高中同步类型题规范解题题典 2002

海淀名师

赵权忠 刘玉艳 苏静 主编

解题新思路

- 同步题解 实用过人
- 名题典范 一通百通
- 读题解题 全新思维

高二数学

中国和平出版社

酷龙书系

海淀名师

解题新思路

Haidianmingshi Jietixinsilu

- 初一语文
- 初二语文
- 初三语文
- 初一数学
- 初二数学
- 初三数学
- 初一英语
- 初二英语
- 初三英语
- 初二物理
- 初三物理
- 初三化学
- 高一语文
- 高二语文
- 高三语文
- 高一数学
- 高二数学
- 高三数学
- 高一英语
- 高二英语
- 高三英语
- 高一物理
- 高二物理
- 高三物理
- 高一化学
- 高二化学
- 高三化学

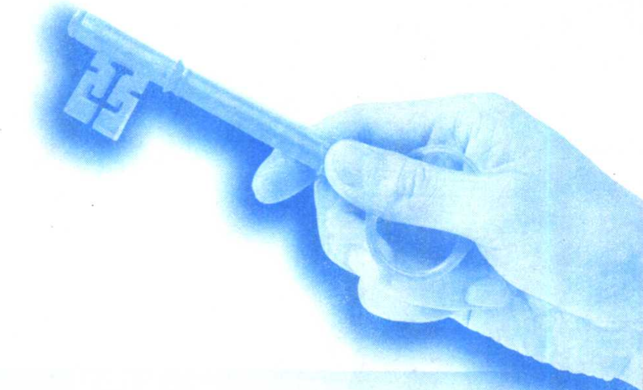
责任编辑 杨雁鸣
封面设计 木头羊工作室

ISBN 7-80101-934-2

9 787801 019349 >

ISBN7-80101-934-2/G·707

定 价：13.80元



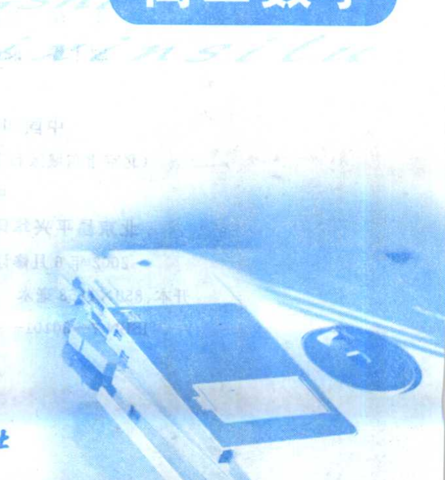
高中同步类型题规范解题题典2002

海淀名师

解题新思路

赵权忠 刘玉艳 苏静 主编

高二数学



中国和平出版社

高中同步类型题规范解题题典

海淀名师解题新思路

高二数学

主　编　赵权忠　刘玉艳　苏　静

副主编　麻桂莲　张亚萍

*

中国和平出版社出版发行

（北京市东城区和平里东街民旺甲 19 号　100013）

电话:84252781

北京昌平兴华印刷厂印刷　新华书店经销

2002 年 6 月修订版　2002 年 6 月第 4 次印刷

开本:850×1168 毫米　1/32　印张:12.625　字数:419 千字

ISBN 7—80101—934—2/G・707　定价:13.80 元

前　　言

编写目的

为了帮助广大中学生选择科学有效的思维方式和学习方法，走出学习的误区；教会中学生思考问题解决问题的方法，从而帮助中学生拓宽知识面，培养创新思维，从“学会”向“会学”转变，全面提高素质，以迎接新世纪的挑战。我们根据教育部最新颁布的教学大纲的要求，配合现行教材及培养学生解决问题的能力的需要，编写了这套《海淀名师解题新思路》丛书。

