

网络计划优化

新理论与技术

经济决策

乞建勋 著

科学出版社

4.33

内 容 简 介

本书主要论述 CPM 网络计划技术中，在工期-费用问题及资源发生短缺时资源分配工序排序的优化问题，以及为解决这两个问题所推导出的机动时间定理及路长定理，并由此而引入的一系列新概念。主要内容包括：虚工序的正确运用；资源短缺时工序顺序的安排问题；网络计划优化理论基础的路长定理及机动时间定理的证明；各阶次关键路线的简便实用的计算方法；时间-费用优化的最低成本加快方法。

网络计划技术的实用性强，应用也很广泛。该技术是国家经委和电力工业部重点推广的四大现代化管理方法之一，在电厂的建设和检修的应用方面尤为普遍。

本书可供从事网络计划工作的研究人员、工程技术人员，以及高等院校网络计划技术专业、管理工程等专业的本科生、研究生和教师阅读。

图书在版编目 (CIP) 数据

网络计划优化新理论与技术经济决策 / 乞建勋著 . —北京：
科学出版社，1997.10

ISBN 7-03-006316-3

I . 网… II . 乞… III . ①经济-网络计划技术 ②技术经济-
经济决策 IV . F224. 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 21947 号

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1997 年 11 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

1997 年 11 月第一次印刷 印张：6 1/2

印数：1—3000 字数：148 000

定价：12.00 元

前　　言

目前科学发展的一个显著特点是各学科之间日益相互渗透，相互促进，共同发展。网络计划技术与技术经济学就是这样的两门科学。

网络计划技术在 40 年前产生时，只是用于工期的管理。随着技术经济分析的需要，对每个工序都引进了成本和费用率的概念，因而使网络计划技术可以更准确地进行概预算，更有力地控制工程的成本。

网络计划技术的发展又为技术经济提供了崭新的工具和方法，大大丰富了技术经济决策的内容，极大地拓广了技术经济决策的范围。

工期是任何一个技术经济方案中需要考虑的重要因素，尤其在某些特殊的场合，例如在电厂检修的技术经济方案中，工期就成了第一位主要因素，而其它的指标如成本等等，比起工期来就显得微不足道了。因而在这种情况下，技术经济方案的分析实质上就是对工期的分析，方案的优化本质就是工期的优化。而工期优化的方法在技术经济方法中不多，但在网络技术中工期优化的方法却很多，并且考虑问题的角度与技术经济也大相径庭。因而网络计划技术的工期优化理论就大大丰富了技术经济分析的方法。

例如，一台 60 万千瓦的汽轮发电机组停运一小时，就少发 60 万千瓦电量。每千瓦小时电按 0.5 元计算，就达 30 万元，燃料及各种成本约占 50%，因而停运一小时直接利润损失 15 万元。如果检修工程提前一天完工，将会创利润 $15 \times 24 = 360$ 万元，远远超过各种检修的人工费用。因而工期成为检修方案决策的决定的因素。所以选择工期短的方案就是最佳的选择。如何使工期变短？网络技术提供了很多崭新的方法。例如本书第三章中讲的各种平行工序的顺序优化方法等，就能很方便地达到目的，显著提高技术方案的经济效果。而这些方法解决的问题往往是传统的技术经济分析方法所不能解决的。

目前对工程项目进行技术经济比较时往往只给出二三个方案。但是在多数情况下，可行的方案有无数个，而最优的方案不一定就在这二三个方案之中。因此，如何从已有的条件下逐步生成最优的方案，这是目前技术经济学中尚未解决的难题。但是网络计划技术中最低成本加快方法，提供了解决该问题的一种强有力的工具（见第五章）。

技术经济中的敏感性分析，都是在假定其它因素不变的情况下，某一个因素变动对经济结果的影响。但是在实际工程中，某一个因素的变动必然引起另一个或另外多个因素的变动，其作用有可能相互抵消，因而有可能使得该因素的变动对最终结果没有影响或影响不大。可见在有些情况下，不考虑这种附加变化，可能使得敏感性分析得到的结果没有实用价值。例如固定资金的增加，往往使得变动资金减少，如锅炉汽轮发电机的容量越大，固定费用就越高，而耗煤却会因容量的增大而降低，因而使变动费用减少。又如正常工期条件下压缩工期会使变动费用增加，而工期的减少又会减少罚没损失或增加奖金。对这种问题的研究一般都很困难，但是在很多情况下，网络计划技术却是十分重要的工具，如决策关键路线法、最低成本加快方法等。

所以技术经济的发展越来越得益于网络计划技术的发展；而技术经济分析中的问题也

极大地促进了网络计划技术的发展，本书的目的就是要促进网络计划技术与技术经济的结合。

本书的主要定理和大部分概念都是作者的研究成果。作者根据网络计划图自身的特点推导出了机动时间定理和路长定理，从而开拓出研究网络计划的一套新方法，并用这种方法解决了网络计划中的一系列问题，也为技术经济方法的研究开辟了一条新路。

