怎样使用电子计算机分析结构

李怡平　郑其焌　编

民交通出版社

怎样使用电子计算机
分析结构

李怡平　　郑其俊　编

人民交通出版社

1980·北京

怎样使用电子计算机分析结构

李怡平　郑其俊　编

人民交通出版社出版
（北京市安定门外和平里）
北京市书刊出版业营业许可证出字第006号
新华书店北京发行所发行
各 地 新 华 书 店 经 售
人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 印张：4.25 字数：93千
1981年1月 第1版
1981年1月 第1版 第1次印刷
印数：0001—7,800册 定价：0.60元

内容简介

本书对使用电子计算机分析结构的全过程作了简明通俗的叙述，第二、三章为平面杆系结构的矩阵分析方法，第四章结合上两章的公式叙述算法语言，第五章则把第四章的例子汇编成一个实用程序，最后给出一个计算实例。

本书浅显易读，可作为这方面学习的短训班参考，亦可供土建、桥梁专业的技术人员自学阅读。

前　言

在我国社会主义事业向四个现代化的胜利进军中，电子计算机在结构计算中的应用正在迅速地发展。但是由于这是一种新技术，许多土建工程技术人员还未曾接触过，因此需要推广和普及。我们总结几年来应用和教学实践的体会并参阅有关资料，编写了这本通俗易懂的小册子。希望读者阅读后能初步掌握电子计算机在结构计算中的应用，并为进一步学习与应用有限单元法打下基础。

本书按照使用电子计算机分析结构的各个步骤顺序叙述。第二、三章为平面杆系结构的矩阵分析方法，其中还给出了用变形法计算影响线的公式。第四章结合第二、三章的公式介绍108-乙机的 ALGOL-60 算法语言。第五章则把第四章的例子汇编成一个应用程序，这个程序既考虑了它的实用性，又照顾到初学者的阅读方便，最后给出一个计算实例。在编写本书时，我们参考了有关单位的资料并得到交通部科学研究院重庆分院有关同志的大力支持，特此致谢。由于我们的水平不高，书中难免有不少的缺点和错误，敬请读者批评指正。

目　　录

第一章　概述……………………………………………… 1
　第一节　现代化的计算工具…………………………… 1
　第二节　用计算机解题的过程………………………… 2
第二章　结构刚度方程的建立…………………………… 6
　第一节　矩阵的简单概念……………………………… 6
　第二节　单个杆件的刚度矩阵…………………………12
　第三节　节点位移与杆件变形…………………………13
　第四节　结构刚度矩阵的计算…………………………17
　第五节　外载到节点力的变换…………………………20
　第六节　数值例……………………………………………23
第三章　刚度方程的解……………………………………28
　第一节　刚度矩阵的特点…………………………………28
　第二节　直接消去法解刚度方程…………………………29
　第三节　结构分析的完全解………………………………33
第四章　计算程序的编写…………………………………34
　第一节　算法语言与程序结构……………………………34
　第二节　数与变量…………………………………………38
　第三节　赋值语句…………………………………………45
　第四节　转向语句与条件语句……………………………53
　第五节　空语句与复合语句………………………………59
　第六节　布尔变量与表达式………………………………62
　第七节　循环语句…………………………………………68
　第八节　分程序……………………………………………79

第九节　过程……………………………………………… 87
第五章　一个实用程序……………………………………103
第一节　如何考虑源程序的质量…………………………103
第二节　程序的框图………………………………………105
第三节　平面杆系结构分析程序…………………………108
第四节　计算实例…………………………………………121

第一章　概　　述

第一节　现代化的计算工具

凡做过结构设计计算的人都会深切感到，设计中的计算工作多是简单和枯燥的重复工作。本想或许对结构的总体或某一部件有一个改进，但由于已经被繁杂的数字围困而无暇顾及，或者由于新方案的计算量太大致使望而止步。在科学技术迅速发展的今天，项目的规模越来越大，性能的要求越来越高，对于新工程的设计计算，历史上沿用下来的像算盘和计算尺之类的计算工具已难以应付。在这种情况下，使用现代化的计算工具——电子计算机进行设计计算已是势在必行。