本书特点

本丛书与现行教材同步，全书从“题”的角度强化和训练学生对“知识点”的理解和掌握。从中揭示各知识点应用的范围和规律，并通过示范解题培养学生分析和解决问题的能力。

①不容置疑的权威性。本套丛书的编写者全是教学第一线的特高级教师，他们具有丰富的教学经验与最新最巧的解题思路。

②新颖实用。选题新颖、难易适度，循序渐进，梯度适当，便于各年级学生跟踪学习。

③重分析、重规范。通过分析和介绍“方法”揭示规律，通过“规范解”让学生清楚怎样解题才能得高分。

④题型全、新，容量大，各类题型分配比例合理，便于学生全面系统地掌握所学知识。

⑤重效减负。所使用的例题和习题皆是名题、典型题，针对性强，有助于学生排除题海困扰达到减轻负担、事半功倍的效果。

丛书栏目

本丛书根据学科不同，设计了不同的题型。所设栏目包括【解析】【解题思路】【规范解】【答案】【得分点精析】【解题关键】【错解剖析】，体现了本丛书的实用性和示范性。

真诚愿望

本丛书内容充实实用，若读者能从中得到一点启示，快速提高学习成绩，这是我们的最大心愿。此外，由于编写时间仓促，水平有限，难免出现不足之处，恳请读者给予指正，使之日臻完善。

目　录

第六章　不等式

第一单元　不等式的性质

基础知识

1. 不等式的基本性质：

(1) $a>b\Leftrightarrow b<a$

(2) $a>b,b>c\Rightarrow a>c$

(3) $a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$

(4) $a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$

(5) $a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$

2. 由以上不等式出发，引出如下性质，作为推论，应要求掌握：

(1) $a>b>0,c>d>0\Rightarrow ac>bd$

(2) $a>b>0,c>d>0\Rightarrow \frac{a}{d}>\frac{b}{c}$

(3) $a>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in N)$

(4) $a>b>0\Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$

3. 绝对值不等式的性质：$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$.

$||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$

正确理解和运用每一性质，弄清条件与结论之间的关系，注意条件的加强及放宽.

高考命题要点

(1)利用不等式性质判断不等式或有关结论是否成立.

(2)利用不等式性质比较大小.

经典题

A 组

一、选择题：

1.下列命题错误的是(　　).

A.若 $a>b$,则 $a+m^2>b+m^2$

B.若 $a<b,b<c$,则 $a<c$

C.若 $a>b$,则 $am^2>bm^2$

D.若 $a>b,m\neq 0$,则$\frac{a}{m^2}>\frac{b}{m^2}$

【答案】 C.

【分析】 若 $a>b$,当 $m^2=0$ 时,$am^2=bm^2$,当 $m^2>0$,$a\cdot m^2>b\cdot m^2$,所以若 $a>b$,则 $am^2\geqslant bm^2$,即选项 C 是错误的.

2.下列命题中,正确的命题是(　　).

①若 $a>b,c>b$,则 $a>c$　②$a>b$,则 $\lg\frac{a}{b}>0$　③若 $a>b,c>d$,则 $ac>bd$　④若 $a>b>0$,则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　⑤若$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$,则 $ad>bc$　⑥若 $a>b,c>d$,则 $a-d>b-c$

A.①②　　B.④⑥　　C.③⑥　　D.③④⑤

【答案】 B.

【分析】 命题①不符合不等式的传递性,为假命题.若 $a>0>b$,则$\frac{a}{b}<0$,$\lg\frac{a}{b}$无意义,命题②为假.$a>b,c>d$ 中 a,b,c,d 的符号不确定,若 $a>0>b,0>c>d$,则 $ac<bd$,命题③为假.若 $a>b>0,ab>0$,则 $a\times\frac{1}{ab}>b\times\frac{1}{ab}$,所以$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,命题④为真.当$\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$且 $cd<0$ 时 $ad<bc$,所以命题⑤为假.若 $c>b$,且 $-d>-c$,又 $a>b$,所以 $a+(-d)>b+(-c)$,即 $a-d>b-c$,命题⑥为真.应选 B.

3.若 $a>0,b<0$,且 $a<|b|$,则下列各式中成立的是(　　).

A.$b<-a<a<-b$　　　　B.$-b<-a<b<a$

C.$-a<b<a<-b$　　　　D.$-a<-b<a<b$

【答案】 A.

【分析】 取 $a=1,b=-2$,显然 $a>0,b<0$,且 $|b|>a$,知B.,C.,D.都不正确.所以应选A.

4. $p<0,-1<q<0$,则 p,pq,pq^2 大小关系为(　　).