本书是网络计划优化理论方面的第一本论著，有些问题还未彻底解决。但愿本书能起到抛砖引玉的作用，以促进网络计划与技术经济的蓬勃发展。

乞建勋

1997年8月

主要符号表

ES_{ij} : 工序 i (j)的最早开始时间

EF_{ij} : 工序 i (j)的最早结束时间

LS_{ij} : 工序 i (j)的最迟开始时间

LF_{ij} : 工序 i (j)的最迟结束时间

TF_{ij} : 工序 i (j)的总时差即机动时间

ΔFF_{ij} : 工序 i (j)的前单时差

ΔIF_{ij} : 工序 i (j)的前共用时差

FF_{ij}^Δ : 工序 i (j)的后单时差

IF_{ij}^Δ : 工序 i (j)的后共用时差

TF_i : 节点 i 的时差

μ : 路线, 也代表该条路线的路长

$\mu(1, i)$: 源点①与节点 i 之间路线或该路线路长

$\mu(i, w)$: 节点 i 与汇点⑩之间的路线或该路线的路长

μ^* : 节点 i 与源点①之间的最大路长, 又称节点 i 的前主链

μ^\oplus : 节点 i 的后主链。代表节点 i 与汇点⑩之间的最大路长的路线

μ^∇ : 关键路线或最大的路长

μ_{ij}^∇ : 过工序 i (j)的所有路线中最大路长的路线, 或称过 i (j)的特征路线

μ_{ij} : 过工序 i (j)的任意路线

C_A : 工序 A 的重心, $C_A = ES_A + LF_A$

$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$ 或 (A, B) : 序偶, 代表 $A \rightarrow B$ 顺序的一对工序

$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ 或 $[A, B]$: 序偶的亏值

(ABC) : 三元序链

$[ABC]$: 三元序链的亏值

$\begin{pmatrix} A_1 A_2 \\ B_1 B_2 \end{pmatrix}$: 二元行偶

$\begin{bmatrix} A_1 A_2 \\ B_1 B_2 \end{bmatrix}$: 二元行偶的亏值

$\begin{pmatrix} (\mu_1) \\ (\mu_2) \end{pmatrix}$: 二行 N 元链格

$\begin{bmatrix} (\mu_1) \\ (\mu_2) \end{bmatrix}$: 二行 N 元链格的亏值

α_{ij} : 费用率

S^{\oplus} : 群截面

T_{ij} : 工序①②的工期

$T_{\text{总}}$: 网络总工期

目 录

前言

主要符号表 v

第一章 基本概念与时间参数 1

- 1.1 基本概念 1
- 1.2 虚工序的正确运用 2
- 1.3 时间参数 10

第二章 基本定理 16

- 2.1 路长定理及其推论 16
- 2.2 机动时间定理及推论 19
- 2.3 特征路线定理 20
- 2.4 非特征路线定理 23

第三章 平行工序最优顺序化问题——资源一定、时间最短的决策分析 26

- 3.1 两个平行工序的顺序决策理论 26
- 3.2 带松弛量与指定工序的两个平行工序的顺序优化决策 32
- 3.3 带松弛量但无指定工序的两个平行工序的顺序优化决策 34
- 3.4 把三个平行工序调整为顺序工序的最优决策 38
- 3.5 把四个平行工序调整为两对顺序工序对的优化决策 44
- 3.6 六个平行工序调整为三对顺序工序对的最优决策 50
- 3.7 从 N 个平行工序中选取四个平行工序组成两对顺序工序对的优化决策 55
- 3.8 带松弛量与指定工序的二元行偶的优化决策 58
- 3.9 带指定元素的三元行偶的优化决策 60
- 3.10 带任意个松弛量的三元行偶的优化决策 62
- 3.11 两个平行序链的顺序优化决策 64

第四章 次关键路线与特征路线 67

- 4.1 基本概念 67
- 4.2 k 阶特征路线与 k 阶次关键路线的关系 67
- 4.3 求 k 阶特征路线的机动时间法 69
- 4.4 求 k 阶特征路线的后工序法 70

第五章 时间-费用优化中最低成本加快问题的分析与决策 72

- 5.1 基本概念 74
- 5.2 最低成本加快的特征路线法 75
- 5.3 应用 80
- 5.4 最低成本加快方法在技术经济决策中的应用 86

第六章 决策关键路线法 (DCPM) 88

6.1 概论	88
6.2 特征路线决策法	90
参考文献	93

第一章 基本概念与时间参数

为了更好地叙述新优化理论，首先扼要地介绍一些最基本的概念，并在此基础上引进一些新的重要概念。然后推导出至关重要的路长定理与机动时间定理，从而奠定新优化理论的理论基础。

1.1 基本概念

图 1.1.1 代表的是 A, B 两个零件都经过车、铣、刨、磨四道工艺过程的加工网络计划图。因为只有一台车床、一台铣床、一台刨床、一台磨床，因而先加工 A 零件后加工 B 零件。显然从图中可以看出前面工作先干，后面的工作后干。