电子计算机具有以下的特点。

第一、运算速度高。电子计算机每秒钟能完成几十万次、几百万次甚至上亿次的运算。解一个一百阶的线性代数方程组，如果用算盘或手摇计算机求解，几个月时间是无法完成的，但使用每秒五万次的电子计算机，只需几分钟就可以完成。

第二、记忆容量大。电子计算机的记忆能力主要依靠存储器，计算机首先把要执行的程序和数据记录于存储器，然后按这些程序和数据自动地进行计算。电子计算机记忆的东西越多，能够做的事情也就越多。

第三、计算精度高。一般在通用电子数字计算机中运算的数值，其有效数字在10位（十进制数）以上。而且这个精

确度还可以成倍地提高。而一般工程计算用的计算尺的有效数字只有三位。

第四、可靠性高。随着电子计算机担负的使命越来越重要，对它的可靠性的要求也越来越高。一般计算机本身都具有校验线路、故障诊断和处理系统等。另外，也可以将计算结果的检查工作编成程序，例如结构计算就可以检查结构受力是否平衡，变形是否协调等。即便是人工手算，这些检查工作也是必要的，但利用电子计算机来进行这些校核工作则快捷得多。

电子计算机还有很多特点，因此它的应用范围非常广泛，在社会主义建设事业的各行各业中它都可以发挥极其显著的作用。通常电子计算机的应用概括为三个方面，即：数值计算、数据处理和实时控制。在工程领域里，结构的应力与应变的分析、稳定性分析和最优化设计等都属于数值计算，结构或材料试验的数据处理分析属于数据处理。如果在结构试验时，利用计算机自动记录和分析结构在试验时产生的应变和位移，并且还自动调整某些试验参数，这样则是综合了这三个方面的应用。

应该指出，电子计算机是一种高效能计算工具。我们要使用计算机分析一个结构，除了要给计算机描述这个结构以外，还要将这个结构的分析方法告诉计算机，这样计算机才有可能进行分析工作。

第二节　用计算机解题的过程

用计算机解题，大致要经过下面几个步骤：

第一步，建立数学模型。即把实际问题用一系列数学算式来表达。例如要分析一个结构，就要用数学算式描述这个

结构的荷载和变形之间的关系，也就是建立结构的刚度方程，这个过程将在下一章叙述。现举一个简单的例子，计算如图1-1所示的一个高为H，宽为L，厚为D的等截面且截面两端为半圆头的桥墩的体积，它的数学模型就是下列计算公式：

$$V = H\left[(L-D)D + \frac{\pi D^2}{4}\right] = HD\left(L - D + \frac{\pi D}{4}\right)$$

第二步，确定计算方法。上述桥墩体积的计算很简单，只是一些四则运算。但在结构分析中，数学模型——刚度方程建立起来后，就要考虑如何解这个刚度方程，可以选择的计算方法比较多，有迭代法和直接法两大类。迭代法存在一个收敛时间无法预先确定的问题，而直接法则需要计算机的存储量较大，在第三章将介绍如何解决直接法的这个问题

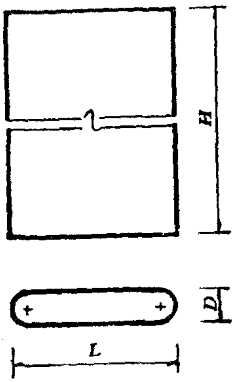

图 1-1

对于复杂的数学模型，在确定计算方法时，要考虑到适合于所用计算机的性能并使运算简单、工作单元节省和能保证精度的要求等因素。

第三步，编写程序。经过上面的两步工作，解决问题的完整计算过程已经构成，但是要使计算机执行这个过程，还得把它们用计算机能够领会的语言编写成程序，也就是进行程序设计。通常程序设计开始时先画框图，用以描述运算顺序，以便进行程序设计。当然，对于简单的计算，框图是可以省略的，如上述的桥墩计算，可以直接用算法语言写出它的程序：

```
'BEGIN'
  'REAL'V,H,L,D;
    READR(H,L,D);
    V: = H×D×(L－D＋3.1416×D/4);
    OUTPUTR(V)
  'END'
```