A. $p>pq>pq^2$　　　　B. $pq^2>pq>p$

C. $pq>p>pq^2$　　　　D. $pq>pq^2>p$

【答案】 D.

【分析】 $-1<q<0$,所以 $0<q^2<1$,又 $p<0$,所以 $0>pq^2>p$. $q<0,p<0$,所以 $pq>0$,即 $pq>pq^2>p$,应选D..

5.若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha$ 的大小关系是(　　).

A. $m>n$　B. $m\leqslant n$　C. $m<n$　D. $m\geqslant n$

【答案】 C.

【分析】 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $1>\cos\alpha>\sin\alpha>0$.函数 $y=\log_a x$,当 $0<a<1$ 时,是单调减函数.所以 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha<\log_{\sin\alpha}\sin\alpha=1$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha>\log_{\cos\alpha}\cos\alpha=1$,即 $m<1<n,m<n$.

6.若 $0<a<1$,则下列不等式中不成立的是(　　).

A. $\log_a(1-a)>0$　　　　B. $\sin(1+a)<\sin(1-a)$

C. $\pi^{-(1+a)}<\pi^{a-1}$　　　　D. $(1+a)^{\frac{3}{2}}>(1-a)^{\frac{3}{2}}$

【答案】 B.

【分析】 $0<a<1,0<1-a<1$,所以 $\log_a(1-a)>0$,A.成立. $y=\pi^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是单调增函数,又 $-(1+a)<a-1$,所以 $\pi^{-(1+a)}<\pi^{a-1}$,C.成立.函数 $y=x^{\frac{3}{2}}$,在 $[0,+\infty)$ 上是单调增函数,又 $1+a>1-a>0$,D.成立.故B.不成立.

7.若 a、b 是任意实数,且 $a>b$,则(　　).

A. $a^2>b^2$　　　　B. $\frac{b}{a}<1$

C. $\lg(a-b)>0$　　　　D. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

【分析】 当 $a>b>0$ 时,可得 $a^2>b^2$, $\frac{a}{b}>1$ 及 $\frac{b}{a}<1$,但该题条件仅

是 $a>b$,故A、B不一定成立.对于C成立,需 $a-b>1$,即 $a>b+1$,故C不一定成立.

对于D,考查函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 的单调性,当 $a>b$ 时,可得 $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$,故D成立.

【答案】 D.

8.设命题甲:x 和 y 满足 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$,

命题乙:x 和 y 满足 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$,那么(　　).

A.甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件

B.甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件

C.甲是乙的充要条件

D.甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件

【分析】 由 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$ 可推出 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$ 反之却不一定成立.例如取 $x=1,y=2$.显然满足 $\begin{cases}2<x+y<4\\0<xy<3\end{cases}$ 但不满足 $\begin{cases}0<x<1\\2<y<3\end{cases}$ 故甲是乙的必要条件,但不是充分条件.

【答案】 B.

9.已知 $1<x<d$,令 $a=(\log_d x)^2$,$b=\log_d x^2$,$c=\log_d(\log_d x)$,则(　　).

A.$a<b<c$　　B.$a<c<b$

C.$c<b<a$　　D.$c<a<b$

【分析】 由已知,得 $0<\log_d x<1$,知 $0<a<1$,$0<b=2\log dx<2$,而 $c<0$.再 $a-b=\log_a{}^x(\log_a{}^x-2)<0$,$\therefore a<b$.

【答案】 D.

10.若 $a>b>0$,且 $a+b=1$,$A=\log_a b$,$B=\log_{\frac{1}{b}}a$,$C=\log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})}ab$,则 A,B,C 的大小关系是　　(　　).

A.$A<B<C$　B.$B<A<C$　C.$B<C<A$　D.$C<B<A$

【答案】 D.

【分析】 $a>b>0$,且 $a+b=1$,所以 $\frac{1}{2}<a<1$,$0<b<\frac{1}{2}$,$\frac{1}{b}>2$,$A=$

$\log_a b>0, B=\log_{\frac{1}{b}} a=-\log_b a>-\log_b b=-1$,且 $B<0, C=\log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab=\log_{\frac{a+b}{ab}} ab=\log_{\frac{1}{ab}} ab=-1$,即 $C<B<0<A$,应选 D.