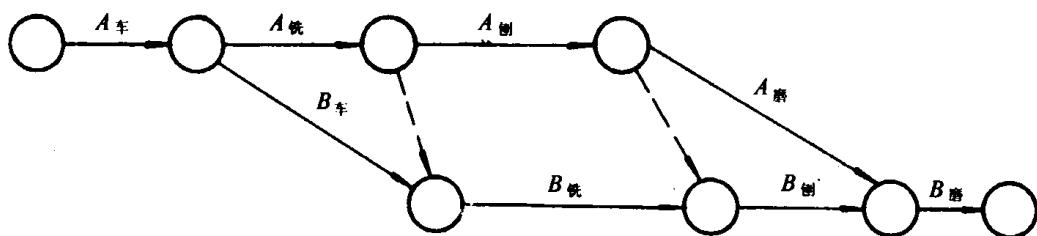


图 1.1.1 A, B 两零件加工网络图

1.1.1 基本概念

- (1) 网络计划图：由圆圈和箭线组成的代表一项工程计划的图。如图 1.1.1 所示。
- (2) 工序：即图中箭线。它代表一项工程中的一道工艺过程或局部工作。它既消耗时间也消耗资源。一般用大写字母 A, B, C 表示，或用箭线两端的圆圈 $i \rightarrow j$ 表示。两工序 A, B 之间无其它工序称它们为紧前紧后的关系；否则称为前继后继的关系。
- (3) 节点：即图中圆圈。它代表工序可能的开始时间或结束时间。一般用 i 表示。两节点间无第三个节点称其为紧前紧后的关系；否则，称为前继后继的关系。总开始的节点叫源点；总结束的节点叫汇点。
- (4) 工序的工期：工序消耗的时间称为该工序的工期，记为 T_{ij} 或 T_A 。
- (5) 虚工序：图中的虚箭线。它既不消耗时间也不消耗资源。它代表虚工序的紧前工序结束之后，虚工序的紧后工序才能开始。
- (6) 路线：由源点开始顺着箭线方向一直到达汇点的一条通道，叫一条路线。路线上每个工序的工期之和称为该路线的路长，记为 μ 。全部路线中最大路长的路线称为关键路线。关键路线上的工序称为关键工序。

总工期等于关键路线的长。

1.1.2 基本作图规则 (CPM 网络)

- (1) 不允许有回路。
- (2) 紧前工序全部结束后，紧后工序才能开始。
- (3) 箭线与工序一一对应。
- (4) 相邻两节点间只允许有一道工序。
- (5) 源点与汇点唯一。

1.2 虚工序的正确运用

虚工序在网络计划中是十分重要的一环，因为虚工序运用正确与否，直接关系到各工序的机动时间，因而关系到整个工程的关键路线的准确性。同时还关系到工序的顺序安排以及总工期的长短。

目前，国际上对虚工序的正确运用问题一直没能找到一种程序化的简单方法。本书将介绍这种方法。

画网络计划图时，虚工序的运用达到最优，第一是指运用正确；第二是指使用的虚工序的个数最少。最优画法在理论上已解决（参阅文献 [10]），但是这种画法很复杂，不太实用。如何找到最优的简单实用的方法，目前尚未完全解决。作者在文献 [7]、[8] 的基础上进一步研究，找到了切实可行且简单方便的正确画法 [5, 6]。该方法程序化，不但简单，而且便于计算机编程；不但能保证结果正确，而且在大多数情况下能达到最优。

1.2.1 绘图时，虚工序的正确用法

绘图时，有下面两种情况必须应用虚工序。

- (1) 相邻两节点间有 $N > 1$ 道工序，则必须且只需使用 $(N - 1)$ 道虚工序。

例 A_1 结束后 B_1, B_2, B_3 可以开始； B_1, B_2, B_3 结束后 C_1, C_2 可以开始。用局部网络图表表示，见图 1.2.1。

解法 1 (图 1.2.1)

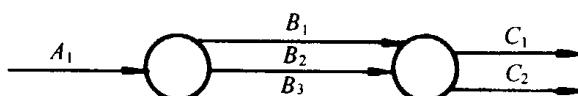


图 1.2.1

这种画法违反了作图规则第 4 条，所以错误。

解法 2 (图 1.2.2)

因虚工序既不消耗时间也不消耗资源，因此是实际生活中不存在的工序。所以 B_1, B_2, B_3 与 C_1, C_2 之间实际上没有隔着其它工序，是紧前紧后的关系，所以 B_1, B_2, B_3 结束后 C_1, C_2 可以开始。故正确。

同样下面的画法亦正确。

解法 3 (图 1.2.3)

解法 4 (图 1.2.4)

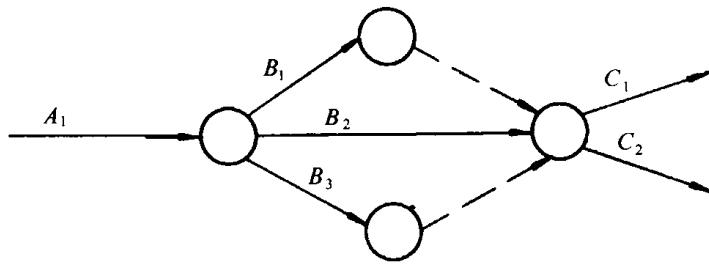


图 1.2.2

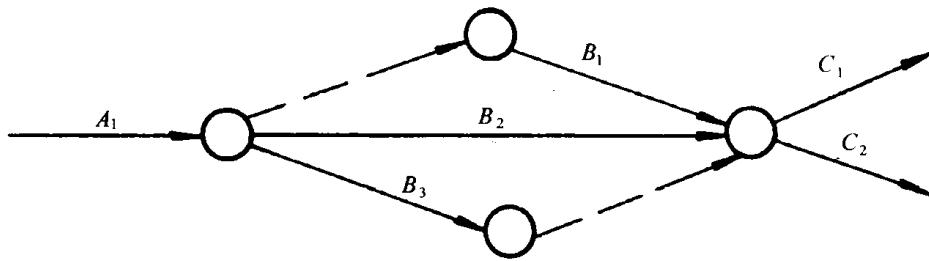


图 1.2.3

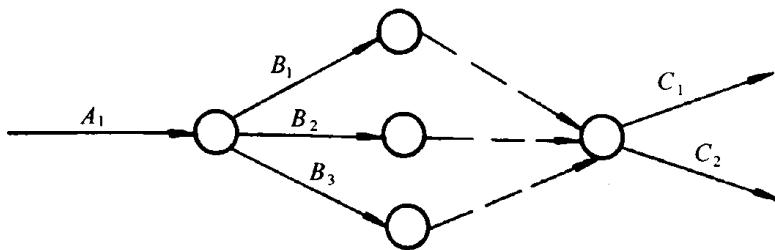


图 1.2.4

解法 4 的画法多用了一道虚工序, 尽管不是最优的, 但却是正确的。

下面我们为了追求画法的简单实用, 只强调它的正确性而不强调它的最优化。

(2) 某些工序的紧后(前)工序部分相同, 但又不完全相同, 则必须使用虚工序。

例 A_1 的紧后工序是 B_1, B_2, B_3 ;

