高等学校试用教材

# 信号与线性系统分析

朱钟霖　周宝珀　编

中国铁道出版社

# 前　　言

近二十年来，电子技术的迅速发展与计算机的广泛应用，引起了整个电气工程领域的巨大变化。在此影响下，这个领域所涉及的技术基础理论也随之得到相应的更新与发展。这种情况的显著特点之一就是有关线性动态系统的基本概念和分析方法引进了各个学科。象电路理论、网络综合、通信工程、自动控制、信息处理以及计算技术等学科，几乎都与系统理论有所融合，并得到进一步的发展。因此，有关线性动态系统的基本理论已成为上述各类专业的共同技术基础，目前国内外各高等院校的电气工程专业都已将其列为必修课程。正是考虑到教学的需要，同时也考虑到正在从事铁路通信、信号、自动化及计算机等工作的技术人员学习基础理论的要求，我们编写了这本书。

本书内容的编选，着重于有关信号分析与线性系统分析的基本概念和方法，以便为进一步的深入学习奠定基础。全部内容是按照先时域后频域、先连续后离散，先经典方法后状态空间方法的次序编排的。各种方法都力求详细阐明物理概念，并将信号的分析与变换做为基础而加以强调。此外，配合各章内容还编录了部分思考题及习题以供参考。我们的教学实践表明，这样的编排有利于各种分析方法的辨证统一，比较符合我国学生当前的实际，同时也便于在职人员的自学。本书的内容与教育部1980年推荐的高等工业学校无线电技术类专业《信号与线性系统》教学大纲基本相符。因此，本书可做为工科院校有关专业的教材或教学参考书（宜在工程数学及电路分析基础课程之后开设，课内讲授约90学时）；也可做为从事上述专业的技术人员的自学用书；如果内容适当加以删选，还可供做各类短训班或业余大学的教材。

本书原稿曾蒙我校杜锡钰教授和吴湘淇副教授审阅；上海铁道学院周大纲同志和兰州铁道学院张志源同志通过教学实践提出了很多宝贵意见；另外，一些兄弟院校的老师也给予了不少的指导；我校王瑞英等同志及78届研究生为本书演算了习题解答。在此谨向以上同志深表谢意。鉴于编者的水平有限，书中定有不少错误，敬希读者批评指正。

编　　者

于北方交通大学

一九八〇年五月

# 目　录

# 第一章　信号与系统分析导论

## 引　言

在电子技术领域中，信号与系统是不可分割的整体。过去，由于器件制造和技术条件的限制，信号的形式、传输方式以及系统的规模和职能都比较简单。随着近代技术的飞跃发展，特别是大规模集成电路的出现与数字计算机的广泛应用，使信号与系统日益复杂，从而也促进了信号与系统分析的进一步发展。目前，线性系统的分析方法已形成了较为完善的体系。而信号的分析、检测、提取与处理，系统理论和系统工程学正在成为重要的新兴学科，并被广泛应用于各个领域。

本章做为全书的开始，将讨论有关信号与系统的广义定义、分类方法和基本特性，并对信号与线性系统的分析方法做一概括介绍，以便为学习全书打下基础。

## 第一节　信号的分类和特性

### 一、信号及其分类

早在公元前七百余年，我国的祖先就以峰火台的火光传送敌人入侵的警报。这是历史记载的最早的信号。随后，人们又利用击鼓或鸣钟的音响传达战斗的命令。古希腊人还利用火炬的位置表示不同的字母。在那时，信号的形式和内容、传送信号的方式都是简单的。随着人们实践活动和科学技术的日益发展，要求传达的内容相继复杂，信号的形式也不断增多。十九世纪以后，电报的发明和无线电报的问世，使人们得以预先编制电码，通过传输电信号，实现了在较长距离内快速而可靠地传达复杂消息的愿望，从而促使信号与通信技术得到了发展。如今，电子计算机已被广泛应用，通信技术更是日新月异，在科学技术的所有领域中，不论是数理、天文、国防、工程和医学，还是生产、管理、社会科学和日常生活，无不包含有信号的分析与处理的过程，有关信号传输的理论，已发展成具有边缘学科性质的一门新兴学科。

那么，究竟什么是信号？我们一般将语言、文字、图象或数据等统称为消息。而将消息给予受信者的新知识称为信息。这就是说，消息不同于信息，在消息之中包含有一定数量的信息。人们相互问讯、发布新闻、传递数据或广播图象，其目的就是要传送某些消息，给对方以信息。但是，消息的传送一般都不是直接的，必须借助于一定的运载工具，并将消息变换成某种表现形式。我们就将消息的运载工具和表现形式称为信号。因此，信号是某种物理量，如光、声、电等，并因此分别称做光信号、声信号、电信号等。信号的变化即表现为物理量的变化，而物理量的变化就代表了一定的消息。所以利用信号来传送消息，一般都需要在发送端将欲传送的消息转变成信号，经过传输以后，在接收端再将信号还原成为消息。因而也可以说，信号是传送手段的客观对象，而消息蕴藏在信号之中。

在可以做为信号的各种物理量中，电量是最为常见和应用最广泛的物理量。这是因为电量容易产生和控制，并且与非电量可以比较容易地互相变换。实用中的电信号大都是随时间而变化的电压或电流。例如放大器的输出电压、扬声器线圈中的电流、心电图中的电脉冲、计算机中的电码……都是电信号。本书将只讨论电信号，以下简称信号。因此，我们还可以说随时间变化的电压和电流就是我们最常见的信号。

既然信号是随时间而变化的，它就可以用一个时间的函数来表示，并可绘出图形，这称为信号波形。由于信号是时间的函数，以后习惯上常常交替地使用“信号”与“函数”这两个名词。然而，严格地说，函数可以是多值的，而信号却是单值的，两者还是有所区别的。在交替使用这两个名词时应当明确这一点。

按照实际用途来划分，信号的种类很多，如电视信号、雷达信号、控制信号、载波信号、广播信号、通信信号等。这些信号各有特点，其信号波形和占有频带都不尽相同，实用中比较容易区别和辨认，我们不做详细分析。

按照信号对时间的函数关系、亦即随时间变化的规律来划分，信号可分为确定信号和随机信号两类。所谓确定信号，是指能够表示为确定的时间函数的信号。也就是说，当给定某一时间值时，信号有确定的数值，如测试信号，载波信号等。随机信号与此不同。“随机”两字具有不可预测的涵意。随机信号不是一个确定的时间函数，通常只知道它取某一数值的概率，如噪声信号、干扰信号等。