11. 不等式$\frac{|a+b|}{|a|+|b|}\leqslant 1$成立的条件是(　　).

A. $ab>0$　B. $ab<0$　C. $ab\neq 0$　D. $a^2+b^2\neq 0$

【答案】 D.

【分析】 当$\frac{|a+b|}{|a|+|b|}\leqslant 1$时,可化为$|a+b|\leqslant|a|+|b|$,需满足$|a|+|b|\neq 0$,可得到不等式 $ab\leqslant|ab|$,此不等式恒成立.故题设中不等式成立的条件是$|a|+|b|\neq 0$,即 a、b 不能同时为零,故选 D..

12. 不等式 $a>b$ 和$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$同时成立的充分且必要条件是(　　).

A. $a>b>0$　B. $a>0>b$　C. $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$　D. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$

【答案】 B.

【分析】 $\left.\begin{matrix}a>b\\ \frac{1}{a}>\frac{1}{b}\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left.\begin{matrix}a>b\\ a\cdot b<0\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow a>0>b$.

13. 若$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,则在(1)$a^2>b^2(2)ab<b^2(3)a+b>2\sqrt{ab}$ (4)$a^2+b^2>|a|+|b|$这四个式子中恒成立的个数是(　　).

A. 一个　　B. 二个　　C. 三个　　D. 四个

【答案】 A.

【分析】 取 $b=-2, a=-1$,满足$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$,代入题中四个不等式,可知(1),(3),(4)不等式不成立.$\because \frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0, \therefore b<a<0, \therefore ab<b^2 \therefore$(2)不等式成立.应选 A..

14. 已知 $a>0, b>0$,则不等式 $-b<\frac{1}{x}<a$ 的解为(　　).

A. $x<-\frac{1}{a}$或$x>\frac{1}{b}$　　B. $x<-\frac{1}{b}$或$x>\frac{1}{a}$

C. $-\frac{1}{a}<x<0$或$0<x<\frac{1}{b}$　　D. $-\frac{1}{b}<x<0$或$0<x<\frac{1}{a}$

【分析】 当 $x>0$ 时,$-b<\frac{1}{x}$恒成立,又$\because \left.\begin{matrix}\frac{1}{x}<a\\ x>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left.\begin{matrix}1<ax\\ a>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow x>$

$\frac{1}{a}$.

当 $x<0$ 时,由 $a>0$,则 $\frac{1}{x}<a$ 恒成立.又∵ $\left.\begin{array}{l}-b<\frac{1}{x}\\ x<0\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l}-bx>1\\ b>0\end{array}\right\}\Rightarrow x<-\frac{1}{b}$

∴不等式 $-b<\frac{1}{x}<a(a>0,b>0)$ 等价于 $x>\frac{1}{a}$ 或 $x<-\frac{1}{b}$.

【答案】 B.

15.已知 $a\cdot b<0$,则以下不等式成立的是(　　).

A.$|a+b|>|a-b|$　　B.$|a+b|<|a-b|$

C.$|a-b|<|a|-|b|$　　D.$|a-b|<|a|+|b|$

【分析】 由 $a\cdot b<0$,∴a 与 b 异号,故有 $|a+b|<|a-b|$,$|a-b|>|a|-|b|$,$|a-b|=|a|+|b|$.

【答案】 B.

16.若 $a<b<0$,则下列结论中正确的是(　　).

A.不等式 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 和 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 均不能成立

B.不等式 $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 均不能成立

C.不等式 $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ 和 $(a+\frac{1}{|b|})^2>(b-\frac{1}{a})^2$ 均不能成立

D.不等式 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 和 $(a+\frac{1}{|b|})^2>(b+\frac{1}{a})^2$ 均不能成立

【分析】 ∵$a<b<0$　∴$\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}<0$

$|a|>|b|>0$,$\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$,$a<a-b<0$

$\frac{1}{|a-b|}<\frac{1}{|a|}$,$a+\frac{1}{|b|}<b+\frac{1}{|a|}<0$

$(a+\frac{1}{|b|})^2>(b+\frac{1}{|a|})^2>0$

【答案】 B.