A_2 的紧后工序是 B_1, B_2, B_4 ;

A_3 的紧后工序是 B_1, B_5 。画出局部网络图。

解法 1

第一步: 按题意画出图 1.2.5 所示的局部网络。

第二步: 此种画法虽符合题意, 但不符合作图规则 3, 所以不对。为了解决这个矛盾, 把 B_1 先提出来, 然后用虚工序与紧前工序相连, 同时把 A_1, A_2, A_3 的紧后工序 B_1 去掉, 如图 1.2.6 所示。

第三步: 在图 1.2.6 中, B_2 仍用两条箭线表示, 不符合作图规则。因此继续仿照第二步做法, 把 B_2 提出来, 用虚工序相连, 把原来的 B_2 去掉, 得图 1.2.7。整理后得图 1.2.8。

由此得到具体画法: 把相同的工序提出来, 用虚工序与原紧前工序相连, 然后把相同的原工序去掉。该方法称为“提取相同工序法”。

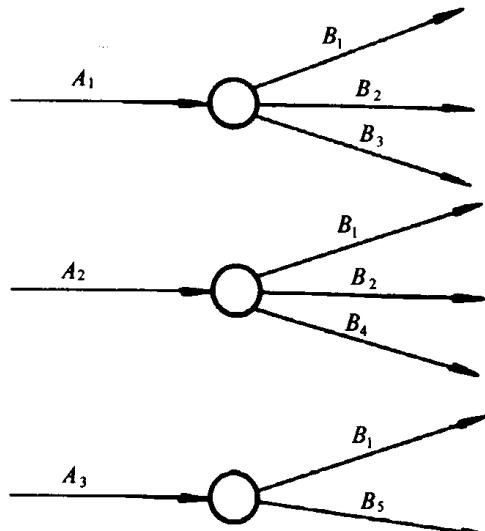


图 1.2.5

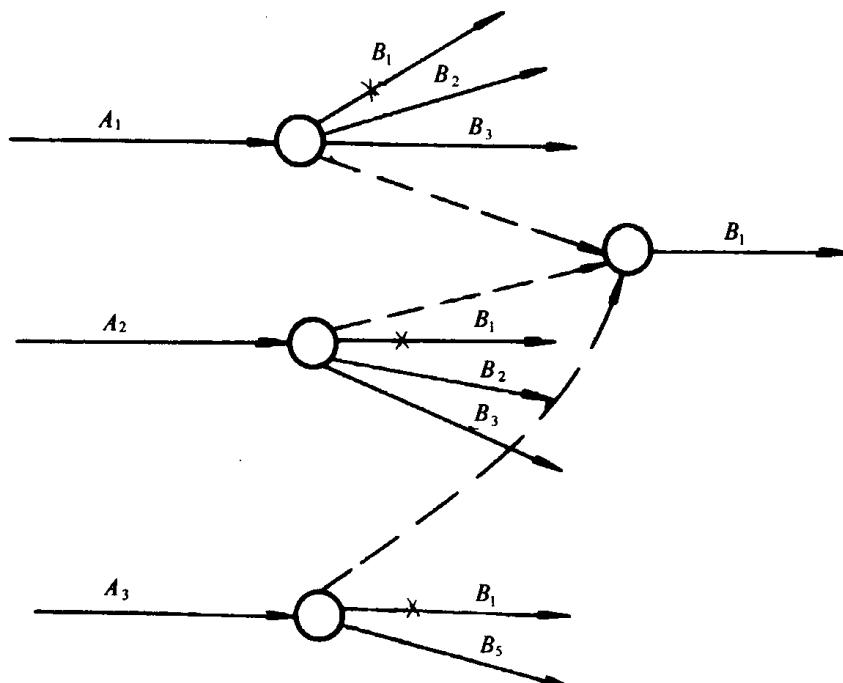


图 1.2.6

该例还有另外的画法：

解法 2

第一步：按题意画出图 1.2.5。

第二步：先提工序 A_1, A_2 后面的相同工序 B_1, B_2 得图 1.2.10。

第三步：把 B_1 提出来得图 1.2.10。

图 1.2.10 中，只用了四道虚工序，而图 1.2.8 中却用了五道虚工序，并且该图中的每道虚工序都是不能去掉的。因此，相同工序组提取顺序不同，所用的虚工序的个数也不相同。一般来说，若 m 个不同工序 A_1, A_2, \dots, A_m ，其紧后工序中相同工序有 n 个： Z_1, Z_2, \dots, Z_n ，而 $(m - k)$ 个不同工序 A_1, A_2, \dots, A_{m-k} 的紧后工序中相同工序有 $(n + r)$ 个： $Z_1, Z_2, \dots, Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{n+r}$ 。显然 $n + r > n$ 。此时相同工序组 $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{n+r}\}$ 先提。所用的虚工序

个数最少(参阅文献[10])。称这种原则为多者先提原则。

应当强调指出的是,应用该种方法十分简单易行,而且能保证任何情况下的正确性,但有时的确不是最佳的画法。有的时候,有些虚工序很明显可以去掉,使之成为最佳画法;有时既不能去掉,又不是最佳的画法,如图 1.2.8 的画法。