严格地说，除去实验室所产生的有规律的信号以外，几乎所有的实际信号都含有不可预知的部分，因此都是随机信号。因为信号是消息的表现形式，对于信号的接受者说来，如果信号都是确定的时间函数，它将不再含有任何新的信息，因而也就失去了传送消息的本意。但是，我们通常都把在较长时间内比较确定的随机信号，近似地看成确定信号，这样能使问题的分析大为简化，以便于工程上的实际应用。

## 二、确定信号及其基本特性

确定信号是可以用确定的时间函数表示的信号。按照函数值的连续性划分，确定信号又可分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号是在某个时间间隔内，对一切时间都具有确定函数值的信号，一般常以 $f(t)$ 表示。图1.1.1($a$)、($b$)即为二个连续时间信号的例子。它们在时间间隔 $-\infty<t<\infty$ 内，除个别点外都是时间的连续函数，都有确定的函数值。其中 $t=0$ 是任意选取的起始时间参考点。

连续时间信号的特点是对所有的时间值都有确定的函数值，应当说明的是，它允许信号包含有不连续点。例如图1.1.1($b$)所示的信号 $f(t)$ 在 $t=0$ 及 $t=t_1$ 两点就是不连续的，其函数值产生了突变。信号在不连续点的函数值可以通过定义加以确定，也可以用其极限值或极限值的平均值加以确定。如果信号 $f(t)$ 具有不连续点 $t_0$，我们可以根据实际的物理意义定义 $f(t_0)$；也可以取 $f(t_0^+)$ 和 $f(t_0^-)$ 的平均值做为它在 $t_0$ 处的函数值，其中 $f(t_0^+)$ 与 $f(t_0^-)$ 分别为 $t$ 从不同方向趋近于 $t_0$ 时的信号函数值，即

$$f(t_0^+)=\lim_{\varepsilon\to 0}f(t_0+\varepsilon) \tag{1.1.1a}$$

$$f(t_0^-)=\lim_{\varepsilon\to 0}f(t_0-\varepsilon) \tag{1.1.1b}$$

例如图1.1.1($b$)中的信号，在$t=t_1$处可取$f(t_1^+)=f_2$或$f(t_1^-)=f_1$任一极限值做为它的函数值，也可用其他形式定义它的函数值。此外，为了表征信号函数值在不连续点的突变情况，还把〔$f(t_0^+)-f(t_0^-)$〕称为信号在$t_0$点的不连续值或称突变值。如上图中，信号在$t=0$处的不连续值为$f_0$，在$t=t_1$处的不连续值为$(f_2-f_1)$。这样，一个连续时间信号即使包含有不连续点，但对所有时间来说，仍然是一个确定信号。

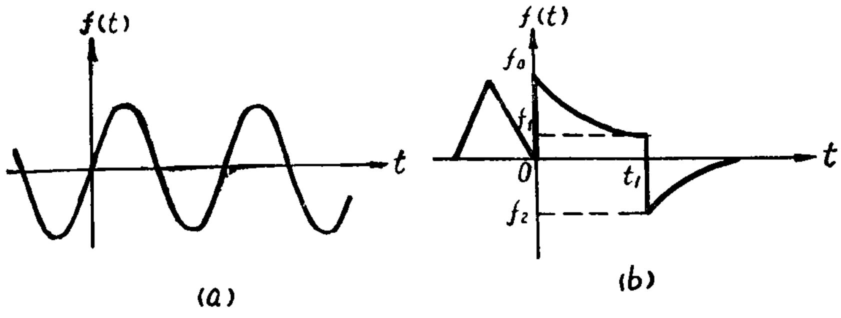



图1.1.1　连续时间信号

在实际工作中，连续时间信号是经常遇到的信号，如正弦信号、指数信号、单位阶跃信号……等，因此它是最基本的一类信号。本书的大量内容，都与连续时间信号有关。

如果信号不是在全部时间范围内而是仅在一些离散的瞬间具有确定的函数值，这样的信号称为离散时间信号。如果选取的离散瞬间为等间隔的，一般常以$f(kT)$表示，其中$k=0$、$\pm1$、$\pm2$、…，$T$为离散间隔。图1.1.2为离散时间信号的例子。括号中的数字表征各离散瞬间的信号值。

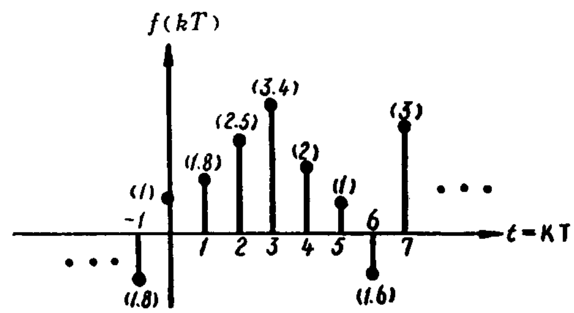



图1.1.2　离散时间信号

可以看出，除所给的离散瞬间以外，并未表明信号的数值。因此，就信号具有函数值的时间来说，它不是连续的，而是离散的。至于离散瞬间的间隔，可以是均匀的，此时$T$为常数，也可以是不均匀的，此时$T$为变数，但通常都采用均匀间隔，这时$f(kT)$就可以用$f(k)$表示。本书将在第五章专门讨论离散时间信号的分析与应用。

按照函数值的重复性划分，确定信号又可分为周期信号与非周期信号。

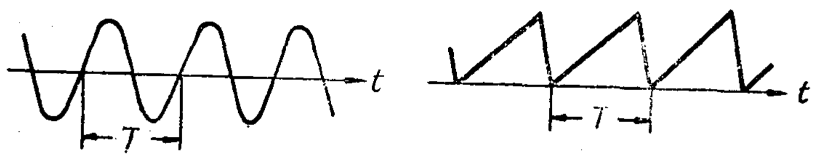
周期信号是按照一定规律周而复始、无始无终的信号。其数学表达式可写为

$$f(t)=f(t+nT),\quad n=0、\pm1、\pm2、\cdots\text{任意整数} \tag{1.1.2}$$

其中$T$为满足以上关系的最小时间，称为信号周期。图1.1.3表示两个最简单的周期信号。

可以看出，周期信号具有重复出现的规律，只要给出信号在一个周期内的变化过程，就可知道信号在任意时刻的数值。当然，就传送消息来讲，周期信号是最不经济的，因为它只在第一个周期内具有信息，其他时间只不过是重复原来的消息。所以，在实际的信号传输中，根本不会使用周期信号。但是，由于周期信号具有规律性，便于数学分析，同时，以后将要叙述，大多数确定信号都可分解成为无数周期正弦信号的叠加。另外，周期信号还有特殊的用途，因而对周期信号的分析将作为信号分析的一种基本方法而占有重要的地位。

