

# 理论力学简程

★ 丁光涛 卢如模 郑传文 编



高等教育出版社

★ GAODENG JIAOYU CHUBANSHE

# 理论力学简程

丁光涛 卢如模 郑传文 编

高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书是适应当前师专教学改革的要求及培养、提高初中物理师资、实施九年义务教育的需要,参照现行师专、教育学院、中学教师进修等教学大纲的基本要求编写的。它与梁绍荣、刘昌年、盛正华主编的《普通物理学》配套,内容包括运动学基础、质点动力学基本原理、振动和有心运动、相对运动、质点系动力学、刚体的平衡和平面运动、刚体的定点转动和分析力学初步等八章。

本书概念准确、叙述简明、深入浅出,充分考虑了当前教学改革、师专教育和中学物理师资培训的需要。全书大字排印部分为基本内容、小字为参考性选读内容,以\*号标注。附有一定数量的例题、习题,为配合本书的使用另行出版了一本《理论力学学习辅导》。

本书可作为师专、中学教师培训、卫星电视教育、教育学院、函授、自学等各种形式物理专业师生适用的教材,也可供师范院校、电大、职业大学、职工大学、中专等其他专业师生参考。

责任编辑:张建华

高等学校教材

### 理论力学简程

丁光涛 卢如模 郑传文 编

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 11 字数 260 000

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数 0001—8 175

ISBN 7-04-002421-7/TB·137

定价2.55元

## 前 言

本书是在国家教委高等学校理科物理教材编审委员会指导下编写的高等师范专科学校和中学师资培训(卫星电视教育、教育学院、函授、自学)理论力学教材。对大多数二年制师专和电视函授师范学院物理专业而言,理论力学是普通物理和高等数学后开设的唯一的理论物理课程。本课程的教学,应使学生对宏观物体低速机械运动规律有比较全面、系统和深刻的认识,掌握解决力学问题的一般方法,能居高临下、深入浅出地分析解决中学物理教学中遇到的力学问题,增强他们运用数学工具处理物理问题的能力,提高抽象思维和逻辑推理能力,为以后的继续学习打下基础。因此,本书应当是一本具有鲜明师专特色、符合改革要求、中等水平的理论力学教程。为了达到这一目标,我们在编写本书中,注意了以下几个方面。

(1) 全书以矢量力学为主,分析力学为辅。矢量力学中以质点力学为重点。本书共有八章,前四章都是质点力学,比较完整而深入地阐述了经典力学的基本概念、原理、规律、方法以及重要的质点运动模式。质点力学内容的份量与常见的物理专业本科理论力学教程相近,难度基本持平,但在讲法上作了不少改进。在刚体定点转动和分析力学部分,内容作了较多删节,难度明显降低。

(2) 本书在着重讲述理科理论力学教材的传统课时,也注意适当更新知识。首先,本书中增加了一些目前国内同类教材中尚未提及或较少出现的新的内容,引入了若干反映新的科技成果的实例;其次,本书采取与新物理学比较一致的观点来组织和陈述力学的传统材料,加强了与近代物理关联较密切的内容,并从其他

物理领域选择了少量材料作为讨论的课题。但是，在更新知识时我们注意了既不提高讨论的难度，不突破本书的基本水平，又不越出经典力学范围，不去大量罗列与本学科关系不大的新物理学的知识。

(3) 论证系统严谨和高等数学的广泛运用是理论物理特色，写作本书时，我们充分注意了这点，但同时又从培养目标出发，力求简明，尽量避免物理问题数学化的倾向。在刚体力学和分析力学中，我们更多地采用比较简明和直接的方法去得到所需要的结果，例如物理分析的方法，几何论证的方法，从实例、特例出发的归纳方法，没有过分强求逻辑的严密，或片面追求数学形式的完美。

(4) 理论力学的初学者普遍感到解题困难，为解决这个问题，我们做了三方面努力：第一，学生对前二章的物理内容比较熟悉，我们就较多地通过正文阐述和例题示范，让学生复习有关数学知识，了解有关数学技巧和解题规范；第二，重视对例题的选择与安排，引入一些基本训练的例题，适当扩大例题数量，有意识地重复使用某些例题，进行解题综合训练和方法指导，来提高解题能力；第三，因为二年制师专无后继理论物理课程，我们适当地降低了对学生解题的要求，尽量使习题与正文以及例题配合默契，减少习题的数量，控制习题的难度，大多数习题是基本训练题或是中等难度以下的习题。全书总题量在120题左右。

