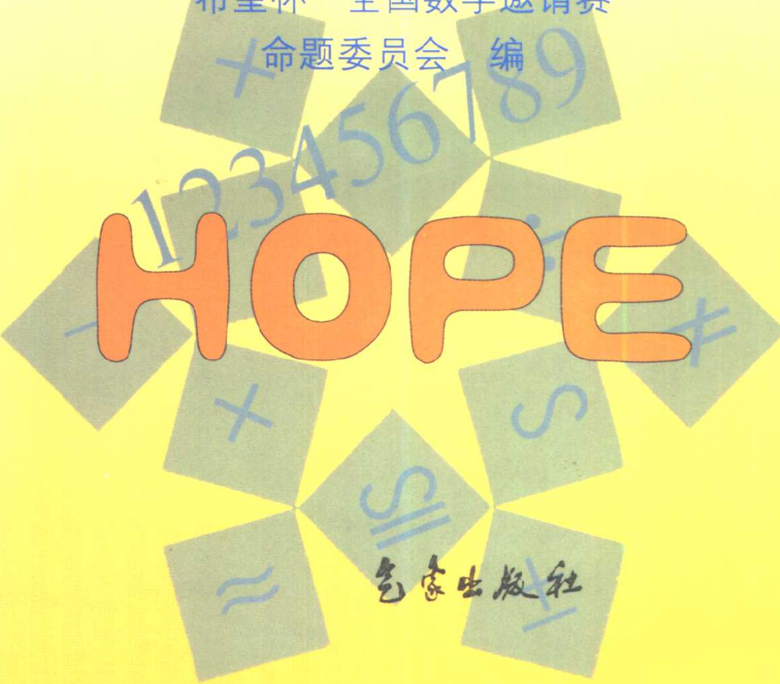
《数理天地》丛书　主编：周国镇

历届希望杯

全国数学邀请赛试题详解

·初中二年级·

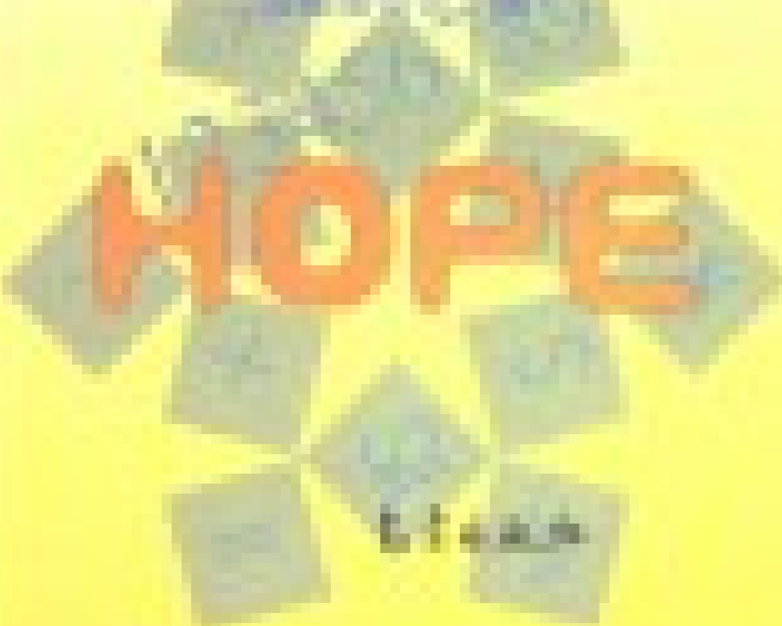
“希望杯”全国数学邀请赛
命题委员会　编



气象出版社

历届希望杯

全国数学邀请赛试题详解



《数理天地》丛书　主编　周国镇

历届“希望杯”全国数学邀请赛试题详解

初中二年级

“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会　编

气象出版社

图书在版编目(CIP)数据

历届“希望杯”全国数学邀请赛试题详解. 初二/周国镇主编. —北京:气象出版社,2002.1

ISBN 7-5029-3251-8

Ⅰ.历… Ⅱ.周… Ⅲ.数学课-初中-解题 Ⅳ.G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第067959号

