

# 二维尺寸链理论 及计算

张政寿著



国防工业出版社

## 内 容 简 介

本书用简易的数学方法和通俗的语言介绍了二维尺寸链基本尺寸、偏差、公差的计算法和图解法，其内容共分六章。第一章：总论；第二章：二维尺寸链基本方程式；第三章：二维尺寸链基本方程式的分析与计算；第四章：二维尺寸链图解法；第五章：概率与数理统计在二维尺寸链中的应用；第六章：公差分配和公差选择。

本书主要为解决枪械和火炮复杂机构中的尺寸链计算问题而作，也适用于一般机械工业。因此本书可供兵器、国防工业和机械工业各部门的科研、设计、工艺检验人员使用，亦可供有关大专院校师生参考。

## 二维尺寸链理论及计算

张政寿 著

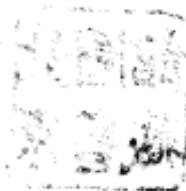
国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售  
国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 印张21<sup>3</sup>/4 501千字

1988年4月第一版 1988年4月第一次印刷 印数：0,001—2,500册

ISBN 7-118-00364-5/TH·25 定价5.80元



## 前　　言

尺寸链计算在已出版的机械设计及工艺资料中虽屡有所述及，但多属零星和不系统的材料，且对二维尺寸链的计算、论述极少。兵器工业中的火炮及枪械是一种可靠性要求高，结构较复杂的特种机械，在科研设计和工艺技术计算中，大量涉及二维尺寸链计算的应用，按现有出版的资料不能满足兵器工业设计、工艺上的要求。本人在三十余年生产实践中经常遇到此类问题，认为急需一本能够解决实际问题的，较详尽的此类参考资料。

本书较系统、详细地论述了二维尺寸链的基本原理及计算。对于公式来源和数学理论方面，未作详细推导，重点放在实际应用与计算方面，特别是举了较多的枪械和火炮计算的实例，以便从事兵器工业的工程技术人员能够从实例中得到启发，可以较快地应用到实际中去。

在用概率法求解二维尺寸链偏差和公差分配方面，本人根据多年实践的需要，建立了自己的一套解算方法和程序，这还是一种尝试，有待读者今后在更多的实践中考验。

本书共分六章，第一章总论，叙述了尺寸链的名词和共性问题。第二章是求基本尺寸的多边形的建立，基本方程式的形成及解法等。基本方程式是求封闭环的偏差和公差的基础。第三章是按基本方程式用极值法求解封闭环的偏差和公差的分析与计算，其中介绍了复杂公式的求解方法。第四章是图解法求基本尺寸和图解法按极值法则求解封闭环的偏差。第五章简述了尺寸中将应用到的概率和数理统计中的定义、公式，并用概率理论分析比较了极值法与概率法求解尺寸链的差异与概率法计算的实质，从而引导出概率法计算封闭环偏差与公差的各种方法。第六章论述了按极值法与概率法进行公差分配与选择的计算方法，并举了较多的火炮设计中的计算实例。

本书在完稿过程中，承蒙李元素、王小芳工程师，于永桂、王渝槐、刘宏程、郭林英等同志校对和整理，并提出了不少修改意见，在此一并致谢。

本书编写时间短促，加上本人水平有限，错误一定不少，希读者提出宝贵意见。

# 目 录

## 第一章 总 论

§ 1.1 尺寸链计算在机械工业技术中所占的地位 .....	3
§ 1.2 尺寸链及环的定义 .....	4
§ 1.2.1 尺寸链 .....	4
§ 1.2.2 链环（也简称为环） .....	4
§ 1.2.3 组成环 .....	4
§ 1.2.4 封闭环（又称终结环） .....	4
§ 1.2.5 过渡环 .....	4
§ 1.2.6 组成环的传递比 .....	4
§ 1.3 尺寸链的分类 .....	5
§ 1.3.1 按链环的误差性质 .....	5
§ 1.3.2 按链环的几何特征 .....	5
§ 1.3.3 按链环的互相位置 .....	6
§ 1.3.4 按链环间联接关系 .....	7
§ 1.3.5 按链环性质 .....	7
§ 1.3.6 按尺寸链用途 .....	7
§ 1.4 尺寸链的特性 .....	7
§ 1.5 机械零件的接触情况 .....	8
§ 1.6 影响链环尺寸的因素 .....	10
§ 1.7 对零件未注公差尺寸的处理 .....	11
§ 1.8 关于圆柱孔轴间隙配合中接触线和中心位置的确定 .....	11