这是一个完整的用算法语言编成的计算程序，通常称为源程序。用普通的语言来表示，其意义如下：

开始

实型变量 V，H，L，D；

通过光电输入机读入H，L，D的值；

计算 HD(L－D＋πD/4)的值并把结果赋给V；

在快速打印机上打印 V的值

结束

一般的源程序都比这个复杂，编写程序还要用到其它类型的语句，在第四章中将专门介绍。

第四步，计算机执行。在上机前需做一些准备工作，例如把程序和数据穿在纸带上，上机时，计算机就可以通过光电输入机将穿在纸带上的信息（程序或数据）读进存储器。此外一般在初次编好的程序中难免有错误，因此，程序在正式使用之前，还有一个调试阶段，在机下静态检查和机上动态检查相结合，反复检查，反复修改，直至程序完全调整正确，才能在计算机上正式计算。上机时，先将源程序纸带输入机器，再由机器内的编译系统把这个源程序翻译成机器可以直接执行的用机器语言表示的目标程序，最后启动计算机执行目标程序。数据纸带接在源程序纸带后面，所有数据都依照在源程序中按排的输入顺序穿孔。在上例中，如桥墩的高、宽、厚分别为25、10、2米时，只需在数据纸带上穿上

25、10、2这三个数。当计算机执行到READR(H，L，D)这一语句时，就自动启用光电机输入数据，并将25、10、2这三个数按对应的顺序分别赋值给H、L、D这三个变量，下一语句就用这些数值进行计算。

计算机打印的计算结果，一般还要进行分析，但是这不在本书的讨论范围之内。从上述的步骤可以看出，前两步的工作是非常重要，它需要较多的专业和数学知识，是使用计算机解题的关键。当然，编程序也是件重要的工作，应该精益求精，尽量提高程序的质量，这主要是一个熟练的过程。总的来说，用计算机解题，人工花费的时间比机器花费的时间多。但是当一个通用程序调出来后，其它同类型问题的计算就可以使用这个程序。例如形状相似的桥墩计算，可以用同一条程序纸带，其所改动的只是数据纸带而已。一般常用的计算都有已经编好的标准程序可以套用，因而无须重复上述几个步骤。

第二章　结构刚度方程的建立

第一节　矩阵的简单概念

和结构力学的方法一样，结构分析的矩阵方法也有两种：力法和位移法。在这里，我们仅叙述较通用的位移法。结构力学的基本理论仍然是用矩阵方法分析的基础，在结构力学中的一些假定，例如力和变形为线性关系的假定仍然是这里讨论的前提条件。

结构分析的矩阵方法要运用数学上的矩阵理论知识，为便于学习，本节从力学意义出发，引出矩阵的一些基本概念。

如图2-1所示一弹簧，在力p的作用下，伸长为δ。在弹性极限范围内，这两者成正比关系，即

$$p = k\delta \qquad (2\text{-}1)$$

式中，k是描述弹簧刚度特性的一个常数，其意义为单位变形所引起弹簧的拉内力。

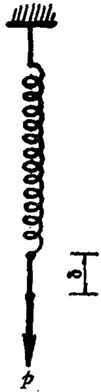

图　2-1

与此类似，一杆件元素的广义力和广义变形也有一个与式(2-1)相似的线性关系。只不过p和δ都不是单个变量，而是一组变量，k不是单个数而是一个数阵。

如图2-2，杆件元素的广义力用杆端力表示，即两端的弯矩m_i、m_j及轴力n，如解得这三个力，杆内任一截面的弯矩、轴力和剪力都可由静力平衡条件求出。

杆件元素的广义变形（简称杆变形，下同）用杆端的独

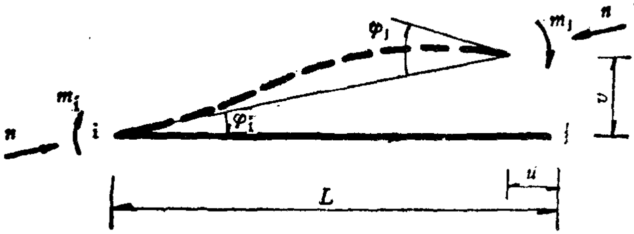

图 2-2

立变形表示，即两端的转角 φ_i、φ_j 及轴向变形 u（杆端转角 φ_i、φ_j 是以连接变形后两端点的直线为参考线）。杆件其它方向的变形可由它们表示，如图 2-2 中的竖向位移