17.已知 $0<a<b<1$,则 a^b,$\log_b a$,$\log_{\frac{1}{a}} b$ 的大小关系是(　　).

A.$\log_{\frac{1}{a}} b<a^b<\log_b a$　　B.$\log_{\frac{1}{a}} b<\log_b a<a^b$

C. $\log_b a < \log_{\frac{1}{a}} b < a^b$ D. $a^b < \log_{\frac{1}{a}} b < \log_b a$

【答案】 A.

【分析】 $\because 0 < a < 1$ $\therefore \frac{1}{a} > 1$,又 $0 < b < 1$, $\therefore \log_{\frac{1}{a}} b < 0$, $\because 0 < a < b < 1$, $\therefore 0 < a^b < 1$, $\log_b a > \log_b b = 1$, $\therefore \log_{\frac{1}{a}} b < 0 < a^b < 1 < \log_b a$,应选 A..

18. 若 $a > b > c > 1$, $m = \sqrt{a} - \sqrt{c}$, $n = a - \sqrt{b}$, $p = 2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab})$,则 m, n, p 中最小的是 ( ).

A. m B. n C. p D. 不能确定

【答案】 C.

【分析】 $\because b > c > 1$, $\therefore \sqrt{b} > \sqrt{c}$ $\therefore -\sqrt{c} > -\sqrt{b}$, $\therefore a - \sqrt{c} > a - \sqrt{b}$ $\therefore m > n$ $\because a > b > 1$, $\therefore \sqrt{a} > \sqrt{b} > 1$, $\therefore p - n = 2(\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}) - (a - \sqrt{b}) = b - 2\sqrt{ab} + \sqrt{b} = b - \sqrt{ab} - \sqrt{ab} + \sqrt{b} = -\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) - \sqrt{b}(\sqrt{a} - 1) < 0$, $\therefore p < n$ $\therefore p < n < m$, $\therefore p$ 最小.

19. 已知 $P = \frac{1}{a^2 + a + 1}$, $Q = a^2 - a + 1$,则 P、Q 的大小关系是( ).

A. $P > Q$ B. $P < Q$

C. $P \leqslant Q$ D. P 与 Q 大小关系不能确定

【答案】 C.

【分析】 $\because P = \frac{1}{a^2 + a + 1} = \frac{1}{(a + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} > 0$, $\therefore Q = a^2 - a + 1 = (a - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$,又 $\because \frac{Q}{P} = (a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1) = a^4 + a^2 + 1 \geqslant 1$, $\therefore Q \geqslant P$.

20. 设实数 a 满足 $0 < a < \frac{1}{2}$,令 $F = 1 - a^2$, $G = 1 + a^2$, $H = \frac{1}{1-a}$, $T = \frac{1}{1+a}$,则它们的大小关系是 ( ).

A. $G < F < H < T$ B. $F < G < H < T$

C. $T < F < G < H$ D. $F < T < G < H$

【答案】 C.

【分析】 令 $a = \frac{1}{3}$,满足 $0 < a < \frac{1}{2}$,则 $F = \frac{8}{9}$, $G = \frac{10}{9}$, $H = \frac{3}{2}$, $T =$

$\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}<\frac{8}{9}<\frac{10}{9}<\frac{3}{2}$,故 A.,B.,D. 可以被排除,C. 正确.

21. 若 $\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z<0$,则 $x^{\frac{1}{2}}, y^{\frac{1}{3}}, z^{\frac{1}{5}}$之间的大小关系是(　　).

A. $y^{\frac{1}{3}}<x^{\frac{1}{2}}<z^{\frac{1}{5}}$　B. $x^{\frac{1}{2}}<y^{\frac{1}{3}}<z^{\frac{1}{5}}$　C. $z^{\frac{1}{5}}<y^{\frac{1}{3}}<x^{\frac{1}{2}}$　D. $x^{\frac{1}{2}}<z^{\frac{1}{5}}<y^{\frac{1}{3}}$

【答案】 A.

