别为二端网络端口的电压和电流)?

第三节 电路的基本定律

在集中参数电路中, 各电流之间、各电压之间遵循着一定的规律, 此即基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律。在叙述这两个定律之前, 先介绍支路、节点、回路及网孔等几个名词。

电路中每一个二端元件称为一条支路。支路与支路的联接点称为节点。例如图 1—6(a) 中有七条支路(ab, bc, ac, ae, bd, df 及 cg) 和五个节点(a, b, c, d 及 e)。其中 e, f, g 是一个节点, 因为它们由理想导线联接。图 1—6(a) 亦可画成图 1—6(b) 形式。支路、节点的另一说法是: 电路中由一个元件或若干元件串联组成的一条分支称为一条支路, 三条及三条以上支路的汇聚点称为节点。按此说法, 图 1—6 中有六条支路(ab, bc, ac, bd, df 及 cg) 和四个节点(a, b, c 及 e)。电路中从某点出发, 经过若干支路和节点(均不能重复) 又回到原始点, 这一首尾相联的通路称为回路。例如图 1—6 中的 $abdf ea, bdf gcb, abca, abcg fea, \dots$ 等。回路内若不另含支路, 这种回路称为网孔。上述前三个回路均为网孔。回路方向是指沿回路各节点绕行的方向。上述四个回路中, 两个是顺时针方向, 两个是逆时针方向。

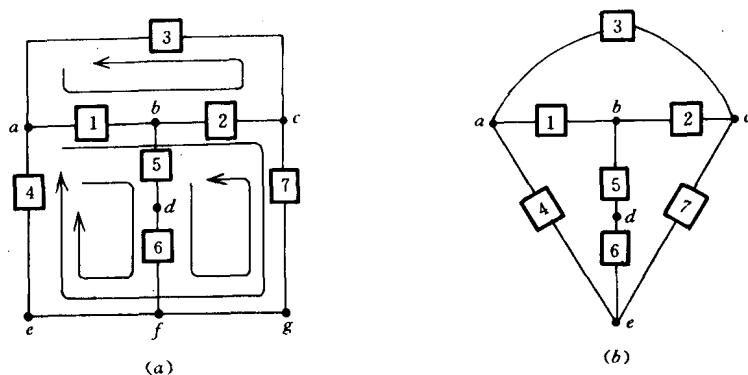


图 1-6 支路、节点、回路与网孔

一、基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律简称为 KCL (Kirchhoff's Current Law), 可表述为: 在集中参数电路中, 任一瞬间, 流出(流入)任一节点电流的代数和恒为零。其表达式为

$$\sum_{j=1}^N i_j = 0 \quad (1-3)$$

式中, N 为正整数, 表示联接该节点的支路数。式(1-3)称为 KCL 方程。其中电流正、负号的取法是: 当 i 的方向流出(流入)节点时取“+”, 反之取“-”。例如对图 1-7(a) 的节点 A 有

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

即

$$i_2 + i_3 + i_5 = i_1 + i_4$$

上式说明流出节点的总电流等于流入节点的总电流, 这一特性称为电流连续性原理。实际上就是单位时间内流入节点的电荷量等于流出节点的电荷量。这正是电荷守恒定律在电路中的体