(5) 本书的安排既注意方便于学生学习，又注意有利于教师使用。考虑不同地区不同类型学校的不同要求，以及不同学时的不同需要，本书除基本内容外，还编入了一定份量的机动材料供选择使用。编写时注意了这些材料与主干部分是“组合式”的结构，它们大多自成一节或一小节，插上去能与其它部分相互配合，成为一体，取下来又不影响全书的系统完整，也不妨碍后面章节的教学。全书讲授时间可在50~70学时上下浮动。为方便教学，在教

学说明中我们简单介绍本书各章的主要内容和特色，并对材料的取舍提出了参考意见。

本书是由安徽师大丁光涛、龙岩师专卢如模、呼和浩特教院郑传文共同编写的。我们在认真统一指导思想，商定编写提纲和体例后，分工撰写了各章初稿，然后，由丁光涛负责全书的统稿、修改和定稿，由郑传文负责绘制全书的插图。

·本书承华东师大苏云荪(主审)、四川大学郭士埜(顾问)、华中师大苏文芳、北京师大胡静、温州师院徐望枢、济南教院马崑山等先生审阅，本课程学习辅导书的编者，江苏教院刘书超、广东教院戴文琪、宜春师专谢华阳等先生也参加了统稿会和审稿会，提出了许多宝贵的意见和建议；特别是苏云荪和胡静先生，他们在本书的编写过程中始终给予热情的关心和精心的指导；高等教育出版社的同志们对本书的编写和出版给予了有力的支持，提出了很多建设性的意见。所有这些意见和建议都对提高本书的质量起了很大的作用，我们在此一并表示由衷的敬意和深切的感谢！

由于我们水平不高，学识有限，经验不足，时间匆促，故本书的实际状况与预期的目标可能相距甚远，一定存在不少缺点和错误。我们在此诚恳地希望得到大家的批评指正。

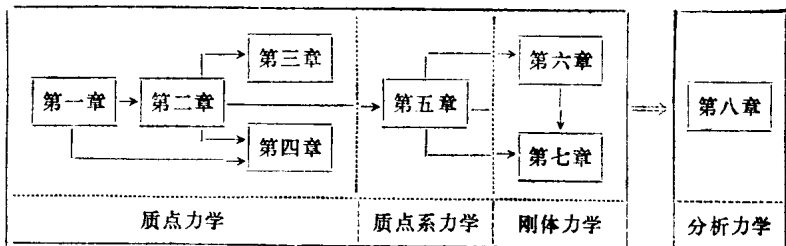
编 者

1988年12年

## 教 学 说 明

本书是高等师范专科层次物理专业的理论力学教科书, 内容包括基本内容和选读内容两类, 前一类以大字印刷, 后一类以小字印刷并在节次标题上加星号(\*). 列入选读的内容大致有三种情况: 一是内容超出了师专层次的基本要求; 二是材料偏离了有关章节的主流; 三是内容处理的难度较大. 使用本书的教师可以根据实际情况进行取舍. 编写中我们注意使本书的结构与上述使用安排相适应, 在略去选读内容后其余部分仍可成为一个整体, 不影响教学内容的系统性. 还应当说明, 即使有些内容用大字印刷, 例如第七章前三节, 第八章的正则方程等, 在遇到学时过少或学生起点偏低时, 仍可删去不讲. 这样一来, 本书的教学时间就具有较大的弹性, 基本内容约需 60 学时, 而实际安排可以在 50~70 学时范围内浮动.

本书共有八章, 可分成矢量力学和分析力学两大部分, 矢量力学又分成质点力学、质点系力学和刚体力学, 各章之间的关系以及全书的结构如下图所示:



下面对各章的内容作较具体的介绍和必要的说明.