【分析】 $\because \log_2 x=\log_3 y=\log_5 z=-k,(k>0,k\in R)$, $\therefore x=(\frac{1}{2})^k, y=(\frac{1}{3})^k, z=(\frac{1}{5})^k$, $\therefore \lg x^{\frac{1}{2}}=-k\lg 2^{\frac{1}{2}}, \lg y^{\frac{1}{3}}=-k\lg 3^{\frac{1}{3}}, \lg z^{\frac{1}{5}}=-k\lg 5^{\frac{1}{5}}$ $\therefore \lg x^{\frac{1}{2}}-\lg y^{\frac{1}{3}}=k\lg\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}=k\lg\sqrt[6]{\frac{9}{8}}>0$,$\lg z^{\frac{1}{5}}-\lg x^{\frac{1}{2}}=k\lg\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[5]{5}}=k\lg\sqrt[10]{\frac{32}{25}}>0$, $\therefore \lg z^{\frac{1}{5}}>\lg x^{\frac{1}{2}}>\lg y^{\frac{1}{3}}$. $\because f(x)=\lg x$ 为增函数 $\therefore$有 $z^{\frac{1}{5}}>x^{\frac{1}{2}}>y^{\frac{1}{3}}$,故应选 A.

22. 设 a、b、c、d 都是正数,$a>b$, $c>d$, $a+b>c+d$, $ab=cd$,那么 a、b、c、d 之间的大小关系是　(　　).

A. $a>b>c>d$　　B. $a>c>b>d$

C. $c>a>d>b$　　D. $a>c>d>b$

【答案】 D.

【分析】 设 $a=3, b=\frac{1}{3}, c=2, d=\frac{1}{2}$,显然满足已知条件,则有 $a>c>d>b$ 成立.

【另解】 由题设条件可知,$a+b>c+d>0$,故$(a+b)^2>(c+d)^2$,那么 $a^2+2ab+b^2>c^2+2cd+d^2$,而 $ab=cd$,故 $a^2-2ab+b^2>c^2-2cd+d^2$ 同样成立,即有$(a-b)^2>(c-d)^2$,而 $a>b$, $c>d$,故可以得到 $a-b>c-d>0$,此式与已知 $a+b>c+d$ 联立,即有 $2a>2c$, $a>c$ 成立. 由 $ab=cd$ 知 $b<d$,故 $a>c>d>b$.

23. 若 x,y,z 均为大于 -1 的负数,则一定有(　　).

A. $x^2-y^2-z^2<0$　　B. $xyz>-1$

C. $x+y+z<-3$　　D. $(xyz)^2>1$

【分析】 由已知 $-1<x<0$, $-1<y<0$, $-1<z<0$,则 $0<-x<1$, $0<-y<1$, $0<-z<1$ 有 $0<-xyz<1$,即 $-1<xyz<0$. 故 B 正确. 对于 A 令 $x=-\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{4}, z=-\frac{\sqrt{3}}{5}$,可得 $x^2-y^2>z^2$, $\therefore$ A 不一定成立. 对于 C, $x+y+z>-3$,对于 D, $0<(xyz)^2<1$.

【答案】 B.

24.已知 $a,b,c\in R^+$.则三个数 $a+\frac{1}{b},b+\frac{1}{c},c+\frac{1}{a}$(　　).

A.都不大于2　　　　B.都不小于2

C.至少有一个不大于2　　D.至少有一个不小于2

【分析】 思路一:用特殊值法.令 $a=b=c=2$.可排除A与C,再令 $a=1,b=10$.则 $a+\frac{1}{b}=1.1<2$.可排除B.

思路二:不妨设 $a\geqslant b\geqslant c>0$

则 $a+\frac{1}{b}-2=\frac{ab-2b+1}{b}\geqslant\frac{b^2-2b+1}{b}=\frac{(b-1)^2}{b}\geqslant0$

$b+\frac{1}{c}-2=\frac{bc-2c+1}{c}\geqslant\frac{c^2-2c+1}{c}=\frac{(c-1)^2}{c}\geqslant0$

$c+\frac{1}{a}-2=\frac{ac-2a+1}{a}\leqslant\frac{a^2-2a+1}{a}=\frac{(a-1)^2}{a}\geqslant0.$

【答案】 D.