由于周期信号是周而复始的，所以它对时间的广义积分将等于无限大。然而，它的时间平均值却是有限的。周期信号的时间平均值等于信号在一个周期内积分的平均值。可写为



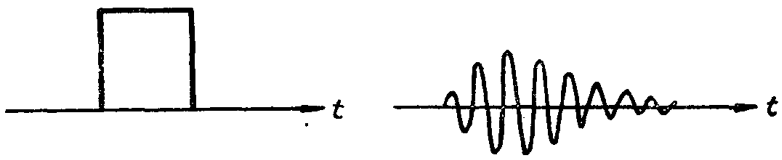

(a) (b)

图1.1.3 周期信号

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{T+t_1} f(t)\,dt \tag{1.1.3}$$

虽然按照定义周期信号必须是周而复始、无始无终的信号，但是实际应用中的所有信号都是有始有终的。因此，人们都把在相当长时间间隔内周而复始、具有规律变化的信号近似看做周期信号。

非周期信号就是在时间上不具有重复性的信号。实际工作中经常遇到的单个脉冲信号就是非周期信号。图 1.1.4 为二种非周期信号的例子。显然，非周期信号没有周期、因而也就没有时间平均值。




(a) (b)

图1.1.4 非周期信号

非周期信号与周期信号的区别在于是否具有周期和始末。非周期信号也可看作是具有无限大周期的周期信号。这种周期的量变将引起信号频率成分的质变，致使周期信号的频谱是离散型的，而非周期信号的频谱却是连续型的。有关信号的频谱分析，我们将在第三章详细讨论。

除去周期信号与非周期信号之外，还有一种信号介于周期信号与非周期信号之间，称为概周期信号。所谓概周期信号是有限个周期互相不为公倍数的周期信号之和。例如

$$f(t) = \cos t + \cos\sqrt{2}\,t$$

信号$f(t)$由两个不同频率的周期信号组成。我们不能严格地求得信号的周期，因此，它不是周期信号。但是，若近似地取$\sqrt{2}$为 1.4 时，可求得上述两个周期信号的最小公倍周期为$10\pi$；若取 $\sqrt{2}$ 为1.41时，$f(t)$的周期则相应地可近似为$200\pi$。这样，信号 $f(t)$ 又可近似看作周期信号。由此可知，概周期信号没有周期、但却有近似周期，其近似周期随近似程度而改变。

确定信号还有其他的分类方法，如模拟信号与数字信号、功率信号与能量信号、控制信号与已调信号等，这些名称的涵义和特点，将在后续章节中讨论。

如上所述，确定信号都表现为随时间而变化的电压或电流，它必然具有一定的能量，同时也包含一定的信息量。另外，它还可以分解成很多不同频率的分量，占有一定的频带宽度。所有这些，分别表征了确定信号的时间特性、频率特性、能量特性与信息特性，称为确定信号的基本特性。

确定信号的时间特性主要是指信号随时间变化的快慢程度。所谓变化的快慢程度就是信

号在一个周期内波形变化速率的大小，或指信号重复出现的周期长短。图 1.1.5 表示一个周期性的脉冲信号。这个信号变化的快慢程度，可以由脉冲的持续时间 $\tau$ 以及脉冲的上升时间 $t_r$、下降时间 $t_d$ 表示出来，另外还由它的重复周期 $T$ 表示出来。显然。$t_r$、$t_d$、$\tau$ 和 $T$ 越小，说明信号的变化速率越大。

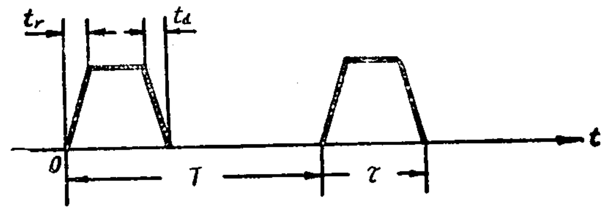



图 1.1.5 周期脉冲信号

确定信号的频率特性是信号的重要特性。我们都知道，一般的信号都不是规则的正弦波形。但是在一定条件下，信号却可以分解成许多不同频率的正弦信号的叠加，其中每个正弦信号都具有自己的振幅和相位。按照频率高低表示这些不同频率正弦信号的振幅和相位大小的图形称为信号的频谱。信号频谱所包含的频率，在理论上是无限多的。但是，信号的能量一般都集中在低频分量，因此信号高频分量的振幅将逐渐减小。实际工作中常将具有较小幅度的高频分量忽略不计。这样每个信号都具有从最低频率分量直到需要考虑的最高频率分量之间的频率范围，这个频率范围称为信号的有效频带宽度。所谓信号的频率特性主要的就是指信号的频谱和信号的有效频带宽度。信号的时间特性与频率特性有着密切的关系。不同的时间特性将导致不同的频率特性，在第三章中我们将详细讨论这种关系。

确定信号所具有的功率或能量是又一个基本特性。既然信号是随时间而变化的电压或电流，那末信号通过电路时必将表现出一定的功率或能量。信号所具有的功率或能量同样也是按不同频率分布的，这称为信号的功率频谱和能量频谱。它是信号频率特性的又一反映。信号的能谱在分析非周期信号时有重要的意义，人们可以利用能谱的概念来定义非周期信号的近似持续时间和有效频带宽度。另外，有用信号在传输过程中总要受到一些无用信号的干扰，这些干扰信号称为噪声。噪声干扰对有用信号的传输是个极大的损害，甚至将有用信号完全淹没。为了保证信号的传输，并能从夹杂噪声的信号中分辨及提取出有用信号，就要求有用信号的电平或功率电平大于噪声电平或噪声的功率电平。由此可见，信号的功率对于信号的传输也是非常重要的。

此外，一切信号都含有一定的信息量，这也是信号的一个基本特性。信息的传输是物理世界中普遍存在的客观现象。人们对于外部事物的感知，大脑的思维，无线电波的传播，计算机的运算等等都是信息传输的过程。信息被包含在消息之中，是消息所给予受信者的新知识。而消息又必须借助于称为信号的物理形态（如文字、声音、亮点、图象等）才能表现出来和便于传送。这就是信息、消息和信号三者的关系。因此，在表征消息的信号中，都包含有一定的信息。不包含信息的消息就没有什么意义了，这就引出了信号的信息特性。信号中所含信息的多少是以信息量的大小来度量的。人们的实践表明，消息越是出人意料，就越会使人震惊；相反，一个意料之中的消息，对接受者来说将是毫无意义的。因此，信号中所含信息量的多少是与消息中出现信息的概率有关，也就是与信号的“不肯定性”有关的。例如，一个已知振幅、相位和频率的正弦信号，显然其信息量是零。有关信息量的严格定义和量度方法本书不作深入讨论，这里，我们仅给出有关信号的信息特性的基本概念。

