

陈志业 董 铸 主编

安全系统工程在火力发电厂应用丛书

# 故障树分析与计算机算法

陈志业 王 平 董 铸 编著

中国科学院出版社

## 内 容 提 要

本书主要讲述故障树的最小割集、最小径集、顶上事件发生概率以及各种重要度的计算方法和相应的计算机算法。可供电力系统各单位、大专院校、科研单位广大工程技术人员阅读。

本书第一章由董铸编写；第二章、第四章和第六章由王平编写；第三章和第五章由陈志业编写。全书由陈志业统稿、定稿。

安全系统工程在火力发电厂应用丛书

### 故障树分析与计算机算法

陈志业 王 平 董 铸 编著

\*

北京科学技术出版社出版

(北京西直门外南路19号)

---

北京科学技术出版社发行

北京昌平沙河建华印刷厂印刷

\*

787×1092毫米 32开本 6.5印张 136千字

1989年5月第一版 1989年5月第一次印刷

印数1—5000册

---

ISBN7-5304-0518-7/T·104

定价：2.80元

## 序 言

安全系统工程是近十多年来发展起来的一门软科学 技术, 它采用系统工程的方法和计算机技术, 分析和评价生产过程中的不安全因素, 揭示其规律, 确定安全决策和预防措施, 达到控制事故之目的。安全系统工程这门新兴科学, 正日益为人们所接受, 为安全管理 工作现代化开辟了新的途径。

安全系统工程在火力发电厂应用丛书, 是由华中电管局、河南省电力局、华北电力学院、湖北省电力试验研究所、河南焦作电厂等单位组成的“水电部安全系统工程课题组”编写的。该书总结了近几年来国内外研究的最新成就, 介绍了课题组结合火力发电厂实际应用所取得的新成果: 安全检查表、典型故障树、计算机算法等, 具有较强的实用性。焦作发电厂的实践经验表明, 采用安全系统工程的方法, 指导安全管理, 使企业安全生产面貌有所改善, 经济效益得到明显提高。打破了事故不可知论的传统观念, 为电业生产贯彻“安全第一、预防为主”的方针提供一种新的手段。

安全系统工程在火力发电厂应用丛书现分五册出版, 由陈志业和董铸同志主编。

《安全检查表的编制与应用》由卫阳山、冀国全、邵春芝编著。

《故障树的编制与应用》由邓庆松、郭新华、马献图编

著。

《故障树分析与计算机算法》由陈志业、王平、董铸编著。

《故障数据库与安全评价》由郭新华、王忙虎、荀吉辉编著。

《事件树分析方法》由陈志业、邓庆松、王殿昌编著。

本丛书可作为电力系统和其它行业、大专院校、科研单位广大工程技术人员、工人、学生、科研人员和领导干部的参考读物。

本丛书在编写过程中得到有关专家、学者和关心该书出版的王强司长、杨以涵教授、张翼鹏高工、曾令文高工、杨振鹏副教授、梁秉鲁高工、陈家玠高工、张光明工程师、杨效生工程师、孙书立工程师等的大力支持，同时在安全检查表及故障树的编制过程中，得到焦作电厂的张明德副厂长、曹允冲副厂长、区嘉棠总工程师、毋济安科长、熊克学主任、蒋桂韵主任、杨心瀛主任、刘根堂主任等领导及广大职工的大力协作，在此深表感谢。

由于作者水平有限，错误和不足之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编 者

1988年7月

# 目 录

## 序言

<b>第一章 绪言</b>	1
第一节 故障树分析的基本内容	1
第二节 故障树计算机辅助分析	2
<b>第二章 最小割集和最小径集的算法</b>	7
第一节 故障树的结构函数和最小割集、最小径集	7
第二节 Fussell算法	20
第三节 状态向量合成法	45
第四节 最小割(径)集的其它算法	65
第五节 大型故障树的处理方法	76
<b>第三章 故障树结构重要度分析</b>	91
第一节 基本事件结构重要度	91
第二节 基本事件结构重要度计算	92
第三节 基本事件结构重要度的排列及其近似计算	95
<b>第四章 不交化方法</b>	108
第一节 不交型结构函数	108
第二节 不交型故障树	111
第三节 最小割(径)集不交化	123
<b>第五章 故障树顶上事件发生概率及各种重要度计算</b>	131
第一节 顶上事件发生概率精确计算	131
第二节 顶上事件发生概率近似计算	140
第三节 含共因事件的故障树顶上事件发生概率的计算	155
第四节 重要度分析	160
<b>第六章 应用安全效益系数法确定系统的改造方案</b>	169