25.设 $0<a<b<1$,则下列不等式成立的是(　　).

A. $a^b>b^a$　　　　B. $\log_a{}^b>\log_b{}^a$

C. $a^{\log_b{}^a}<b^{\log_a{}^b}$　　　　D. $\frac{b}{a}<\log a^b$

【分析】 对于A,由 $0<a<b<1$,知 $y=a^x$ 是减函数,$\therefore a^b<a^a$;且 $y=x^a$ 在 $(0,+\infty)$ 是增函数,知 $a^a<b^a$,故 $a^b<b^a$.

对于B,$\log_a{}^b<\log_a{}^a=1,\log_b{}^a>1,\therefore\log_a{}^b<\log_b{}^a$.

对于C,由B知,$a^{\log_b{}^a}<a^1=a,b^{\log_a{}^b}>b^1=b$ 故 $a^{\log_b{}^a}<a<b<b^{\log_a{}^b}$

对于D,$\frac{b}{a}>1$,而 $\log_a{}^b<1,\therefore\frac{b}{a}>\log_a{}^b$.

【答案】 C.

26.已知 $a,b\in R$,且 $a\neq b,a+b=2$.则 $1,ab,\frac{a^2+b^2}{2}$ 的大小关系是(　　).

A. $ab<1<\frac{a^2+b^2}{2}$　　　　B. $1<ab<\frac{a^2+b^2}{2}$

C. $ab<\frac{a^2+b^2}{2}<1$　　　　D. $1<ab\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$

【分析】 由已知 $\frac{a+b}{2}=1,a\neq b$,可利用不等式 $\frac{a^2+b^2}{2}>(\frac{a+b}{2})^2>$

ab.

【答案】 A.

27.已知 a,b 两个正数,且关于 x 的方程 $x^2+ax+2b=0$ 和 $x^2+2bx+a=0$ 都有实根,则 $a+b$ 的最小可能值是(　　).

A.4　B.6　C.8　D.10

【分析】 两个方程均有实根,$\therefore \begin{cases}\Delta_1=a^2-8b\geqslant 0\\ \Delta_2=4b^2-4a\geqslant 0\end{cases}$知,$b^4\geqslant a^2\geqslant 8b$,又 $b>0$　$\therefore b\geqslant 2$,又$\because a^2\geqslant 8b$,$\therefore a\geqslant 4$,$\therefore a+b$ 最小可能值是 6.

【答案】 B.

28.设 $x<1$,则下列不等式一定成立的是(　　).

A. $\frac{1}{x}>1$　B. $|x|<1$　C. $x^2<1$　D. $x^3<1$

【答案】 D.

【分析】 $x<1$ 即 $x\in(-\infty,1)$,所以当 $x<-1$ 时,A.,B.,C. 都不正确.幂函数 $y=x^3$ 在$(-\infty,+\infty)$上是增函数,$x<1$,所以 $x^3<1^3$,即 D. 是正确的.

29. $p<0,-1<q<0$,则 p,pq,pq^2 大小关系为(　　).

A. $p>pq>pq^2$　B. $pq^2>pq>p$　C. $pq>p>pq^2$　D. $pq>pq^2>p$

【答案】 D.

【分析】 $-1<q<0$,所以 $0<q^2<1$,又 $p<0$,所以 $0>pq^2>p$. $q<0,p<0$,所以 $pq>0$,即 $pq>pq^2>p$,应选 D..

30.若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha$ 的大小关系是(　　).

A. $m>n$　B. $m\leqslant n$　C. $m<n$　D. $m\geqslant n$

【答案】 C.

【分析】 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{4})$,则 $1>\cos\alpha>\sin\alpha>0$. 函数 $y=\log_a x$,当 $0<a<1$ 时,是单调减函数.所以 $m=\log_{\sin\alpha}\cos\alpha<\log_{\sin\alpha}\sin\alpha=1$, $n=\log_{\cos\alpha}\sin\alpha>\log_{\cos\alpha}\cos\alpha=1$,即 $m<1<n$, $m<n$.

31.下列命题中,正确的命题是(　　).

A. 若 $ac>bc$,则 $a>b$　　　B. 若 $a^2>b^2$,则 $a>b$