如上所述，确定信号的各种基本特性不是彼此孤立的，它们之间有着密切的联系。本书将着重讨论信号的时间特性和频率特性以及两者的关系。

## 三、随机信号的基本概念

随机信号不是一个确定的时间函数，它不像确定信号那样，可以用一个确切的图形或单一的数学解析式完全地加以描述，也不能根据过去的情况预测未来的数值，这就是信号的“随机”特性。随机信号又称为不确定信号。

严格地说，实际中的多数信号都带有一定的随机性质，而确定信号仅仅是理论上的抽象，以便于简化分析和计算。在许多问题的研究中，信号的随机性质是不可忽略的，例如对通信技术中的抗干扰和减小噪声的研究等。因此，随机信号的描述和分析对于研究信号的传输和提高通信质量都具有重要意义。

按照变量与时间的不同关系，随机信号也可分为连续随机信号与离散随机信号两类。图1.1.6为几个连续随机信号的记录波形。其中图（$a$）表示某个放大器的噪声信号。其幅度具有随机性质。信号在某一时刻的幅度，即使考虑了它的全部历史也无法预测。图（$b$）为普通的莫尔斯电码信号。虽然电码的构成仅取“长”、“短”二个数值，但电码何时过渡却具有随机性质。图（$c$）为一心电图的脉冲信号。其中心脏的跳动时间和每次跳动的强度都是不规则的，因而兼有上述二种信号的随机性质。这些波形是通过测量记录的，可以看出，信号的波形是不规则的，其函数值是无法预测的。

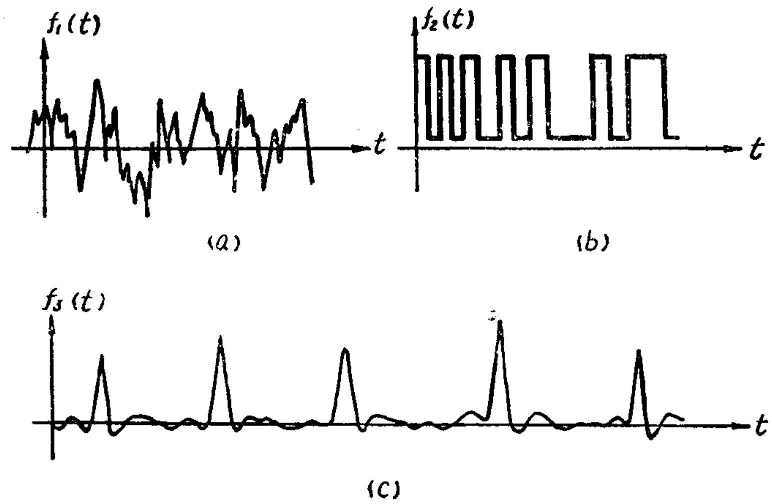



图1.1.6　几个随机信号

虽然随机信号是不规则的，但是它仍然是可被认识的。人们通过大量的重复试验，可以找到随机信号本身所具有的统计规律，这称为随机信号的统计特性。虽然随机信号是不可预测的，但是它的统计特性却是可以确定的。我们应用概率或统计方法可以描述随机信号及其特性。最常用来描述随机信号统计特性的是概率密度函数、矩函数、特征函数与相关函数等。

本书重点讨论确定信号的分析。其中包括连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号的分析。而对于随机信号，不作深入的讨论。

### 思考题

1. 说明信息、消息与信号的区别和联系。
2. 什么是确定信号？包含有不连续点的确定信号，怎样确定其在不连续点处的函数值？怎样反映其

在不连续点的突变情况？

3. 确定信号有哪些基本特性？

4. 什么是随机信号？

5. 说明连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号之间的区别和联系。

# 第二节 系统的分类和特性

## 一、系统的基本概念

什么是系统？广义地说，所谓系统就是由一些互相作用和依赖的事物组成的、具有特定功能的整体。就象太阳系、水利灌溉和通信网等都是系统的例子。太阳系应包括围绕太阳旋转的行星及其卫星这一整体。同样，为传送消息所需的全部技术设备的总和就是通信系统。比如，一个卫星通信系统应该包括卫星、接收机、发射机、计算机和天线、电源等所有的设备。

系统的定义是极其广泛的。其中包括自然系统和人工系统，物理系统和非物理系统。太阳系、人的神经组织、原子核等是自然系统的例子。而水利灌溉网、交通运输网、计算机等都是人工系统。电的、机械的、电机的、液力的和音响的系统等都属于物理系统。而政治结构、经济组织、生产管理和运输控制等则属于非物理系统。

随着工业、国防和科学技术的发展，物理系统的规模越来越大，其内部结构也日益复杂，如大型计算机网、空间“阿波罗”系统、大城市的交通运输组织等，这样的系统被称为大系统。一个大系统是由若干个分系统组成的。大系统的出现，促进了系统分析方法的进一步发展。人们将有关系统的理论应用于设计大型的工程系统，以便使系统能够协调工作并最大限度地满足预期的要求。这种专用研究大系统的有关理论和工程技术的学科统称为系统工程学。至于系统分析则是研究在给定系统结构的条件下，求得系统功能和特性的原则方法。本书内容将仅涉及有关系统分析的基本理论和方法问题。

根据上述有关系统的广泛定义，一个物理系统将是某些元件或部件以特定方式连接而成的整体。每个物理系统都能对于给定的作用完成某些要求的职能。一般我们将施加于系统的作用称为系统的输入激励；而将要求系统完成的功能称为系统的输出响应。对于一个机械系统来说，输入激励可以是力或位移等，其输出响应可能是位移或速度等。对于一个电的系统来说，输入激励一般都是电压源或电流源，而输出响应则是某一支路的电压或电流等。一个系统可以同时有几个输入激励，同样也可以有几个输出响应。

为了说明系统的基本概念，让我们首先讨论一个简单的力——质量系统。如图 1.2.1 所示，一个质量为$M$的圆球，放在平滑的台子上，在作用力$f(t)$的推动下产生速度$v(t)$。这个系统是由力$f(t)$、质量$M$和速度$v(t)$组成的整体。