$$v = L\varphi_i$$

杆端力和杆变形的方向以图 2-2 所示的方向为正，即弯矩和转角变形顺时针为正，轴向力和轴向变形压缩为正。

由结构力学的分析得知，两端固接的等截面直线杆，它的杆端力和杆变形有下列关系：

$$m_i = \frac{4EI}{L}\varphi_i + \frac{2EI}{L}\varphi_j$$

$$m_j = \frac{2EI}{L}\varphi_i + \frac{4EI}{L}\varphi_j$$

$$n = \frac{EF}{L}u$$

式中，E为弹性模量，I 为杆截面惯性矩，F 为杆截面积，L 为杆长。

利用矩阵的定义和运算法则，上式就可以记为：

$$\begin{Bmatrix} m_i \\ m_j \\ n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EF}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \\ u \end{Bmatrix}$$

或

$$t = kd \tag{2-2}$$

这里，k、t、d 都是矩阵，分别代表上式中一个括号里的内容。t 表示杆件元素的广义力，d 表示杆件元素的广义变形，k 则是描述这两者之间线性变换关系的系数矩阵，相当于式(2-1)中的系数 k，它是描述单个杆件的刚度特性的，称为单个杆件的刚度矩阵。

在结构力学中求解 n 次超静定结构时，会得到下列线性方程组：

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n &= c_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n &= c_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n &= c_3 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n &= c_n \end{aligned}\right\}$$

可以写成简捷的矩阵代数式：

$$AX = C \tag{2-3}$$

式中：

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad C = \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ \vdots \\ c_n \end{Bmatrix}$$

象 A 的元素按行列形式排成的矩形阵列就称为矩阵。A 的元素排列为 n 行 n 列，称为 $n\times n$ 阶矩阵，因它的行数和列数相等，故也称为方阵，n 阶方阵，X、C 只有一列，称为列阵，也称为列向量。如矩阵元素排列为 m行n 列，就称为 $m\times n$ 阶矩阵。矩阵常采用简写形式

$$A=[a_{ij}]\qquad \begin{matrix} i=1,2,\cdots,m \\ j=1,2,\cdots,n \end{matrix}$$

将矩阵 A 的行和列的位置互换而组成的另一个矩阵，称为 A 的转置矩阵，记作 A^T，即

$$A^T=[a_{ji}]\qquad \begin{matrix} i=1,2,\cdots,m \\ j=1,2,\cdots,n \end{matrix}$$

例如

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 3 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

则

$$A^T=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

可见 A 与 A^T 互为转置矩阵，即 $(A^T)^T=A$。

在 n 阶方阵中，它的对角元素 a_{11}，a_{22}，…，a_{nn} 是方阵的主对角线。方阵中其它元素如沿主对角线对称相等，即 $a_{ij}=a_{ji}$ 时，则该矩阵称为对称矩阵（或对称方阵）。式(2-2)中单杆的刚度矩阵 k 就是一个对称矩阵。显然，对称矩阵等于它的转置矩阵，即 $A=A^T$。

下面给出矩阵相加的例：

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 7 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2 & 5+1 & 1+3 \\ 7+5 & 2+4 & 6+7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 4 \\ 12 & 6 & 13 \end{bmatrix}$$

显然，两个矩阵的行数和列数分别相等时才能相加，其和矩阵的元素为这两个相加矩阵相应元素之和，即

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \qquad (2\text{-}4)$$

$$i = 1, 2, \cdots, m \qquad j = 1, 2, \cdots, n$$

式(2-2)和式(2-3)都包含有矩阵乘法的项，其乘法的展开正如它们的前一个式子所表示。下面再举一简单的数值例，说明矩阵的乘法法则：

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = AB = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (3\times1+4\times3+1\times1) & (3\times2+4\times1+1\times2) \\ (2\times1+2\times3+1\times1) & (2\times2+2\times1+1\times2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 12 \\ 9 & 8 \end{bmatrix}$$

注意矩阵的乘法仅当被乘矩阵 A 的列数等于乘矩阵 B 的行数时才有意义。对于一般情况，A 为 $m\times r$ 阶矩阵，B 为 $r\times n$ 阶矩阵，则乘积 C 就为 $m\times n$ 阶矩阵，C 的位于第 i 行第 j 列的元素等于 A 的第 i 行各元素与 B 的第 j 列各元素按对应顺序两两相乘后的和，即