第一章和第二章讨论了质点力学的基本概念、规律和方法, 其

中不少内容学生通过普通物理力学部分的学习已经熟悉或掌握了,对这部分内容本书不再作详细论述;有些内容,如动量定理和角动量定理在质点系力学中还将作进一步讨论,这里处理得也较简略;对极坐标和自然坐标,直线运动微分方程几种可积情况以及功的计算等内容则用了较大的篇幅。这两章特别是第一章中列入了较多的例题,目的之一是让学生尽早接触和掌握以后常用的一些数学方法。第一章中还列入了刚体平动和定轴转动运动学,主要是为第四章提供预备知识,参考系可以抽象成刚性框架,它的运动要用刚体运动学语言来描述。

第三章讨论了两重要的质点运动:振动和有心运动,特别是简谐振动和平方反比力场中的运动,这两个课题是前两章质点力学基本原理和方法的综合应用。与国内目前一些理科理论力学教材相比本书加重了有关材料,因为这方面知识对学生从事中学物理教学或进一步学习其它物理理论都有重要意义。我们希望通过本章的学习,学生能对理论力学处理问题的特点有比较深刻和具体的认识。

第四章讨论了相对运动的运动学和动力学,运动学中以定轴转动参考系为重点,而动力学中不仅讨论了非惯性系中质点动力学规律的修正,而且讨论了惯性系之间的伽利略变换和力学的相对性原理。本章可以看成第一、二两章内容的推广和补充,其中一些结果又是以下几章中某些内容的预备知识。

第五章讨论了质点系动力学的基本概念和规律,突出了质心和质心参考系。变质量物体的运动和两体运动是上述原理的重要应用课题。如果学时不足,§5.9可以略去不讲,学生可以自学。

第六章和第七章是刚体力学,重点是刚体的平衡和平面运动,而对定点转动部分则主要通过实例阐述其运动描述、转动惯量和动力学量的计算以及角动量定理在某些简单情况下的应用,对于



欧勒角、欧勒运动学方程和欧勒动力学方程则列入选修内容。

第八章分析力学,虚功原理和拉格朗日方程是本章的重点.本章可以在保守系统的拉格朗日方程后结束,也可以在正则方程后结束.我们将泊松括号和哈密顿原理列入了选修内容,但是可以略去 §8.6 而只讲 § 8.7.

本书编入约 120 个习题,大多数为基本练习题和一般难度的习题,与正文配合比较密切,次序与正文中对应的节次顺序大体一致,教师可以另行编选一些习题作为补充.

# 目 录

|                                  |      |
|----------------------------------|------|
| <b>第一章 运动学基础</b> .....           | (1)  |
| § 1.1 质点运动的描述.....               | (1)  |
| (一) 参考系 空间和时间 (二) 质点 运动学方程和轨道    |      |
| (三) 位移 速度 加速度                    |      |
| § 1.2 直角坐标系与平面极坐标系.....          | (8)  |
| (一) 单位矢量对时间的导数 (二) 直角坐标系 (三) 平面极 |      |
| 坐标系 (四) *柱面坐标系 (五) 例题            |      |
| § 1.3 自然坐标系.....                 | (19) |
| (一) 自然坐标系 (二) 速度和加速度的切向和法向投影     |      |
| § 1.4 刚体的平动与定轴转动.....            | (26) |
| (一) 刚体 刚体的平动 (二) 刚体的定轴转动 角速度     |      |
| (三) 定轴转动刚体上速度和加速度分布 (四) 例题       |      |
| 习题.....                          | (33) |
| <b>第二章 质点动力学基本原理</b> .....       | (36) |
| § 2.1 牛顿定律和质点运动微分方程.....         | (36) |
| (一) 第一定律 惯性参考系 (二) 第二定律 自由质点的运   |      |
| 动微分方程 (三) 力学的决定性原理               |      |
| § 2.2 质点的直线运动.....               | (42) |
| (一) 力只是时间的函数 (二) 力只是位置的函数 (三) 力只 |      |
| 是速度的函数                           |      |
| § 2.3 抛体运动.....                  | (47) |
| (一) 真空中的抛体运动 (二) 阻尼媒质中的抛体运动      |      |
| § 2.4* 电磁场中荷电粒子的运动.....          | (52) |
| (一) 磁场中荷电粒子的运动 (二) 正交电场和磁场中荷电粒   |      |
| 子的运动                             |      |

|                                            |      |
|--------------------------------------------|------|
| § 2.5 质点的约束运动                              | (57) |
| (一) 约束和约束力 (二) 约束运动的动力学方程                  |      |
| § 2.6 质点的动量定理                              | (60) |
| (一) 动量定理 (二) 动量守恒定律                        |      |
| § 2.7 质点的角动量定理                             | (62) |
| (一) 矢量矩 (二) 角动量定理 (三) 角动量守恒定律              |      |
| § 2.8 质点的动能定理                              | (65) |
| (一) 动能定理 (二) 功及其计算 (三) 保守力场 (四) 势能 机械能守恒定律 |      |
| § 2.9 质点动力学解题举例                            | (76) |
| 习题                                         | (81) |