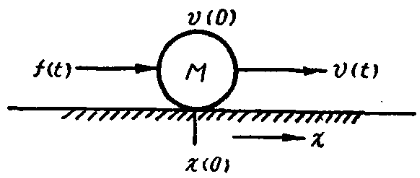


图1.2.1 力——质量系统

如果不考虑台子对于圆球的摩擦力，按照牛顿定律，对于任意的时刻$t$，$f(t)$、$M$与$v(t)$将有下列关系：

$$f(t)=M\frac{dv}{dt} \tag{1.2.1a}$$

或
$$v(t)=\frac{1}{M}\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \qquad (1.2.1b)$$

式中速度$v(t)$是物体受力后的反映，即系统对于输入激励$f(t)$的输出响应。上式表明，任意时刻$t$的速度是作用力$f(t)$在全部过去时间内推动质量$M$的结果。上式积分的时限为由$-\infty$到$t$的全部时间。由于变量$t$已成为积分上限，为了不致混淆，式中的$f(t)$改写成$f(\tau)$。经过积分后，速度$v(t)$仍为时间$t$的函数。因此$\tau$称为积分过程中的虚设变量。

我们还可以将式（1.2.1$b$）的积分式分成两段，即

$$v(t)=\frac{1}{M}\int_{-\infty}^{0} f(\tau)\,d\tau+\frac{1}{M}\int_{0}^{t} f(\tau)d\tau \qquad (1.2.2)$$

不难看出，上式右方第一项实际上就是令$t=0$时的速度，我们以初速度$v(0)$表示。因此上式又可写成

$$v(t)=v(0)+\frac{1}{M}\int_{0}^{t} f(\tau)d\tau,\quad t\geqslant 0 \qquad (1.2.3)$$

式（1.2.3）较前式具有更加实际的意义。因为，欲求任意时刻的速度$v(t)$，根据式（1.2.1$b$）必须预先知道由$-\infty$至$t$全部时间内作用于质量$M$的力。但是，实际上我们不可能保存作用力$f(t)$的全部历史记录。而根据式（1.2.3），仅要求预先知道物体在$t=0$时的初速度和$t\geqslant 0$时间内的作用力即可。换句话说，由$-\infty$至$t=0$这一段时间内作用力的历史情况将通过$t=0$时的初速度$v(0)$表示。这样，$v(0)$就表示物体在$t=0$时刻的状态，它是计算任意时刻物体速度所必需的条件，称为初始状态或初始条件。

由此可知，系统输出响应$v(t)$应当是在过去全部时间内系统输入激励$f(t)$的函数。也可以说是初始条件$v(0)$与$t\geqslant 0$时系统输入激励$f(t)$的函数。后一说法更具有实际意义。我们以数学式表示为

$$v(t)=\phi[v(0),\ f(t)],\quad t\geqslant 0 \qquad (1.2.4)$$

实际上，计算系统输出响应的初始时刻不一定必须是$t=0$，而可以任意选择，记为$t_0$，此时系统的初始状态或初始条件记为$x(t_0)$。而系统的输出响应常以$y(t)$表示，系统的输入激励常以$f(t)$表示。于是，一个系统在$t\geqslant t_0$任意时刻的输出响应将能够由系统的初始条件$x(t_0)$和在时间间隔（$t_0$，$t$）内系统的输入激励$f(t)$加以确定。其数学式表示为

$$y(t)=\phi[x(t_0),\ f(t)],\quad t\geqslant t_0 \qquad (1.2.5)$$

系统的上述特性可以画成方框图，如图1.2.2所示。方框图应当标出系统的输入激励、输出响应以及系统的职能特性。

应当指出，上例中系统的初始条件只有一个。但是，一般情况下系统需要几个初始条件。例如，如果将上例中圆球的位移$x$做为输出响应时，那末，任意时刻圆球的位移$x$应按下式确定，由于

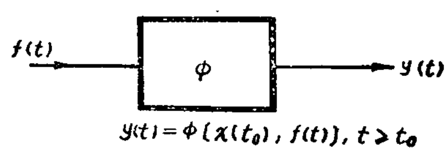



图1.2.2　系统方框图

$$\frac{dx}{dt}=v(t) \qquad (1.2.6a)$$

因此
$$x(t)=\int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau \qquad (1.2.6b)$$

同样我们可以写成

$$x(t)=\int_{-\infty}^{0} v(\tau)d\tau+\int_{0}^{t} v(\tau)d\tau \qquad (1.2.7a)$$

$$x(t)=x(0)+\int_0^t v(\tau)d\tau,\quad t\geqslant 0 \tag{1.2.7b}$$

将式（1.2.3）代入上式，则有

$$\begin{aligned}x(t)&=x(0)+\int_0^t[v(0)+\frac{1}{M}\int_0^t f(\xi)d\xi]d\tau\\&=x(0)+v(0)t+\frac{1}{M}\int_0^t\int_0^t f(\xi)d\xi d\tau,\quad t\geqslant 0\end{aligned} \tag{1.2.8}$$

其中$\xi$为另一个虚设变量。上式表明，为了确定任意时刻圆球的位移，除去应当知道$t\geqslant 0$时的作用力$f(t)$以外，还必须预先知道初始时刻圆球的初始位置$x(0)$及圆球的初始速度$v(0)$这样二个初始条件。因此有

$$x(t)=\phi[x(0),\ v(0),\ f(t)],\quad t\geqslant 0 \tag{1.2.9}$$

如果写成一般形式，系统的输出响应应为

$$\underbrace{y(t)}_{\text{系统输出响应}}=\phi[\underbrace{x_1(t_0),\ x_2(t_0),\ \cdots x_n(t_0)}_{\text{系统初始条件}},\ \underbrace{f(t)}_{\text{系统输入激励}}],\quad t\geqslant t_0 \tag{1.2.10}$$

以上我们讨论了系统的输出响应与初始条件和输入激励之间的基本关系。应当看到，建立这种关系的基础和前提则是描述整个系统运动状态的解析式。对于力——质量系统来说，就是方程式（1.2.1）。由于系统的分析意味着精确地描述系统的特性和输入激励作用下系统的行为，因此，必须首先建立系统的数学描述式。这种描述式称为系统的数学模型。系统的数学模型将是系统的激励和响应之间作出定量分析的依据。