责任编辑:黄丽荣 终审:周诗健

封面设计:彭小秋 责任技编:刘祥玉 责任校对:庚 申

气象出版社出版发行

(北京市海淀区中关村南大街46号 邮政编码:100081 电话:68406961)

北京市王史山印刷厂印刷

全国各地新华书店经销

开本:787×1092 1/32 印张:8.5 字数:191千字

2002年1月第一版 2002年1月第一次印刷

印数:1～8000

ISBN 7-5029-3251-8/G·0948

定价:10.00元

出版前言

“希望杯”全国数学邀请赛自1990年开始举办，至今已经十二届了。第一届有11万名中学生参加，到第九届，每年的参赛人数都超过百万。12届以来，参赛中学生累计超过800万。国内中学生学科竞赛活动，有如此大的规模，有如此众多的中学生参加，除“希望杯”之外，还没有第二个。这充分说明了“希望杯”在中学生中受欢迎的程度。中学生为什么喜欢参加“希望杯”?很重要的一个原因是题目出得好，出得漂亮，有较大的思维空间。“希望杯”命题委员会拥有国内第一流的数学竞赛方面的专家，他们精心地编拟了历届的试题。同学们正是通过做这些题，学习它们、研究它们，从而更扎实、更开阔地掌握了知识，增长了智慧和才干，使学习更有信心，成绩更出色。“希望杯”如同一把金钥匙，对每个参赛的中学生，它既开启了智慧之门，更开启了信心之门。这正是“希望杯”的魅力所在。

在中学任教的数学老师们，同他们的弟子一样也很喜欢“希望杯”——因为，从这个“杯”中，层出不穷，不断涌现出来的一个一个问题，为改进自己的教学，带出高水平的学生提供了难得的素材和有益的启示。

为了让更多的中学生和他们的老师(尤其是没有参加过“希望杯”的)，也能共享我们十余年来的智慧结晶，我们将第一届至第十一届的试题按初一、初二、高一、高二这四个年级分四册出版，供四个年级的师生分别使用。书中不当之处，请读者批评指正。

周国镇

“希望杯”命题委员会主任

2001年11月1日

“希望杯”全国数学邀请赛命题委员会

主　任	周国镇	《数理天地》杂志社社长、总编
副主任	周春荔	首都师范大学数学系教授
	那吉生	中国科学院数学科学与系统科学研究院研究员
	余其煌	中国科学院数学科学与系统科学研究院研究员

初中二年级命题组成员

组　长	吴其明	中国人民大学附中高级教师
成　员	余其煌	中国科学院数学科学与系统科学研究院研究员
	郭　璋	北京朝阳区中学教研室特级教师
	丁志福	北京师范大学附中高级教师
	郑静宜	中国人民大学附中高级教师

希望杯数学邀请賽有
利于学生有利於教師
将促进中国数学教育
的发展

王寿仁 一九九〇年五月

王寿仁：中国著名老数学家、原中国数学奥委会主席

寄希望于教育，

寄希望于青少年。

祝首届"希望杯"数学邀请赛

胜利举行

杨乐

1990年5月

杨 乐：中国科学院院士、国际著名数学家

肩負着祖國的希望，

迎接廿一世纪的到来！

龚昇

95年7月

龚 昇：原中国科学技术大学副校长、著名数学家

青出于蓝而

胜于蓝，希望

寄托在年轻

一代身上。

梅向明

90.11.30.

梅向明：原北京师范学院院长、著名数学家、民进中央副主席

目　录

试题及解答

第一届(1990年)

第一试

试　　题

一、选择题　以下每题的四个结论中,仅有一个是正确的,请将正确答案的英文字母填在每题后的圆括号内.