第一节 安全效益系数法的概念 .....	169
第二节 数学模型 .....	170
第三节 方案选取原则及优化过程 .....	176
附录 I 状态向量“与原则”的证明 .....	183
附录 II 状态向量“补原则”的证明 .....	184
附录 III 状态阵“与原则”的证明 .....	186
附录 IV 安全效益系数性质的证明 .....	187
附录 V 改造方案选取原则及优化过程的证明 .....	189
附录 VI 算例 .....	192
参考文献 .....	201

# 第一章 绪 言

## 第一节 故障树分析的基本内容

故障树(Fault Tree, 简称FT) 编制之后, 要对它进行定性分析和定量分析。

所谓故障树的定性分析, 就是定性的评定故障树, 求出导致顶上事件发生的所有可能的故障模式(最小割集)和使顶上事件不发生的所有可能方案(最小径集), 求出基本事件的结构重要度。

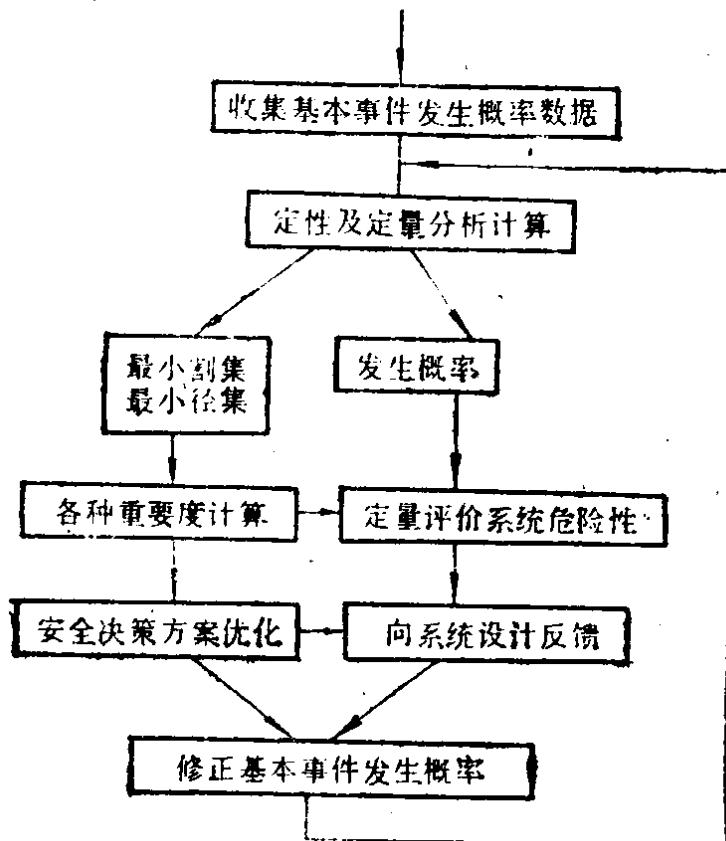


图 1-1 故障树分析内容与顺序

所谓故障树的定量分析，是在已知各基本事件故障概率的条件下，定量地评定故障树。计算顶上事件发生的概率；计算各最小割集的重要度和基本事件的概率重要度、临界重要度等等。