物理系统的数学模型是根据系统所遵循的物理规律给出的。数学模型的复杂程度，一般取决于期望结果达到的精确度。例如，对于图1.2.1所示的力——质量系统，当不考虑摩擦力对物体速度的影响时，其数学描述式即可写为方程式

$$M\frac{dv}{dt}=f(t)$$

但是，当物体的速度很大时，摩擦力将逐渐增大。由摩擦力所引起的阻力正比于速度的平方。在这种情况下，摩擦力的影响是不可忽视的，此时，系统的数学描述式应为

$$M\frac{dv}{dt}=f(t)-Kv^2 \tag{1.2.11}$$

式中的$K$为比例常数。

当物体的速度继续增大而接近于光速时，根据相对论，此时物体的质量$M$将不再是一个常数，系统的数学描述式应写为

$$\frac{d}{dt}(M,v)=f(t)-Kv^2 \tag{1.2.12}$$

由此可见，对于同一个系统，由于不同的情况和要求，将得到不同的数学模型。本书仅限于讨论电系统的分析，这是因为在大多数外貌完全不同的物理系统中，非电系统与电系统具有极大的相似性，因而可以得到相同的数学模型。况且电路元件安装方便，更换容易，测量简便，电系统为所有非电系统提供了便于测试和研究的条件，因此在系统工程中经常使用电系统作为非电物理系统的模型而加以研究。电系统的数学模型主要是根据电路的基本定律和电路分析的基本方法给出。我们将在后续各章里详细讨论给出电系统数学模型的方法。

一般情况下，“电系统”，“电路”、“电网络”三者，就其讨论的内容来说，“电系统”往往指整体而言，讨论在给定条件下，对于输入激励的响应特性；而“电路”与“电网

络”既可以是整体，也可以是局部，“电路”着重讨论的是电压或电流，“电网络”讨论的则是结构参数及其传输特性。但是，随着系统理论的发展，三者的基本概念已互相渗透，从而使人们在讨论有关电路的基本理论问题时，一般不再严格强调三者的不同。

综上所述，系统是某些元件或部件以特定方式连接而成的整体。所有系统都能对给定的作用完成某些要求的职能。为了分析系统的特性，必须首先建立系统的数学模型。系统任意时刻的输出响应取决于系统的初始条件和输入激励。这些就是有关系统的基本概念。

## 二、系统的分类及其特性

系统的分类方法很多，其中主要的有下列几种：

线性系统和非线性系统；

时变系统和非时变系统；

即时系统和动态系统；

集总参数系统和分布参数系统；

连续时间系统和离散时间系统等。

下面我们逐个讨论各种系统的特性。开始，我们先考虑单输入、单输出系统，随后再推广到多输入、多输出系统。

### （一）线性系统和非线性系统

所谓线性系统，就是指具有线性特性的系统。线性特性就是指系统响应的均匀特性和叠加特性。线性系统的数学模型是线性微分方程式或线性差分方程式。

系统具有均匀特性，这就是指当系统的输入激励增加$K$倍时，其输出响应也随之增加$K$倍。其中$K$为任意值。假设$f(t)$为系统的输入激励，$y(t)$为系统相应的输出响应，那末，系统的均匀特性可表示为

如果 $$f(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y(t)$$

则有 $$Kf(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}Ky(t) \tag{1.2.13}$$

系统具有叠加特性，这就是指当有几个输入激励同时作用于系统时，系统的总响应可考虑为各个输入分别单独作用于系统时（此时其余输入为零）其输出响应的叠加。换句话说，系统总输出为所有输出分量之和，而每个输出分量只对应于一个输入，其余的输入为零。如果假设$y_1(t)$是系统对应于输入$f_1(t)$的响应，$y_2(t)$是同一系统对应于输入$f_2(t)$的响应，那末，系统的叠加特性可表示为

如果 $$f_1(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y_1(t)$$

又 $$f_2(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y_2(t)$$

则有 $$f_1(t)+f_2(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y_1(t)+y_2(t) \tag{1.2.14}$$

我们可以将均匀特性与叠加特性结合起来成为线性特性。即

如果 $$f_1(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y_1(t)$$

又 $$f_2(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y_2(t)$$

则有 $$K[f_1(t)+f_2(t)]\xrightarrow{\text{(引起)}}K[y_1(t)+y_2(t)] \tag{1.2.15}$$

系统的线性特性可用图1.2.3表示。

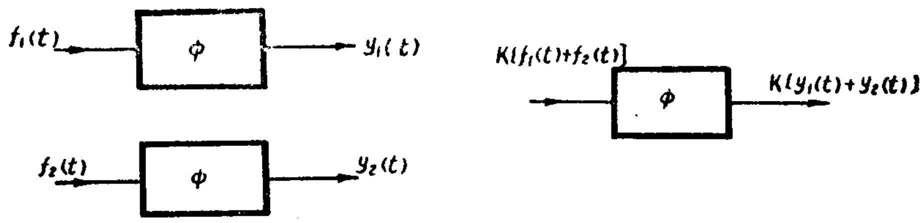



图1.2.3 系统的线性特性

根据系统的基本概念，我们知道系统的输出响应不仅取决于系统的输入激励$f(t)$，而且取决于系统的初始条件$\{x(t_0)\}$。如果我们将初始条件$\{x(t_0)\}$看成系统的另一个输入激励，那末，对于一个线性系统，其输出响应必须是两个不同输入分别单独作用下所引起的输出分量的叠加。当系统的初始条件单独起作用时，其输入激励可看作为零，此时的输出响应称为零输入响应，以$y_x(t)$表示。当系统的输入激励作用时，其初始条件可看作为零，此时的输出响应称为零状态响应，以$y_f(t)$表示。于是，系统的总响应就是零输入响应与零状态响应的叠加。可表示为

$$y(t)=y_x(t)+y_f(t), \quad t\geqslant t_0 \tag{1.2.16}$$

上式是有关系统输出响应的重要公式，它体现了线性系统的叠加特性，有时又称为系统响应的分解特性。任意一个线性系统的输出响应都可以分解为零输入响应与零状态响应两部分。其中零输入响应是当系统的输入激励为零时得到的，它是由系统的初始条件引起的输出响应；而零状态响应则是令系统的初始条件为零时得到的，它是由系统的输入激励所引起的输出响应。在前面给出的力——质量系统的输出响应式（1.2.3）中，第一项$v(0)$就是零输入响应，第二项$f(t)$对时间的积分就是零状态响应，而输出响应正好是两者的叠加。

当然，一个线性系统仅具有分解特性还是不够的。当系统同时具有几个初始条件和输入激励时，它必须对所有的初始条件和输入激励都表现出线性特性。这就是说，系统的零输入响应必须对所有的初始条件、零状态响应必须对所有的输入激励都呈现均匀特性和叠加特性。这样，概括以上的概念，我们就可以定义一个线性系统：如果一个系统不仅具有分解特性，而且其零输入响应和零状态响应分别都具有线性特性，这个系统就是线性系统；相反，凡不具备上述特性的系统就是非线性系统。