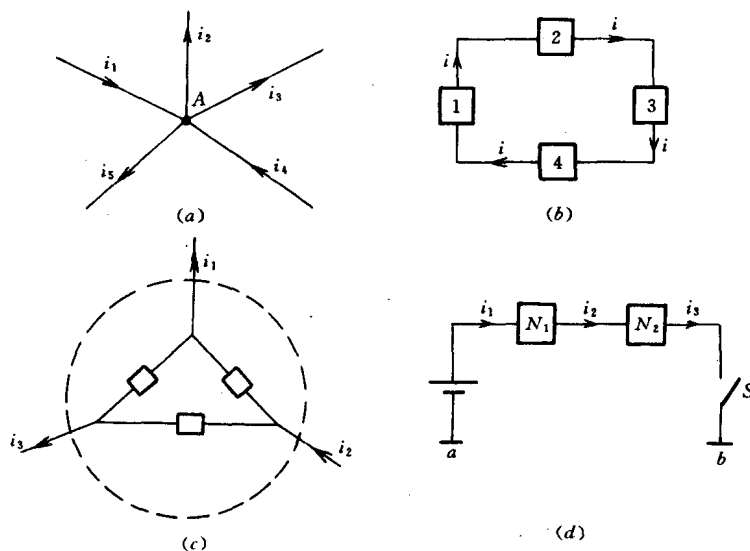


图 1-7 基尔霍夫电流定律

现。根据电流连续性原理, 在图 1-7(b) 中, 流过各元件的电流应相等, 且是同一个电流。KCL

方程不仅适用于节点,而且对电路中任一封闭面也有效。此时 $\sum i = 0$ 中的 i ,是指被封闭面切割的各支路电流。图 1—7(c) 中虚线所示为一封闭面,它切割的支路电流为 i_1 、 i_2 及 i_3 ,根据 KCL,于是有

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

电路中任一封闭面所包围的部分称为广义节点。因此 KCL 方程对节点和广义节点均有效。根据 KCL,图 1—7(d) 中,当开关 S 打开时有 $i_1 = i_2 = i_3 = 0$ (图中符号“ $\perp$ ”为接机壳符号, a 点与 b 点等电位),当 S 闭合时, $i_1 = i_2 = i_3$ 一般不等于零。

KCL 反映了节点处各支路电流相互制约的关系,它仅与元件的联接方式有关,而与元件的性质无关。这种只与电路结构有关、而与元件性质无关的约束称为拓扑约束。

例 1—2 试求图 1—8 电路中的电流 i_1 与 i_2 。

解 对节点 a 应用 KCL 得

$$-i_2 - 2 + 7 = 0$$

$$i_2 = 7 - 2 = 5 \text{ A}$$

作一封闭面如图中虚线所示,对此封闭面应用 KCL 有

$$-i_1 - 2 + 2 - 7 = 0$$

$$i_1 = -2 + 2 - 7 = -7 \text{ A}$$

由此电路还可求出哪条支路电流?能否求出所有支路电流?若要求出,还需要给出哪些条件?

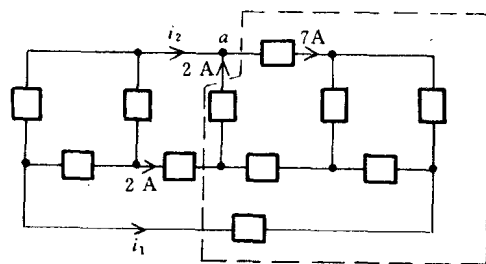


图 1—8 例 1—2 电路

二、基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律简称为 KVL (Kirchhoff's Voltage Law),可表述为:在集中参数电路中,任一瞬间,沿回路方向各元件(或支路)电压之代数和恒等于零。其表达式为

$$\sum_{j=1}^M u_j = 0 \quad (1-4)$$

式中, M 为正整数,表示组成该网络的元件(或支路)数。式(1—4)称为 KVL 方程,其中 u 的正、负号取法是:当 u 的方向与回路方向一致时取“+”,反之取“-”。例如,对图 1—9 的回路 $abdea$ 和 $abcfea$ 分别有