### 第三章 振动和有心运动 (85)

|                                                                                     |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| § 3.1 质点的一维自由振动                                                                     | (85)  |
| (一) 平衡位置 线性回复力 (二) 简谐振动 (三) 单摆: 非线性振动的实例                                            |       |
| § 3.2* 耦合振动                                                                         | (92)  |
| § 3.3 有心运动的基本规律                                                                     | (96)  |
| (一) 有心运动的基本特征 (二) 轨道微分方程 (三)*圆形轨道稳定性                                                |       |
| § 3.4 平方反比律的有心力                                                                     | (103) |
| (一) 反平方引力场 偏心率矢量 (二) 轨道及其分类 (三) 行星运动的开普勒定律 (四) 人造天体的运动理论 (五) 反平方斥力场—— $\alpha$ 粒子散射 |       |
| 习题                                                                                  | (118) |

### 第四章 相对运动 (121)

|                                                              |       |
|--------------------------------------------------------------|-------|
| § 4.1 运动参考系                                                  | (121) |
| (一) 静止参考系与运动参考系 (二) 平动参考系中速度与加速度的合成 (三) 定轴转动参考系中速度合成 (四) 定轴转 |       |

动参考系中加速度合成 科里奥利加速度

§ 4.2 伽利略变换与力学相对性原理……………(130)

(一) 伽利略变换及其运动学推论 (二) 力学的相对性原理  
(三) 伽利略变换下的动力学方程 (四) 洛伦兹变换和狭义相对性原理

§ 4.3 非惯性系动力学……………(137)

(一) 非惯性系 (二) 质点相对运动微分方程 惯性力

§ 4.4 地球附近物体的相对运动……………(142)

(一) 日心系与地心系 (二) 地球自转的影响之一——惯性离心力  
(三) 地球自转的影响之二——科氏力 (四) 傅科摆 (五) 地面附近质点的相对运动

习题……………(153)

**第五章 质点系动力学……………(155)**

§ 5.1 质点系 内力和外力……………(155)

§ 5.2 质心 质心系的动力学量……………(158)

(一) 质心 (二) 质点系的动量、角动量和动能

§ 5.3 动量定理和动量守恒定律……………(163)

(一) 质点系动量定理 (二) 质心运动定理 (三) 质点系动量守恒定律

§ 5.4 变质量物体的运动……………(170)

(一) 变质量物体运动的基本方程 (二) 火箭

§ 5.5 角动量定理和角动量守恒定律……………(174)

(一) 质点系的角动量定理 (二) 质点系角动量守恒定律

§ 5.6 动能定理和机械能守恒定律……………(180)

(一) 质点系动能定理 (二) 机械能守恒定律

§ 5.7 质点系动力学问题举例……………(185)

§ 5.8 两体问题……………(189)