故障树定性、定量分析的结果，为系统的修正与控制提供了依据。本书提出的“效益系数法”就是根据故障树定性、定量分析的结果确定安全决策方案优化的一种方法。

故障树分析的内容如图1-1所示。

## 第二节 故障树计算机辅助分析

对于一个根据实际系统编制的故障树进行分析，工作量相当大。故障树编制的方法，在本丛书第二分册中已作了介绍。故障树编成之后的分析计算工作量仍然不小，这是因为：

(1) 要对所编制的故障树进行定量分析，必须事先知道故障树中每个基本事件的故障概率。在当前企业故障资料不全又无健全的故障资料数据库的条件下，一般的企业要得到基本事件的故障概率，可以说是不可能的。对一个具体系统虽然可以在统计分析的基础上得到所编故障树基本事件发生故障的概率，但要花费大量的劳动。在我国对一些民用工业部门进行概率安全分析，有待于大量的故障资料数据库的建立。

(2) 对故障树进行定性、定量分析计算工作量大。一般具有几十个基本事件的故障树，可能有几百个或上千个割集（或径集）。计算顶上事件发生概率时，因最小割集之间是相交的，计算公式中共有 $2^n - 1$ 项 [ $n$ 为最小割（径）集数]。可以想象，当故障树的最小割集或最小径集有几百个

上千个时，其计算工作量只有计算机才能完成。若故障树的基本事件有几百个或几千个，如不采取措施，计算机也难以胜任。

从以上的原因可以看出，对一个实际系统的故障树进行分析计算，依靠人工进行是困难的，而且不能保证其准确性。若用计算机，将会降低成本并提高准确性。

故障树由计算机进行辅助分析，国内外十几年来做了大量的工作，在编制故障树，特别是对故障树进行定性、定量分析方面取得了显著的成绩。

## 一、利用计算机编制故障树

1973年富赛尔 (*Fussell*) 提出了电路的故障树合成法：先将电路的故障类型进行分类，再将电气回路进行分割，对每个分割回路编成单元树，最后合成一个整体树。这种方法从理论上来说有一定的水平，但并未在实际中使用。

1974年鲍尔斯 (*Powtrs*) 提出了用有向图法 编制化学过程故障树的方法。这种方法是把流程的状态用有向图表示，并在图上记入故障模式，然后编制故障树。1977年以来 *IEEE*杂志对鲍尔斯提出的编制故障树方法发表了不少评论文章，引起了学术界的广泛兴趣。

1977年洛杉矶加州大学小组 (*UCLA Group*) 开发了采用决策表法 (*decision table*) 合成树的算法及计算机程序。这种方法是先将系统的各元件的输入、输出、内部模型的状态编成决策表。在表中各元件引起的所有情况都给以考虑，用编码由计算机编制故障树。这种方法是目前用计算机编制故障树的最好方法。但该方法程序相当大，所编的树中有很多冗余部分，需要加以整理。另外系统内部元件的工作状态，如有互相发生干扰的情况，用计算机来编程尚有困难。

日本佐山隼敏1985年来我国讲学时，提出了以有向图为  
基础，采用框图、故障模型、算法相结合 编制故障树的方  
法，并举例说明编制过程。他认为这种方法在处理反馈控制  
回路及比较简单的系统中是很有用的。

此外，丹麦原子能研究所发表的后果影响图表 (*Cause—Consequence diagram*) 法，其中有编树的算法和应用  
实例。

由于对元件或系统的异常、故障、事故的认识不统一，  
在编制故障树时需要编制者自己判断的情况很多，编成的树  
是否正确目前尚无鉴定的方法。因此，用计算机编制较复杂的  
实际系统的故障树是困难的，现有的算法和程序尚未达到  
实用的程度，今后需要进一步研究。如能利用系统跟踪思考  
过程编树，可能会得到较满意的结果。

## 二、利用计算机对故障树进行定性、定量分析

利用计算机对编制好的故障树进行定性、定量分析计算，  
无论从算法的研究和程序设计方面都取得了显著的成绩，具有  
不同功能的计算程序得到了实际的应用。可以说，利  
用计算机对故障树进行分析计算，是安全系统工程的分析方  
法逐步完善和能够得到推广应用的标志和原因。故障树的计  
算机算法，具有代表性的方法有两种。一是富赛尔 (*J.  
B. Fussell*) 于1972年提出的*Fussell*算法 (称为下行法)  
相应的计算机程序是《*MOCUS*》；另一种算法是*Semande-  
res*算法 (称为上行法) 相应的计算机程序是《*ELR-ATL*》。