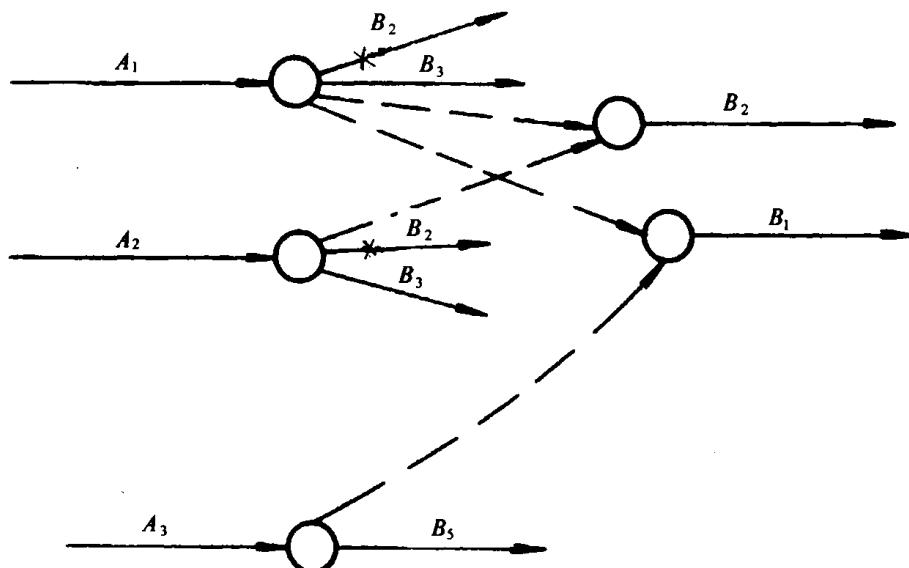


图 1.2.7

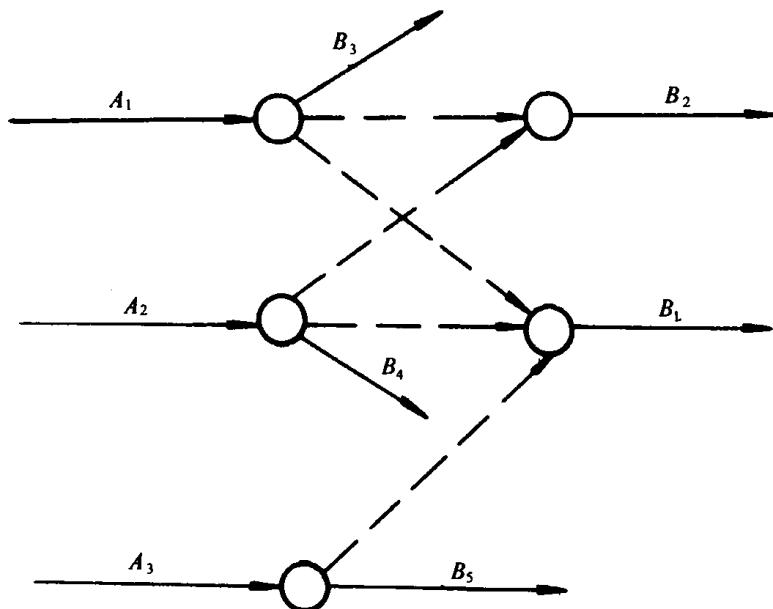


图 1.2.8

虚工序什么情况下可以去掉呢?可按下面的冗余原则进行:

如果一个节点的紧前工序只有一个,并且该工序就是虚工序,则该虚工序可以去掉;