例如，有一个线性系统，已知其初始状态有$x_1(0)=2$，$x_2(0)=1$，我们写作$\{2,1\}$，这时系统的零输入响应为$2+3e^{-2t}$。如果系统的初始状态增加为原来的五倍，即有$\{10,5\}$，那末，系统的零输入响应必然也要增加至原来的五倍，应为$5(2+3e^{-2t})$。

又如，对一个线性系统来说，当其初始状态为$\{1,\ 2\}$时，已知其零输入响应是$2-3e^{-2t}$，而当初始状态为$\{4,\ 1\}$时，已知其零输入响应为$5+2e^{-2t}$。倘若系统的初始状态变为上述两者之和$\{5,\ 3\}$时，那末，系统的零输入响应也应变为上述两个响应之和。即$(2-3e^{-2t})+(5+2e^{-2t})=7-e^{-2t}$。

再如，对一个线性系统来说，如果系统在输入$e^{-t}$的作用下有零状态响应$2-e^{-t}+e^{-2t}$，而系统在输入$e^{-5t}$的作用下有零状态响应$3+2e^{-2t}+e^{-5t}$。那末，系统在输入$K(e^{-t}+e^{-5t})$的作用下，其零状态响应必将为

$$K[(2-e^{-t}+e^{-2t})+(3+2e^{-2t}+e^{-5t})]=K(5-e^{-t}+3e^{-2t}+e^{-5t})$$

线性系统的上述特性对于系统的分析是极其重要的。任何的线性系统，我们都可以假设

其输入为零而得到零输入响应，还可假设其初始状态为零而得到零状态响应，然后再将两者叠加而得到总的输出响应。同时，当系统具有几个初始状态或几个输入激励时，也可以分别进行计算、然后叠加。这样就使系统的分析和计算得到了简化。

系统的线性特性还可以推广到具有无限输入的情况。由于积分运算相当于无限求和的极限，而微分运算与积分运算又是互逆的，因此系统的线性特性可以推广到积分运算与微分运算。这就是说，在一般情况下，对于一个线性系统，输入激励对时间的导数或积分，将引起输出响应对时间的导数或积分。这是系统线性特性的又一体现，它在系统分析中同样也是重要的。

不具备线性特性的系统称为非线性系统。非线性系统可以通过其输出响应的解析式明显地表现出来，我们根据上述线性系统的概念就可以加以区分和判断。例如

系统 1： $y_1(t)=\log x(0)+f^2(t)$， $t\geqslant 0$

系统 2： $y_2(t)=x^2(0)\log f(t)$， $t\geqslant 0$

系统 3： $y_3(t)=3x(0)+f^2(t)$， $t\geqslant 0$

系统 4： $y_4(t)=x^2(0)+\int_0^t f(\tau)d\tau$， $t\geqslant 0$

可以看出，系统 1 虽然具有分解特性，但其零输入响应和零状态响应均不具有线性特性。系统 2 既不具备分解特性，又不具备线性特性。系统 3 具有分解特性和零输入线性，但不具备零状态线性。系统 4 与系统 3 恰巧相反，仅具有分解特性和零状态线性，但不具备零输入线性。因此，上述四个系统都不是线性系统。

由于非线性系统并不具有上述的分解特性、均匀特性和叠加特性，致使非线性系统的分析极为困难，目前对非线性系统的分析，主要是图解法，或者在运用的有限范围内近似地将其看成线性系统。这样就更加显示出线性系统分析方法的重要意义。

（二）时变系统和非时变系统

一个系统，其系统内部的参数是不随时间而变化的，这样的系统就称为非时变系统；相反，如果系统的参数是随时间而变化的，就称为时变系统。

对于非时变系统来说，由于系统内部的参数本身不是时间的函数，因而当系统的初始状态已经全部给定时，系统的输出响应仅取决于系统的输入激励，而与输入激励施加于系统的时刻无关。系统的这个特性称为非时变特性。具有这种特性的系统，当输入激励延迟一段时间时，其相应的输出响应也延迟同样时间，但是波形不变。这种关系用数学式可表示为

$$f(t)\xrightarrow{\text{(引起)}}y(t)$$

$$f(t-t_0)\xrightarrow{\text{(引起)}}y(t-t_0) \tag{1.2.17}$$

系统非时变特性如图 1.2.4 所示。这说明只要系统的初始状态不变，输入激励的波形不变，不论输入激励在什么时刻作用于系统，系统的输出响应波形总是不变的。

系统的非时变特性是由构成系统的元件或部件的特性决定的。由具有非时变特性的元件或部件构成的系统必定是非时变系统。相反，系统中只要包含一个或一个以上具有时变特性的元件或部件，就成为时变系统。我们在实际中经常遇到的大多数元件或部件的参数，如物体的质量、制动器的阻尼系数、弹簧的弹性系数以及电阻、电感、电容、电子管和晶体管等，除特别注明者以外都具有非时变特性。由这些元件或部件组成的系统都是非时变系统。图 1.2.1 所示的力——质量系统，由于物体的质量$M$不是随时间而变化的，因此是一个非时

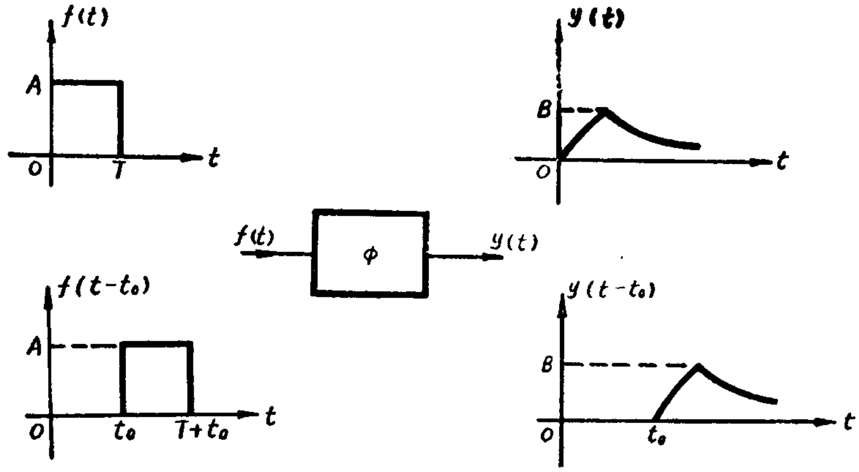



图1.2.4 系统的非时变特性

变系统。

碳粒话筒电路是一个时变系统的例子。图 1.2.5 是其等效电路。由于话筒的电阻是与作用于话筒中碳粒的机械压力有关的，而这种压力又是产生于讲话人的声波，因此，话筒电阻是时变的。这个电路是一个简单的时变系统。