国外开发的故障树分析程序很多，表1-1～表1-3，简  
单地介绍部分程序。

我国在推广应用安全系统工程过程中，一方面引进一些  
故障树分析计算机程序；一方面开展故障树计算机算法的研

表 1-1

故障树定性分析程序

序号	名 称	输入和程序特性	输出内容
1	<i>ALLCUTS</i>	<i>AND</i> 、 <i>OR</i> 门、限175事件425门	最小割集
2	<i>FATRAM</i>	<i>AND</i> 、 <i>OR</i> 门，下行法	最小割集
3	<i>FTAP</i>	<i>AND</i> 、 <i>OR NOT</i> ，下行法	最小割集和最小蕴涵集自动找独立子树
4	<i>MOCUS</i>	<i>AND</i> 、 <i>OR</i> 、禁门，下行法	最小割集、最小径集
5	<i>PL-MOD</i>	<i>AND</i> 、 <i>OR NOT</i> ，上行法	最小割集

表 1-2

故障树定量分析程序

序号	名称	输入和程序特性	输出内容
1	<i>GO</i>	故障树参数	稳态结果
2	<i>TIMPORTANCE</i>	最小割集、部件失效数据	8种重要度
3	<i>RALLY</i>	故障树描述、解析法和蒙特卡罗法	稳态结果

表 1-3

故障树共因分析程序

序号	名 称	输入和程序特性	输出内容
1	<i>BACFIRE</i>	割集、部件敏感度，共因候选	共因割集
2	<i>COMCAN</i>	割集，部件敏感度，共因候选	共因割集

究工作。从一些资料看到，我国对故障树计算机算法的研究工作，有的是对引进的算法进行改进，有的是提出新的算法，例如原水利电力部安全系统工程课题组提出了WES-86算法（状态向量合成法），相应的程序《SVCSEF》，可以在微型计算机上对较大型的故障树进行分析计算，为一般企业应用故障树分析法创造了有利条件。

在我国随着安全系统工程的推广和应用，相应的故障树分析程序会越来越多。

## 第二章 最小割集和最小径集的算法

### 第一节 故障树的结构函数和最小割集、最小径集

#### 一、结构函数

##### 1. 结构函数的概念

设一故障树由 $n$ 个基本事件组成，并以二值变量定义基本事件 $x_i$ 的状态

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{基本事件 } x_i \text{ 发生} \\ 0 & \text{基本事件 } x_i \text{ 不发生} \end{cases}$$

同理也可用二值变量 $\Phi$ 定义顶上事件的状态

$$\Phi = \begin{cases} 1 & \text{顶上事件发生} \\ 0 & \text{顶上事件不发生} \end{cases}$$

如果顶上事件的状态完全由基本事件的状态 $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 决定，则 $\Phi$ 为基本事件的状态 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的函数，即

$$\Phi = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-1)$$

$$\text{若 } X \triangleq (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

则式(2-1)可以写成

$$\Phi = \Phi(X) \quad (2-2)$$

可见， $\Phi(X)$ 是以 $FT$ 基本事件的状态(1或0)为自变量的、反映顶上事件状态(1或0)的函数，我们称之为

$FT$ 的结构函数。例如图 2-1 中 $FT$ 的结构函数为

$$\begin{aligned}\Phi(X) &= \bigcap_{i=1}^n x_i \\ &= \min(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-3)\end{aligned}$$

图 2-2 中的 $FT$ 的结构函数为

$$\begin{aligned}\Phi(X) &= \bigcup_{i=1}^n x_i \\ &= \max(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2-4)\end{aligned}$$