## 第二章 二维尺寸链基本方程式

§ 2.1 基本方程式的一般形式 .....	15
§ 2.1.1 在封闭多边形的封闭环 $X$ 方向上取投影 .....	16
§ 2.1.2 垂直于过渡环 $Z_i$ 的方向上取投影 .....	16
§ 2.1.3 有角过渡环时，在角环相联系的互相垂直方向上取投影 .....	16
§ 2.1.4 封闭环为线尺寸 $X$ 的基本方程式 .....	17
§ 2.1.5 封闭环为角尺寸倾斜角 $\Psi$ 的基本方程式 .....	17
§ 2.1.6 复合角环 $\Psi + \Sigma \psi_i$ 的基本方程式 .....	19
§ 2.1.7 系数为线环函数的角封闭环的基本方程式 .....	19
§ 2.1.8 未知环数等于或大于 2 时的基本方程式 .....	19
§ 2.2 单零件及图形尺寸链基本方程式 .....	20
§ 2.2.1 计算卡锁斜边上 $P$ 点的坐标 .....	20
§ 2.2.2 确定一直线与零件上圆弧交点的位置 .....	21
§ 2.2.3 求两圆弧交点的坐标 .....	22
§ 2.2.4 求连接两直线的圆弧中心的坐标 .....	23

§ 2.2.5 求连接直线与圆弧的圆弧中心坐标 .....	24
§ 2.2.6 求相切于斜直线与圆弧中心的坐标 .....	24
§ 2.2.7 求相切于两圆弧的圆弧中心坐标 .....	25
§ 2.2.8 确定零件上两倾斜线交点的坐标 .....	27
§ 2.2.9 确定零件上通过相关位置的两直线交点坐标 .....	28
§ 2.2.10 确定圆弧与直线交点到斜线的距离 .....	29
§ 2.2.11 确定零件中圆弧切线的长度 .....	30
§ 2.2.12 确定切于零件上两圆弧公切线的有关尺寸 .....	31
§ 2.3 两个及两个以上零件组合有关尺寸基本方程式 .....	32
§ 2.3.1 偏心圆柱结构中距离与反作用力矩臂 .....	32
§ 2.3.2 锥销与锥槽接触有关尺寸 .....	33
§ 2.3.3 锥面与圆柱面接触有关尺寸 .....	34
§ 2.3.4 旋转圆弧面与圆柱孔接触有关尺寸 .....	35
§ 2.3.5 旋转圆弧面与圆环或滚珠接触有关尺寸 .....	36
§ 2.3.6 梯形与矩形槽接触有关尺寸 .....	37
§ 2.3.7 圆柱与梯形槽接触有关尺寸 .....	38
§ 2.3.8 圆弧、斜面与矩形槽接触有关尺寸 .....	39
§ 2.3.9 双圆弧面与矩形槽接触有关尺寸 .....	40
§ 2.3.10 双圆弧面与球或圆柱接触有关尺寸 .....	42
§ 2.3.11 正六方形铰接机构变形量关系 .....	43
§ 2.3.12 曲柄连杆机构转角与滑块距离关系 .....	44
§ 2.3.13 求火炮击发机构卡销伸出量 .....	45
§ 2.3.14 机枪滑块转角与位置的关系 .....	46
§ 2.4 倾斜角尺寸链基本方程式 .....	50
§ 2.4.1 孔轴间间隙极小的绕轴回转 .....	50
§ 2.4.2 轴孔间间隙较大（或者属于精确计算）的绕轴回转 .....	56
§ 2.4.3 绕自身轴线回转 .....	69
§ 2.4.4 沿接触线回转 .....	79

### 第三章 二维尺寸链基本方程式的分析与计算

§ 3.1 公差、偏差与极限尺寸间的关系 .....	87
§ 3.1.1 基本方程式的作用 .....	87
§ 3.1.2 公差 .....	87
§ 3.1.3 偏差 .....	89
§ 3.1.4 公差、偏差与极限尺寸间的关系 .....	92
§ 3.1.5 极限偏差的求法 .....	94
§ 3.1.6 统计公差 .....	95
§ 3.2 函数的正变与反变 .....	96
§ 3.2.1 线性函数 .....	96
§ 3.2.2 三角函数 .....	97
§ 3.2.3 幂函数 .....	98
§ 3.2.4 单变量函数 .....	98

§ 3.2.5. 二变量函数	99
§ 3.2.6 多变量函数	100
§ 3.2.7 不变关系	100
§ 3.2.8 复合函数	101
§ 3.2.9 函数的组合与符号	101
§ 3.3 平行尺寸链方程式中封闭环的偏差和公差	102
§ 3.4 三角函数二维尺寸链方程式中封闭环的偏差和公差	106
§ 3.4.1 $X = (\sum P_f - \sum N_d) + (\sum P'_f - \sum N'_d) f(\alpha)$	107
§ 3.4.2 $X = (\sum P_f - \sum N_d) + (\sum P'_f - \sum N'_d) f(\alpha) + (\sum P''_f - \sum N''_d) \Psi(\beta)$	111
§ 3.4.3 $X = (\sum P_f - \sum N_d) + (\sum P'_f - \sum N'_d) [f(\alpha) \Psi(\beta)]$	116
§ 3.4.4 其它各式封闭环偏差及公差的求法	123
§ 3.5 重复尺寸与矛盾重复尺寸	124
§ 3.5.1 偏导数符号法	125
§ 3.5.2 效果比较法	126
§ 3.5.3 图解法	127
§ 3.6 基元法解较复杂的二维尺寸链方程式封闭环的极限值	128
§ 3.6.1 第一类方程式	128
§ 3.6.2 第二类方程式	130
§ 3.6.3 第三类方程式	132
§ 3.7 全微分法解二维尺寸链方程式封闭环的偏差和公差	135
§ 3.7.1 二维尺寸链方程式为显函数	135
§ 3.7.2 二维尺寸链方程式为隐函数	139
§ 3.7.3 具有两个封闭环的二维尺寸链方程式求偏差和公差	150
§ 3.7.4 具有反三角函数的二维尺寸链方程式求偏差和公差	153
§ 3.8 57mm 高射炮阻弹机构的计算	154