如果一个节点的紧后工序只有一个,并且就是虚工序,则该虚工序可以去掉。

例 A_1 的紧后工序是 B_1, B_2 ; A_2 的紧后工序是 B_1, B_2, B_3 。用局部网络图表示,见图 1.2.11 和图 1.2.12。

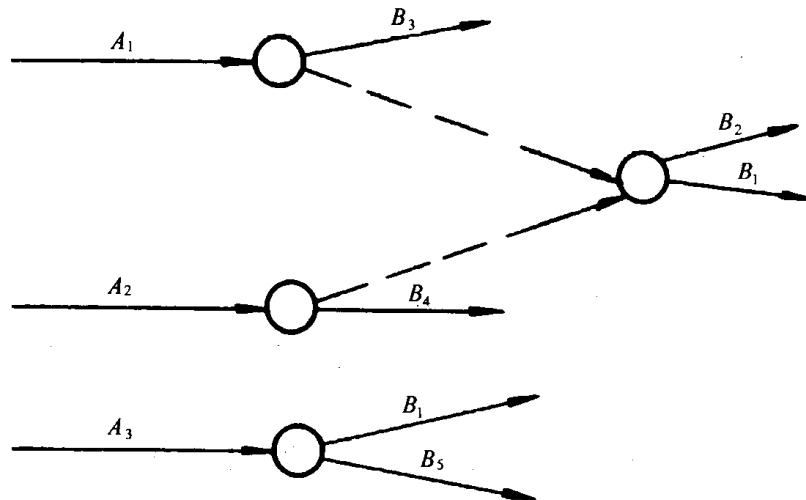


图 1.2.9

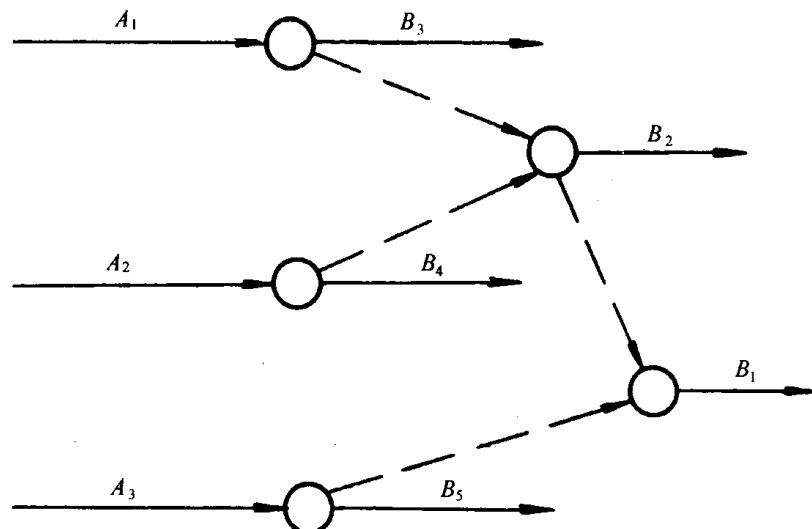


图 1.2.10

解

第一步: 见图 1.2.11, 图 1.2.12。

第二步: 见图 1.2.13。

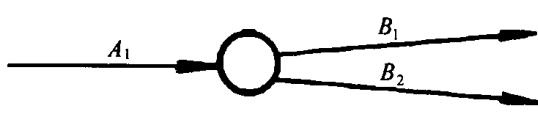


图 1.2.11

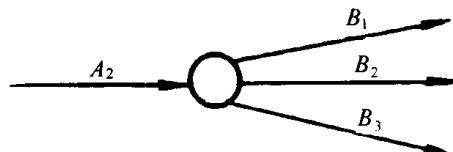


图 1.2.12

图中 A_1 之后的紧后虚工序显然可以去掉, 如图 1.2.14 所示。

在本例题中, A_1 的紧后工序全部是 A_2 的紧后工序, 因此称 A_2 包含着 A_1 。具有包含关系的工序的画法, 都是从紧后工序个数多的部分去掉包含部分后, 向紧后工序个数少的部分引虚线, 如图 1.2.14 所示(参阅文献[7], [8])。

对于某些工序的紧前工序部分相同又不完全相同时, 也是先把相同部分提出去, 然后用虚工序相联, 并把原相同的工序去掉。

用该种方法画图既简单, 又正确, 只是有时多用一二个工序而已, 只要按上面的多者先

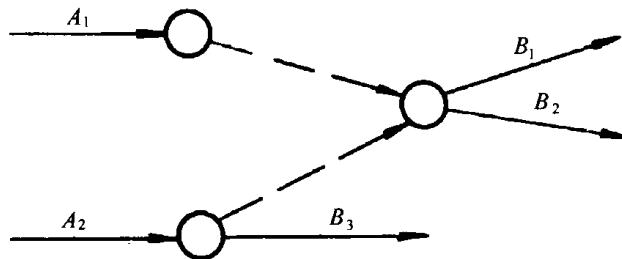


图 1.2.13

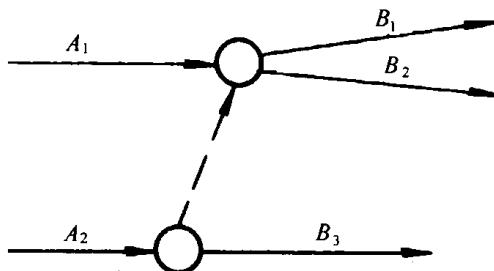


图 1.2.14

提原则和冗余原则，则一般情况下都能达到最优的结果。因而该方法实用性很强。

1.2.2 网络调整时虚工序的画法

在把平行工序(不在同一条路线上工序)调整为顺序工序(即在同一条路线上工序)时，一般都要增添虚工序。此时的简便画法如下：

(1) 若 A, B 是平行工序， A 的前继工序都不是 B 的紧前工序； B 的后继工序都不是 A 的紧后工序，则把 A, B 调整为 $A \rightarrow B$ 顺序工序时，先把 A 分为前实后虚的两个工序，把 B 分为前虚后实的两部分，然后由 A 的实部末端向 B 的实部始端引虚箭线(参阅文献[5], [6])。例如，有网络图 1.2.15，图中 A_1 的前继工序都不是 B_1 的紧前工序； B_1 的后继工序都不是 A_1 的紧后工序，因此，把平行工序调整为 $A_1 \rightarrow B_1$ 顺序工序后，如图 1.2.16 所示。