$$u_{ab} + u_{bd} + u_{de} + u_{ea} = 0$$

和 $u_{ab} + u_{bc} + u_{cf} + u_{fe} + u_{ea} = 0$

若用元件电压表示,则上两式分别为

$$u_1 - u_5 + u_6 - u_4 = 0$$

和 $u_1 - u_2 + u_7 - u_8 - u_4 = 0$

读者试对图 1—9 中其它回路写出 KVL 方程。

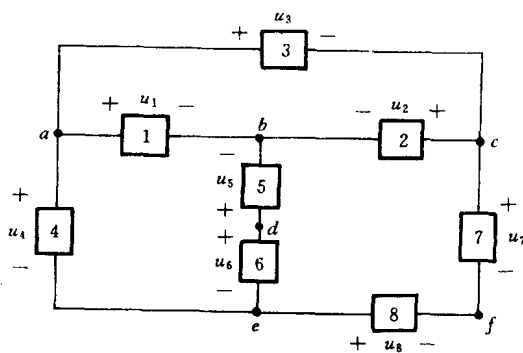


图 1—9 基尔霍夫电压定律

KVL 是能量守恒原理在电路中的体现。沿回路方向各元件电压的代数和等于零,即表示

将单位正电荷沿回路方向移动一周后,电场力所做的功为零,这意味着此电荷移动一周后,既未获得能量,也未失去能量。

基尔霍夫电压定律反映了回路中各元件电压间相互制约的关系。与 KCL 方程一样,KVL 方程仅与电路结构有关,而与元件性质无关,因此 KVL 对回路电压之间的约束也是拓扑约束。

三、任意两点间的电压

KVL 不仅适用于具体回路,而且对任一虚回路也有效。图 1—9 中的 $bfedb$ 称为虚回路,因为 b, f 之间无支路。根据 KVL,对此回路有 $u_{bf} + u_{fe} + u_{ed} + u_{db} = 0$

于是

$$u_{bf} = -u_{db} - u_{ed} - u_{fe}$$

即

$$u_{bf} = u_{bd} + u_{de} + u_{ef} \quad (1-5)$$

同理对虚回路 $bfc b$ 有

$$u_{bf} + u_{fc} + u_{cb} = 0$$

$$u_{bf} = u_{bc} + u_{cf} \quad (1-6)$$

式(1—5)和式(1—6)表明, u_{bf} 等于沿路径 $bdef$ 方向各段电压之和,也等于沿路径 bcb 方向各段电压之和。若用元件电压表示各段路径电压,则式(1—5)和(1—6)分别为

$$u_{bf} = -u_5 + u_6 + u_8 \quad \text{和} \quad u_{bf} = -u_2 + u_7$$

同样分析可写出 $u_{bf} = u_{ba} + u_{ac} + u_{cf} = -u_1 + u_4 + u_8$

由此得出结论为:任意两点 p, q 之间的电压 u_{pq} , 等于由起点 p 到终点 q 任一路径上各元件电压 u_j (设为 H 个) 的代数和,即

$$u_{pq} = \sum_{j=1}^H u_j \quad (1-7)$$

式中,当 u_j 的方向与路径方向一致时,取“+”,反之取“-”。式(1—7)实际上是 KVL 方程的另一种形式。在电路分析中,经常要计算任意两点之间的电压,这时不必列回路电压方程,而可直接应用式(1—7)进行分析,这样要简便得多。计算时,一要注意起点和终点,不能搞错;二要善于选择路径,以便能够求出待求的电压。

例 1—3 图 1—9 电路中,设 $u_2 = 3 \text{ V}$ 、 $u_4 = -5 \text{ V}$ 、 $u_6 = 2 \text{ V}$ 、 $u_7 = -4 \text{ V}$ 、 $u_8 = 6 \text{ V}$,试求 u_1, u_3 及 u_5 。

解 根据已知条件,应由路径 $aefcb$ 求 u_1 。

$$u_1 = u_{ae} + u_{ef} + u_{fc} + u_{cb} = u_4 + u_8 - u_7 + u_2 = -5 + 6 - (-4) + 3 = 8 \text{ V}$$

u_3, u_5 的计算如下:

$$u_3 = u_1 - u_2 = 8 - 3 = 5 \text{ V}$$

或

$$u_3 = u_4 + u_8 - u_7 = -5 + 6 - (-4) = 5 \text{ V}$$

$$u_5 = u_6 - u_4 + u_1 = 2 - (-5) + 8 = 15 \text{ V}$$

或

$$u_5 = u_6 + u_8 - u_7 + u_2 = 2 + 6 - (-4) + 3 = 15 \text{ V}$$

读者试以不同路径计算电压 u_{ad} 以作比较。

四、电路中各点的电位

在电路分析中,常选一个节点,令其电位为零。这个点,称为电位的参考点,简称参考点。实际电路中,常将参考点接地(符号为 $\perp$),或接仪器(设备)的机壳(符号为 $\perp$)。习惯上常将参