系统的线性特性与非时变特性是两个不同的概念。线性系统可以是时变的，也可以是非时变的。线性非时变系统可以由常系数的线性常微分方程来描述。线性时变系统则由变系数的线性常微分方程来描述。

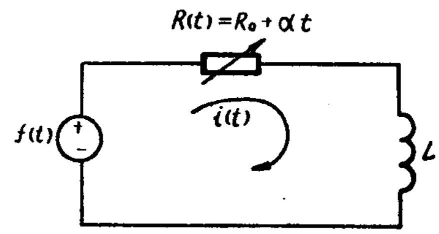



图1.2.5 碳粒话筒电路

（三）即时系统和动态系统

以上所述的系统，其共同的特点是系统在任意时刻的输出响应取决于全部过去时间的输入激励。所谓全部过去时间是指由 $-\infty$ 至 $t$ 的时间。这就是说，系统任意时刻的输出响应不仅与该时刻的输入激励有关，而且与该时刻以前的历史情况有关。这种系统称为动态系统或记忆系统。图1.2.1所示的力——质量系统就是一个动态系统。其输出响应公式（1.2.3）已经考虑到全部过去时间和输入激励的情况。

即时系统是另一类型的系统。这类系统在任意时刻的输出响应与输入激励的历史无关，而仅取决于该时刻的输入激励，因而又称无记忆系统。如果系统介于即时系统与动态系统之间，即其任意时刻的输出响应仅与过去一段时间内的输入激励有关，则这种系统称为有限记忆系统。

决定系统是即时系统或动态系统的因素仍然是构成系统的元件或部件的特性。动态系统的元件或部件必须至少有一个具有动态特性或记忆特性。这样的元件一般又称为储能元件。全部元件或部件都是无记忆的系统才是即时系统。正由于元件具有记忆作用，它可以将过去的情况记录下来，以影响系统的输出响应。在电系统中，电阻是无记忆的元件，而电感和电容都具有记忆特性。因此，仅含有电阻元件的系统是即时系统，而含有电感或电容元件的系统是动态系统。即时系统的数学模型是代数方程式，动态系统的数学模型则是微分方程式或差分方程式。

（四）集总参数系统和分布参数系统

如前所述，系统是某些单独元件以特定方式连接起来的集合。所谓集总参数系统就是由集总参数元件组成的系统。在集总参数系统中，系统的能量被不同的元件（如电阻、电感、电容或质量、弹簧、减震器等）所储存或消耗。同时，作用于系统任一点的干扰被假定立即传播于系统的每一点。这意味着元件的尺寸远远小于传输信号的波长。具有集总参数的电元件，其元件两端的电压将仅与通过元件的电流和集总元件的参数有关。因此，集总参数系统可以由常微分方程式或常差分方程式描述。

与集总参数系统相对照的是分布参数系统。象传输线、波导、天线和机械轴等，这些系统是不能用集总参数描述的。一个传送转矩的轴，它既有质量，又有弹性。质量和弹性的作用混合在一起，并且沿轴的全长均匀分布。一根传输线的电阻、电感、电容和电导也是混在一起，沿线的全长均匀分布的。由于这些参数不象集总参数那样可以有效的隔离开，而是均匀连续分布的，因此称为分布参数系统。

对分布参数系统说来，作用于一点的干扰传播到系统的另一点将需要确定的时间。换句话说，系统不仅具有独立的时间变量，而且有独立的空间变量。这样的系统是由偏微分方程式或偏差分方程式描述的。

严格地说，所有的系统都是分布参数系统。但是，为了简化分析和计算，我们实际上总是将其中的大部分系统近似地看成集总参数系统。如果系统元件的尺寸远小于输入激励信号的波长，这样的简化是合理的，因而也是被允许的。

（五）连续时间系统和离散时间系统

对于任意的系统，如果其输入激励与输出响应两者在规定的所有时间范围内，都有确定的数值，这种系统就称连续时间系统。换句话说，以电系统为例，若系统的输入和输出都是连续时间信号，则这个系统就是连续时间系统。连续时间系统可由微分方程式描述。

有时，人们感兴趣的仅仅是系统在某些离散时间的输出响应。例如电子数字计算机，其运算过程中的某些中间结果和最后结果，是输出响应在某些离散时刻的数值。换句话说，系统的输入、输出都是离散时间信号。为此目的而构成的系统称为离散时间系统。其数学描述式是差分方程式。

以上我们所考虑的系统都是仅有一个输入激励和一个输出响应。这样的系统称为单输入、单输出系统。实际上的系统可以有几个输入激励同时作用于系统的不同点，也可以由系统的不同点同时引出几个输出响应，这样的系统就称为多输入、多输出系统。图 1.2.6 就是多输入、多输出系统的职能方框图。

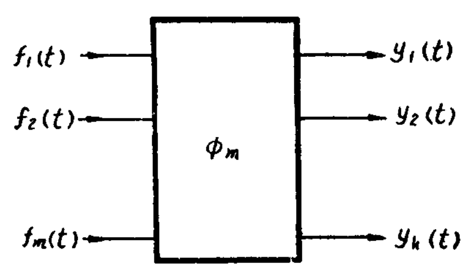



图1.2.6 多输入、多输出系统方框图

多输入、多输出系统的输出响应将是系统初始状态 $\{x(t_0)\}$ 及全部输入激励 $f_1(t)$、$f_2(t)$、…、$f_m(t)$的函数。其一般形式为

$$\begin{aligned}
y_1(t)&=\phi_1[\{x(t_0)\},\ f_1(t),\ f_2(t),\ \cdots,\ f_m(t)],\\
y_2(t)&=\phi_2[\{x(t_0)\},\ f_1(t),\ f_2(t),\ \cdots,\ f_m(t)],\\
&\vdots\\
y_k(t)&=\phi_k[\{x(t_0)\},\ f_1(t),\ f_2(t),\ \cdots,\ f_m(t)],\ t\geqslant t_0。
\end{aligned}\tag{1.2.18}$$

上述有关系统分类的定义，都可直接推广到多输入、多输出系统。此处不再重复。

系统的分类方式很多，除以上几种外尚有：有向系统和无向系统；确定系统和随机系