1. 一个角等于它的余角的5倍,那么这个角是　(　　)

(A) $45°$.　(B) $75°$.　(C) $55°$.　(D) $65°$.

2. 2的平方的平方根是　(　　)

(A) 2.　(B) -2.　(C) ± 2.　(D) 4.

3. 当 $x=1$ 时,$a_0x^{10}-a_1x^9+a_0x^8-a_1x^7-a_1x^6+a_1x^5-a_0x^4+a_1x^3-a_0x^2+a_1x$ 的值是　(　　)

(A) 0.　(B) a_0.　(C) a_1.　(D) a_0-a_1.

4. 在$\triangle ABC$中,若 $AB=\pi$, $BC=1+\sqrt{2}$, $CA=\sqrt{7}$,则下列能成立的式子是　(　　)

(A) $\angle A>\angle C>\angle B$.　(B) $\angle C>\angle B>\angle A$.

(C) $\angle B>\angle A>\angle C$.　(D) $\angle C>\angle A>\angle B$.

5. 平面上有4条直线,它们的交点最多有　(　　)

(A) 4个.　(B) 5个.　(C) 6个.　(D) 7个.

6. $5\sqrt{2}-7$ 的立方根是　(　　)

(A) $\sqrt{2}-1$.　(B) $1-\sqrt{2}$.

(C) $\pm(\sqrt{2}-1)$.　(D) $\sqrt{2}+1$.

7. 把二次根式 $a\cdot\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 化为最简二次根式是 （　　）

(A) $\sqrt{-a}$.　(B) $-\sqrt{a}$.　(C) $-\sqrt{-a}$.　(C) $\sqrt{a}$.

8. 如图 1 在$\triangle ABC$ 中，$AB=BC=CA$，且 $AD=BE=CF$，但 D，E，F 不是 AB，BC，CA 的中点．又 AE，BF，CD 分别交于 M，N，P，如果把找出的三个全等三角形叫做一组全等三角形，那么从图中能找出全等三角形 （　　）

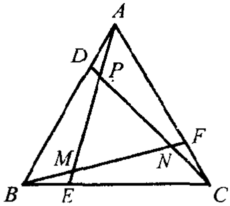


图 1

(A) 2 组．　(B) 3 组．　(C) 4 组．　(D) 5 组．

9. 已知：

$$\frac{x^2+2xy+2y-1}{x^2-1}\cdot\frac{y^2-1}{2y^2+xy+y+x-1}\div\frac{y-1}{x-1}$$

等于一个固定的值，则这个值是 （　　）

(A) 0.　(B) 1.　(C) 2.　(D) 4.

10. 已知 $f_1=\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}$，　$f_2=\cfrac{1}{\text{2个}\left\{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{x}}\right.}$，…，

$$f_{1990}=\cfrac{1}{\text{1990个}\left\{1-\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{1-\ddots\ 1-\cfrac{1}{x}}}\right.}$$ 把 f_{1990} 化简后，等于

（　　）

(A) $\frac{x}{x-1}$.　(B) $1-x$.

(C) $\frac{1}{x}$.　(D) x.

二、填空题

11. $\sqrt{130^2-66^2}=$ ____________；

12. $\left[\sqrt{1.21}-\sqrt{0.0196}\right]/\left[\sqrt{\frac{9}{625}}+\sqrt[3]{\left(\frac{1}{-12.5}\right)^3}\right]=$ ____________；

13. $\sqrt{8}-\sqrt{98}+\sqrt{50}=$ ____________；

14. 如图 2，$\angle A=60°$，$\angle 1=\angle 2$，则$\angle ADC$ 的度数是 ____________.

15. 如图 3，O 是直线 AB 上一点，$\angle AOD=117°$，$\angle BOC=123°$，则$\angle COD$ 度数的一半是____________.