(一) 两体运动微分方程 折合质量 (二) 开普勒第三定律的修正和里德伯常数

|                                                                |       |
|----------------------------------------------------------------|-------|
| § 5.9 质心系与实验室系                                                 | (194) |
| (一) 小球的斜碰 (二) $L$ 系与 $C$ 系中散射角的关系                              |       |
| 习题                                                             | (198) |
| <b>第六章 刚体的平衡和平面运动</b>                                          | (201) |
| § 6.1 刚体动力学基本方程                                                | (201) |
| (一) 刚体位置的描述 (二) 力系 (三) 刚体动力学基本方程                               |       |
| § 6.2 刚体的平衡                                                    | (205) |
| (一) 等效力系 (二) 刚体的平衡条件和平衡方程 (三) 平面力系的平衡方程                        |       |
| § 6.3 刚体的平动与定轴转动动力学                                            | (212) |
| (一) 刚体平动 (二) 定轴转动的动力学量和转动惯量 (三) 定轴转动的角动量定理和动能定理 (四) 质心运动定理和轴反力 |       |
| § 6.4 刚体平面运动运动学                                                | (220) |
| (一) 位置描述与位移分析 (二) 速度分布 (三) 瞬时转动中心                              |       |
| § 6.5 刚体平面运动动力学                                                | (226) |
| (一) 刚体平面运动的动力学量 (二) 刚体平面运动微分方程 (三) 圆轮的滚动                       |       |
| 习题                                                             | (235) |
| <b>第七章 刚体的定点转动</b>                                             | (240) |
| § 7.1 刚体定点转动运动学                                                | (240) |
| (一) 速度投影定理和瞬时转轴 (二) 角速度和角加速度矢量 (三) 定点转动中速度和加速度分布 (四) 碾轮的运动     |       |
| § 7.2 转动惯量 角动量和转动动能                                            | (247) |
| (一) 对过一点的任意轴线的转动惯量 (二) 定点转动的角动量和动能 (三) 惯量张量 (四) 惯量主轴与主转动惯量     |       |
| § 7.3 定点转动动力学问题举例                                              | (254) |
| (一) 对称陀螺的自由运动 (二) 定轴转动刚体的反力矩 (三) 碾轮的压力                         |       |

|                                     |       |
|-------------------------------------|-------|
| § 7.4* 欧勒角 欧勒运动学方程                  | (260) |
| (一) 欧勒角 (二) 欧勒运动学方程 (三) 刚体的一般运动     |       |
| § 7.5* 欧勒动力学方程                      | (262) |
| (一) 欧勒动力学方程 (二) 利用欧勒动力学方程解对称陀螺的自由转动 |       |
| 习题                                  | (267) |

## 第八章 分析力学初步 (269)

|                                                                 |       |
|-----------------------------------------------------------------|-------|
| § 8.1 约束与广义坐标                                                   | (270) |
| (一) 约束的概念与分类 (二) 自由度 广义坐标和变换方程                                  |       |
| § 8.2 虚功原理                                                      | (276) |
| (一) 简单机械平衡条件的再认识 (二) 虚位移 (三) 虚功 理想约束 (四) 虚功原理 广义力 (五) 保守系统的平衡条件 |       |
| § 8.3 拉格朗日方程(I)                                                 | (290) |
| (一) 第二类拉格朗日方程的推导 (二) 质点系的动能                                     |       |
| § 8.4 拉格朗日方程(II)                                                | (300) |
| (一) 保守系统的拉格朗日方程 (二) 循环积分和雅可比积分 (三) 拉格朗日方程应用举例 (四) 对称性和守恒律       |       |
| § 8.5 正则方程                                                      | (309) |
| (一) 哈密顿函数与正则方程 (二) 正则方程的积分                                      |       |
| § 8.6* 泊松括号 泊松定理                                                | (319) |
| (一) 泊松括号的定义 (二) 泊松括号的性质 (三) 泊松定理                                |       |
| § 8.7* 哈密顿原理                                                    | (323) |
| (一) 位形空间 真实运动与可能运动 (二) 哈密顿作用量与哈密顿原理 (三) 相空间 修正的哈密顿原理            |       |
| 习题                                                              | (331) |

# 第一章 运动学基础

物体的机械运动是最常见的运动形式，相对性是它的基本特点之一，各种机械运动原则上都可以在质点相对于参考系运动的基础上描述。本章重点是引入描述质点运动的物理量，如位矢、速度、加速度等，建立对应的公式体系，并讨论它们在几种常见坐标系和基矢中的表示式。在经典力学中参考系实质上是抽象的刚性框架，故本章同时讨论了刚体的平动和定轴转动，引入了角速度和角加速度的概念，这样就为第四章中引入运动参考系、讨论相对运动提供了必要的预备知识。

## § 1.1 质点运动的描述

### (一) 参考系 空间和时间

自然界中最基本的运动形式是机械运动。天体的运行、波涛的起伏、机器的运转等都是这种运动的实例。机械运动总是表现为不同物体之间或同一物体各部分之间相对位置的变化，这种相对性特征是人们日常经验中所熟悉的，不难理解，没有作为标准的物体，就不可能确切说明某个物体的位置如何、运动与否，更不能准确描述物体运动状态如何变化。力学是一门精密科学，要定量地研究机械运动的规律，因而在讨论具体的物体运动之前必须恰当地明确地选定参考系统。为了对物体的位置及其变化的描述有确定的意义，选作标准的参考系统的各部分之间的相对位置不能变化，换句话说，应当选取一个不变形的物体或一组相对位置保持不变的物体作为参考系统。显然，从确定研究对象位置的作用来说，参