式(2-3)及式(2-4)中，符号 $\sqcap$ 和 $\sqcup$ 分别表示逻辑“与”和逻辑“或”。

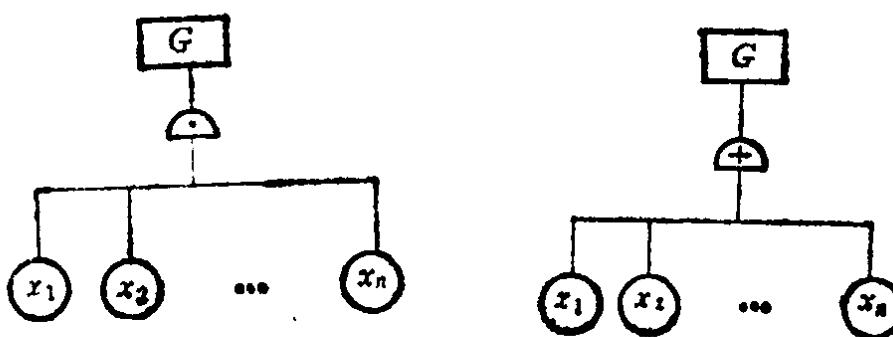


图 2-1 “与”结构的故障树图 图 2-2 “或”结构的故障树图

式(2-3)中仅当所有的基本事件的状态都取 1 时， $\Phi(X)$ 才为 1。也就是说，所有的基本事件都发生时，顶上事件 $G$ 才发生，基本事件在结构函数中为“与”关系（逻辑积）。式(2-4)中，只要有一个基本事件的状态取 1 时， $\Phi(X)$ 即为 1。也就是说在图 2-2 中，任意一个或一个以上的基本事件发生时，顶上事件 $G$ 就发生，基本事件在结构函数中为“或”关系（逻辑和）。

在一般的故障树中，结构函数中既有“与”关系也有“或”关系。如图 2-3 所示的 $FT$ 的结构函数为

$$\Phi(X) = (((x_1 \sqcap x_2) \sqcup (x_3 \sqcup x_4)) \sqcap$$

$$((x_1 \cup x_3) \cap (x_2 \cap x_4)) \}$$

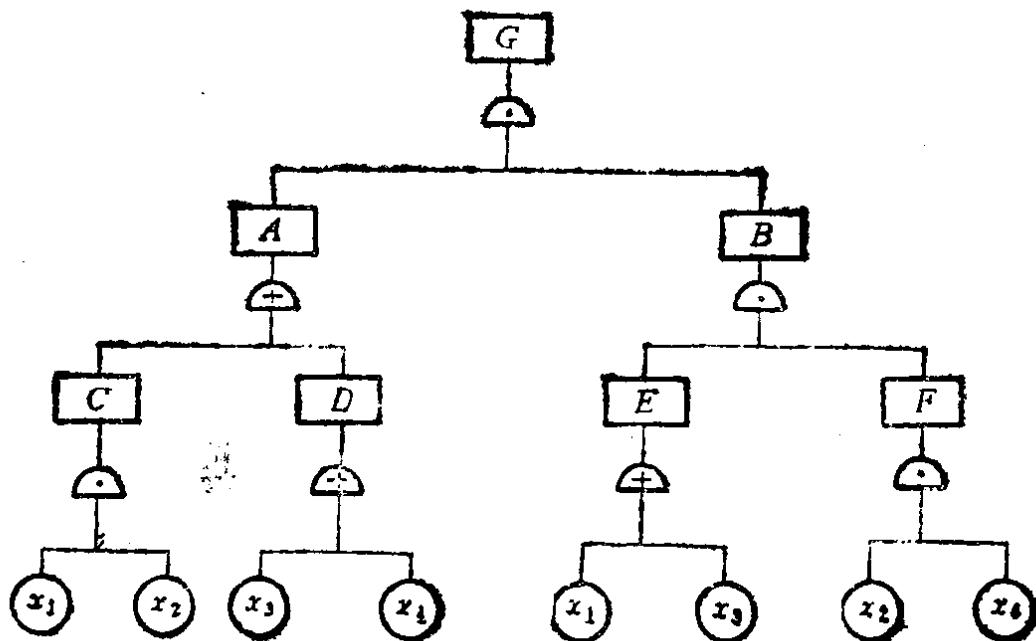


图 2-3 故障树图

$FT$ 的结构函数可按树的结构直接写出来，但这样得到的结构函数往往很复杂，逻辑关系不清晰，因而使用意义不大。后面介绍结构函数的其它求法。

## 2. 基本事件的相关性

如果结构函数  $\Phi(X)$  不受  $x_i$  变化的影响，即

$$\Phi(1_i, X) = \Phi(0_i, X) \quad (2-5)$$

式中  $(1_i, X) \triangleq (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$ ；