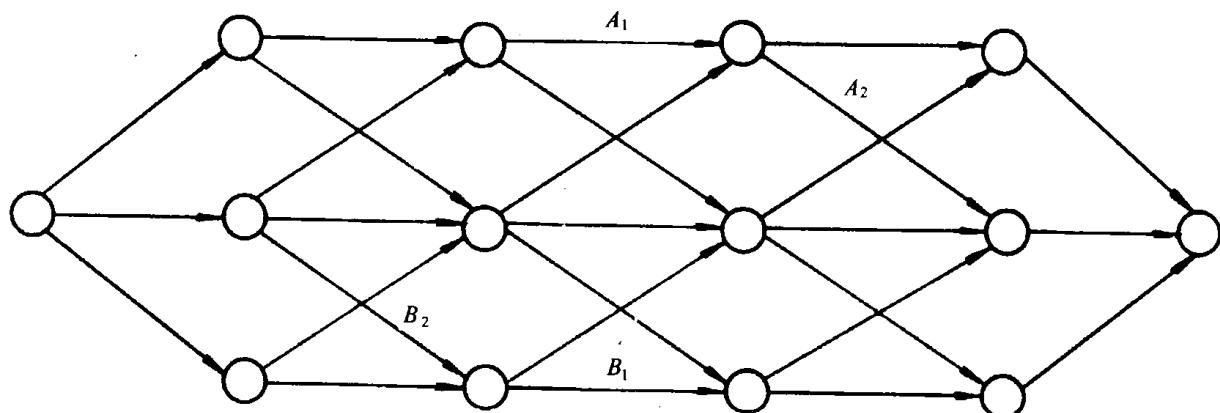


图 1.2.15

(2) 若平行工序 A_1 的某个前继工序是 B_2 的紧前工序； B_2 的后继工序都不是 A_1 的紧后工序，见图 1.2.15，则把平行工序 A_1, B_2 调整为 $A_1 \rightarrow B_2$ 的顺序，画图时先把 A_1 分为前实后虚的两工序，然后把 B_2 与原开始节点脱离后直接接在 A_1 实部末端，如图 1.2.17 所示。

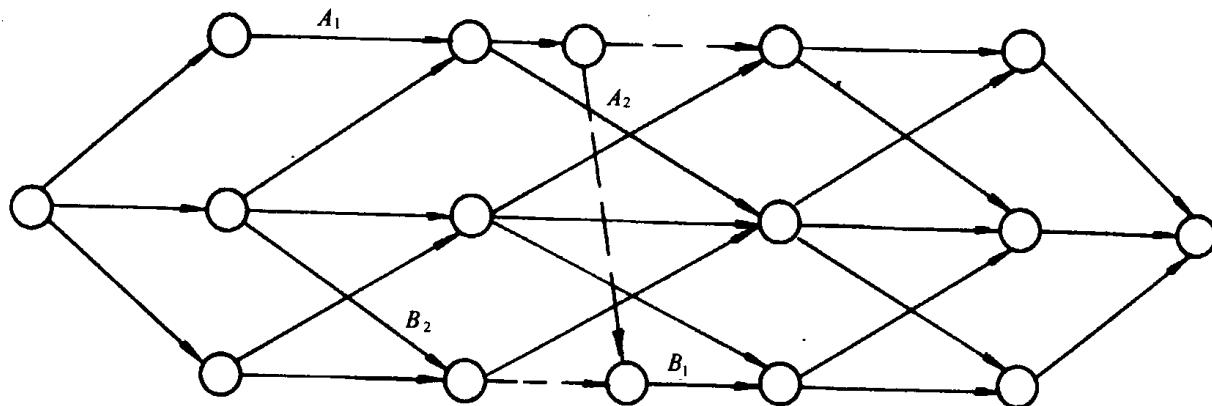


图 1.2.16

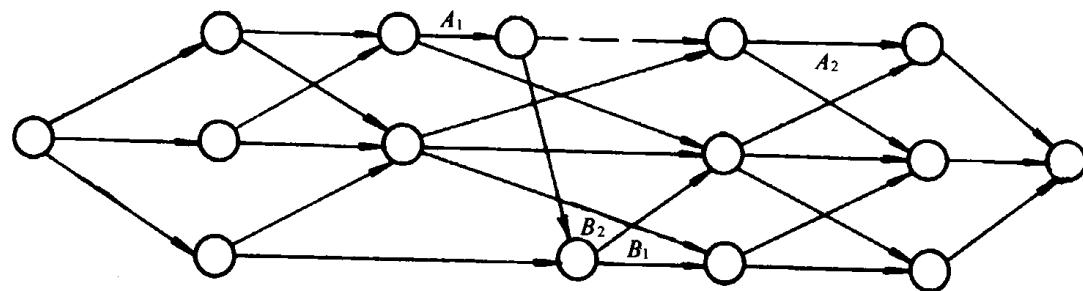


图 1.2.17

(3) 若有平行工序 A_2, B_1, A_2 的前继工序都不是 B_1 的紧前工序; B_1 的后继工序中有一个是 A_2 的紧后工序, 见图 1.2.15。则把 A_2, B_1 调整为 $A_2 \rightarrow B_1$ 的顺序时, 具体画法为: 先把 B_1 分为前虚后实的两个工序, 然后把 A_2 与其结束节点脱离后直接接在 B_1 实部的始端, 如图 1.2.18 所示。

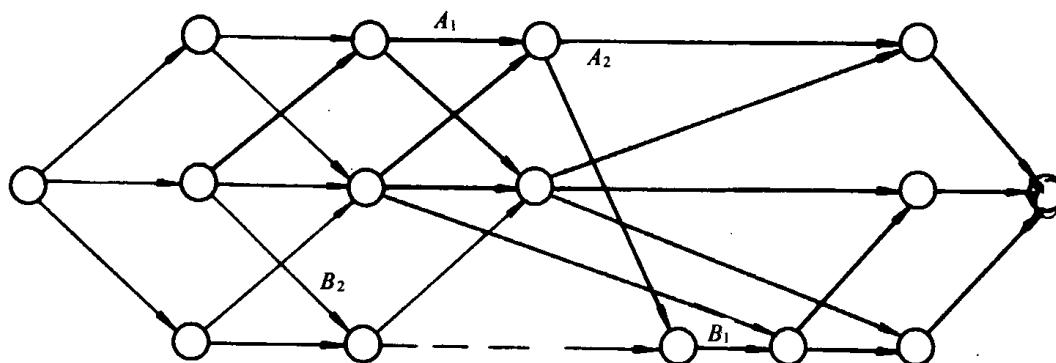


图 1.2.18

(4) 若有平行工序 A_2, B_2, B_2 的紧前工序是 A_2 的前继工序; A_2 的紧后工序是 B_2 的后继工序, 则调整为 $A_2 \rightarrow B_2$ 的顺序工序时, 具体画法: A_2 与其结束节点脱离, B_2 与其开始节点脱离, 然后 A_2 的末端直接接在 B_2 的始端, 如图 1.2.19 所示。