考系统可以抽象成刚性框架,最简单地,可以抽象成三条相交于一点的彼此间夹角不变的不共面直线,以后我们把这种抽象化的参考框架称为**参考系**,而三条基准直线的交点称为参考系的原点。

参考系的选择在运动学中并无特别要求,下面列举几种力学中常见的参考系:(1)在进行力学实验时,常取参考系与实验室固连,习惯上称为**实验室参考系**,或简称**实验室系**;(2)在研究地面附近物体运动时,常取参考系与地面固连,例如,取原点为地面上一定点,一条基准直线沿经线水平向南,一条沿纬线水平向东,一条铅直指向天顶,这种参考系常称为**地面参考系**;(3)在研究人造地球卫星运动时,可以选取参考系的原点在地球中心,三条基准直线分别指向三个遥远的点状恒星,这个参考系称为**地心参考系**,简称**地心系**;(4)在研究行星、彗星运动时,可以选取太阳中心为原点,三条基准直线也分别指向三个遥远的恒星,这个参考系称为**日心参考系**,简称为**日心系**。

研究物体的运动,参考系的选取不是唯一的,不同的参考系之间的区别可以是纯几何学的,例如固连于同一个参考物体上的参考系,原点可以不同,或基准直线的取向不同;在力学中不同参考系之间的区别还可以在于它们固连于不同的参考物体上,而这些物体之间又存在相对运动。下面我们讲到不同参考系时,若没有具体说明,则是指后一种情况,即彼此间存在相对运动的参考系。实践经验表明,物体是运动还是静止,运动轨道形状如何,快慢程度如何,运动状态变化规律怎样,都只具有相对意义。同一个物体的运动在不同的参考系中的描述可能是不同的,这就是机械运动描述的相对性。在运动学中,各种参考系是平权的,可以根据问题的具体情况来选取。对有些比较简单的问题,只需要选取一个参考系,对有些较为复杂的问题,可能需要选取几个不同的参考系。在前三章中,只处理选取一个参考系的问题,而且在不特别说



明参考系的选取情况时，意味着选取前面所说的实验室系或地面系；第四章我们将讨论不同参考系间运动描述的变换，以及不同参考系对运动规律的表述是否等效。

应当指出，引入参考系是为了确定物体的位置及其变化。因此，参考系是与研究物体运动的观测者相联系的，是与空间和时间的测量相关联的。但是，由于经典力学研究宏观物体的低速运动，不涉及强引力场，在这种情况下，在相当高的精度范围内，可以把空间、时间、运动的物质三者分离开来，可以把观测者对物体运动的影响完全忽略，可以把机械运动定义成物体的空间位置随时间的变化。为了测量空间位置和时间，应当有测量长度和时间的装置，可以在普遍的意义上把这样的装置称为“尺”和“钟”，还应当规定长度和时间的单位，这两种基本单位分别称为“米”和“秒”，这样观测者就可以在一个参考系中将一个事件的空间位置和相应的时刻分别用实数或实数组表示。

由此可见，科学的空间和时间概念是力学的基本概念，这里我们简略地讨论一下经典力学中关于空间和时间的基本属性：

(1) 空间是三维的欧几里德空间，它是均匀的、连续的和各向同性的；时间是一维的，均匀的和连续的。

根据这个性质可以理解前面所说的参考系能抽象成三条不共面的直线组成的刚性框架；可以理解下面所说的一个点在空间中的位置要用三个实数来描述，而一个事件发生的时刻只要用一个实数即可确定。矢量符号在力学中得到广泛的应用也与空间的欧几里德性质有关，例如矢量合成的平行四边形法则就与此性质相联系。根据空间的均匀性、各向同性，可以理解参考系的原点位置以及基准直线的方向为什么能任意选取，同样由时间的均匀性也可以理解计时原点何以能任意规定，在第八章中我们将看到空间和时间的这些对称性质与一些重要的物理量的守恒紧密有关。