$(0_i, X) \triangleq (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$ ；

或者  $\Phi(X) \triangleq \Phi(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n) \quad (2-6)$

式(2-5)及式(2-6)说明基本事件  $x_i$  与结构函数  $\Phi(X)$  不相关，否则基本事件  $x_i$  与  $\Phi(X)$  相关。

例如图 2-4 所示  $FT$  的结构函数为

$$\Phi(X) = \{x_1 \cup (x_1 \cap x_2)\}$$

由布尔代数的吸收律，可将上式化简为

$$\Phi(X) = \{x_1\}$$

显然， $\Phi(X)$ 仅取决于 $x_1$ ，而与 $x_2$ 无关。因此，基本事件 $x_2$ 是与结构函数不相关的基本事件。

### 3. 相关结构函数

$FT$ 的结构函数 $\Phi(X)$ ，在满足下述条件时才称为相关

结构函数：

(1) 各基本事件 $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 与 $\Phi(X)$ 相关；

(2)  $\Phi(X)$ 与各变量 $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 成递增关系。

由“与”和“或”将基本事件的状态变量结合成的 $FT$ 结构函数一定满足条件(2)。所以只要满足条件(1)， $\Phi(X)$ 就是相关结构函数。

在经常处理的系统中，一般不会发生如下问题：①基本事件未发生( $x_i = 0$ )时，顶上事件发生 [ $\Phi(X) = 1$ ]；②基本事件发生( $x_i = 1$ )时，顶上事件不发生 [ $\Phi(X) = 0$ ]，所以本书只讨论相关的结构函数及相应的故障树，并简称相关结构函数为结构函数。

结构函数的基本性质：

$$(1) \Phi(0) = 0, \Phi(1) = 1 \quad (2-7)$$

由此可知，若 $\Phi(X)$ 是由 $n$ 个基本事件的状态向量构成的故障树的结构函数，则有下式

$$\prod_{i=1}^n x_i \leq \Phi(X) \leq \bigcup_{i=1}^n x_i \quad (2-8)$$

该式说明，任意故障树都可以用其上限（所有基本事件为“或”关系）和其下限（所有基本事件为“与”关系）来表示。

(2) 对于状态向量  $X, Y$ ，若  $X \geq Y$  [即对于任意  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 都满足  $x_i \geq y_i$ ]，则下式成立

$$\Phi(X) \geq \Phi(Y) \quad (2-9)$$

$$(3) \Phi(X) = x_i \Phi(1_i, X) + (1 - x_i) \Phi(0_i, X) \quad (2-10)$$

对每一个  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 均按式 (2-10) 展开可得

$$\Phi(X) = \sum Y \prod_{i=1}^n x_i^{y_i} (1 - x_i)^{1-y_i} \Phi(Y) \quad (2-11)$$

式中  $y_i$  —— 基本事件  $x_i$  可能的状态  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ；

$\sum Y$  —— 所有二值状态向量  $Y$  之和。

下面以图 2-3 的  $FT$  为例说明式 (2-11) 的意义。该树有 4 个基本事件， $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ ，共有  $2^4 = 16$  个状态。 $\Phi(Y)$  对应于所有二值向量  $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$  的值如表 2-1 所示。

于是，由式 (2-11) 可得结构函数为

$$\begin{aligned} \Phi(X) = & (1 - x_1) x_2 x_3 x_4 + x_1 x_2 (1 - x_3) x_4 \\ & + x_1 x_2 x_3 x_4 \end{aligned}$$

## 二、最小割集和最小径集

将  $FT$  的基本事件的集合表示为