网络图调整时虚工序的用法, 目前在其它书中尚未见到。

1.2.3 虚工序的实用画法

上面讲的网络调整的方法, 由于分了好几种情况, 因而不容易记忆。事实上, 只要我
• 8 •

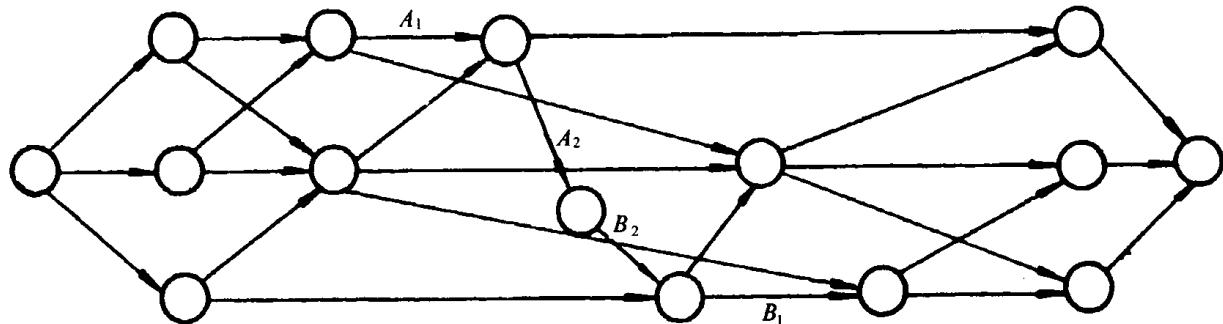


图 1.2.19

们把虚工序的意义稍加拓广，就都可以归结为第一种情况，因而既方便又容易记忆。

虚工序原来的意义：

虚工序的紧前工序是虚工序紧后工序事实上的紧前工序；虚工序的紧后工序是虚工序紧前工序的事实上的紧后工序。

虚工序的意义拓广如下：

虚工序的紧前工序是虚工序紧后工序的前面的工序，虚工序的紧后工序是虚工序紧前工序的事实上的后面的工序。

“前面的工序”既可能是紧前工序，也可能是前继工序；“后面的工序”既可能是紧后工序，也可能是后继工序。

在这种意义下，“分段相连法”适用于任何情况。

1. 分段相连法

A, B 不是紧前紧后的关系，现在要把 A, B 两工序调整为顺序为 $A \rightarrow B$ 的紧前紧后关系的工序，则把 $A = i \dots j$ 分为前实后虚的两部分 $i \dots a$ 和 $a \dots j$ ，把工序 $B = u \dots v$ 分为前虚后实的两部分 $u \dots r$ 和 $r \dots v$ ，再用虚箭线连接 $a \dots r$ 即可。

图 1.2.15 的 A_1, B_1 调整为 $A_1 \rightarrow B_1$ ，按分段相连法得图 1.2.16。

图 1.2.15 中的 A_1, B_2 调整为 $A_1 \rightarrow B_2$ ，按分段相连法得图 1.2.20。

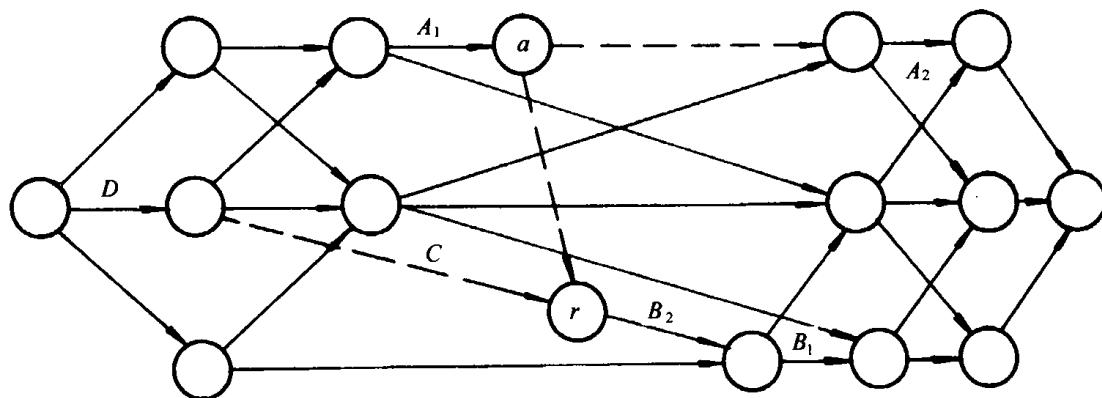


图 1.2.20

图 1.2.20 中各节点的时间参数与图 1.2.17 中各节点的时间参数完全相同。因此用分段相连法画出的图形是对的。

在图 1.2.20 中虚工序 C 的紧前工序 D 并不是 B_2 的紧前工序，而是 B_2 的前继工序，即 B_2 的前面工序，在拓广的意义上这是对的。但 C 工序去掉，并不影响网络的逻辑顺序关系，所以虚工序 C 可以去掉。再根据冗余原则，虚工序 $a \dots r$ 也可以去掉，并把 a 与 r 合并，就得图