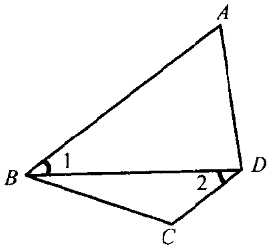


图 2

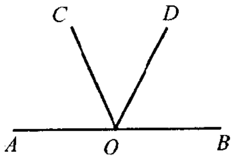


图 3

16. $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$ 的平分线与$\angle B$ 的平分线交于 O 点，则$\angle AOB$ 的度数是____________.

17. 计算下面的图形的面积(长度单位都是厘米)(见图 4)

答：________________.

18. 方程 $x^2+px+q=0$，当 $p>0, q<0$ 时，它的正根的个数是____________个.

19. x, y, z 适合方程组

$$\begin{cases}\dfrac{8x-2y+z}{5}=\dfrac{6x+z}{3}-\dfrac{x+y}{2}\\ \dfrac{x+y+z}{3}+\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{3}\\ 3x+4y=5z-1\end{cases}$$

则 $1989x-y+25z=$ ________ .

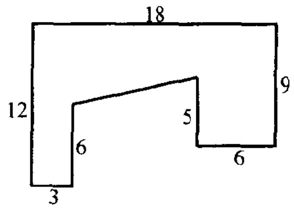


图 4

20. 已知 $3x^2+4x-7=0$，

则 $6x^4+11x^3-7x^2-3x-7=$ ______________ .

答·提示

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	A	B	C	A	C	D	B	A

提示：

1. 因为所求角 $a=5(90°-a)$，解得 $a=75°$. 故　选(B).

2. 因为 2 的平方是 4，4 的平方根有 2 个，是 ±2.

故　选(C).

3. 以 $x=1$ 代入，得 $a_0-a_1+a_0-a_1-a_1+a_1-a_0+a_1-a_0+a_1=2a_0-3a_1+3a_1-2a_0=0$. 故　选(A).

4. $AB=\pi>3$，$BC=1+\sqrt{2}<2.5$ 而 $2.5<\sqrt{7}<3$，根据大边对大角，有 $\angle C>\angle B>\angle A$.　选(B).

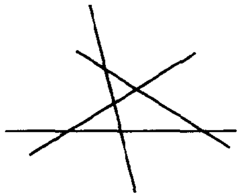


图 5

5. 如图 5，数一数即得．　选(C).

6. 因为 $5\sqrt{2}-7>0$，这就排除了(B)和(C). 又因原式中有一个负号．所以也不可能是(D)，只能选(A).

7. $\because \quad a<0$,

$\therefore \quad a\sqrt{-\frac{1}{a}}=-\sqrt{(-a)^2\frac{1}{-a}}=-\sqrt{-a}$.

故　选(C).

8. 有$\triangle ABE$，$\triangle ABM$，$\triangle ADP$，$\triangle ABF$，$\triangle AMF$ 等五种类型．选(D).

9. 题目说是一个固定的值，就是说：不论 x，y 取何值，原式的值不变．于是以 $x=y=0$ 代入，得：

$$\frac{-1}{-1}\times\frac{-1}{-1}\div\frac{-1}{-1}=1.$$

故　选(B).

10. 计算：$f_1=\frac{x}{x-1}$，$f_2=1-x$，$f_3=\frac{1}{x}$，$f_4=\frac{x}{x-1}$，$\cdots$

可见　$f_{3n+1}=\frac{x}{x-1}$，而 $1990=3\times663+1$.

$\therefore \quad f_{1990}=\frac{x}{x-1}$.

故　选(A).

二、填空题

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	112	24	0	120°	30°	135°	135	1	1990	0

提示：

11. $\sqrt{130^2-66^2}=\sqrt{(130-66)(130+66)}$

$=\sqrt{64\times196}=8\times14=112$

12. 原式$=\dfrac{1.1-0.14}{\frac{3}{25}-\frac{2}{25}}$