#### 第四章 二维尺寸链图解法

§ 4.1 概述	162
§ 4.2 基本尺寸图解法	162
§ 4.2.1 直接利用结构图有关尺寸作图	162
§ 4.2.2 利用尺寸链多边形作图	163
§ 4.2.3 利用尺寸链多边形拼接图解法	165
§ 4.2.4 小结	168
§ 4.3 偏差图解法	168
§ 4.3.1 偏差图解法作图规则	169
§ 4.3.2 偏差图解法实例	169
§ 4.4 图解法求偏差的理论根据	179
§ 4.4.1 线封闭环尺寸的偏差	179
§ 4.4.2 角封闭环尺寸偏差	180

## 第五章 概率与数理统计在二维尺寸链中的应用

§ 5.1 机械零件尺寸在加工和测量中的误差 .....	182
§ 5.1.1 工艺过程引起的机械零件尺寸误差 .....	182
§ 5.1.2 测量误差 .....	184
§ 5.2 随机数据及其特征数 .....	184
§ 5.2.1 概率 .....	185
§ 5.2.2 算术平均值 .....	185
§ 5.2.3 中位值 .....	187
§ 5.2.4 众数 .....	187
§ 5.2.5 方差及标准差 .....	187
§ 5.2.6 极差 .....	189
§ 5.3 分布特征数 .....	190
§ 5.3.1 分布不对称系数 $\alpha$ .....	190
§ 5.3.2 相对标准差 $\lambda$ 和相对分布差异系数 $K$ .....	192
§ 5.3.3 置信系数 $t$ .....	197
§ 5.4 直方图, 概率密度函数 $P(x)$ , 概率分布函数 $P(x)$ .....	197
§ 5.5 离散型和连续型分布 .....	199
§ 5.5.1 二项式分布 .....	200
§ 5.5.2 正态分布 .....	204
§ 5.6 正态分布的变型 .....	207
§ 5.6.1 双侧截尾 .....	207
§ 5.6.2 对称双侧截尾 .....	210
§ 5.6.3 单侧截尾 .....	211
§ 5.6.4 正态分布的分段 .....	212
§ 5.7 尺寸链计算中其它常用分布 .....	213
§ 5.7.1 均匀分布(又称矩形分布) .....	213
§ 5.7.2 三角形分布 .....	214
§ 5.7.3 瑞利分布 .....	216
§ 5.8 期望值及方差的组合与运算 .....	217
§ 5.8.1 中心极限定理 .....	217
§ 5.8.2 期望值及方差的运算公式 .....	219
§ 5.9 工程能力 .....	221
§ 5.9.1 工程能力的意义 .....	221
§ 5.9.2 工程能力与公差的关系 .....	221
§ 5.9.3 工程能力系数 $C_p$ 及不合格率 $P(\bar{t})$ 的求法 .....	225
§ 5.9.4 已知各组成环的工程能力系数, 求封闭环不合格率 .....	228
§ 5.10 用概率统计原理计算有关尺寸链中的问题 .....	229
§ 5.10.1 统计、检验、估计的意义 .....	229
§ 5.10.2 关于方差的检验和估计 .....	230
§ 5.10.3 关于平均值的检验和估计 .....	235
§ 5.11 对极值法计算封闭环公差的概率分析 .....	240

## VIII

§ 5.11.1 组成环 $A_1, A_2$ 尺寸误差符合均匀分布	240
§ 5.11.2 组成环 $A_1, A_2$ 的尺寸误差符合正态分布	245
§ 5.12 概率法计算公差的实质	246
§ 5.12.1 概率法公差值 $\delta' x$ 的求法	247
§ 5.12.2 采用概率法计算公差值 $\delta' x$ 的条件	248
§ 5.13 概率法计算封闭环偏差及公差	249
§ 5.13.1 平行尺寸链各组成环为正态分布	249
§ 5.13.2 平行尺寸链各组成环为非正态分布	251
§ 5.13.3 二维尺寸链各组成环为正态分布	254
§ 5.13.4 二维尺寸链各组成环为非正态分布	256
§ 5.14 第二类尺寸链公差的计算	257
§ 5.14.1 封闭环相位角是随机的	258
§ 5.14.2 封闭环在确定方向上的分量	266
附表 I 指数函数表	271
附表 II 泊松分布表 $P(x) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$	273
附表 III 正态分布表 $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$	275
附表 IV $t$ 表 $p = 2 \int_t^\infty \frac{\Gamma(\frac{\phi+1}{2})}{\sqrt{\phi\pi}} \frac{dv}{\Gamma(\frac{\phi}{2})(1 - \frac{v^2}{\phi})^{\frac{\phi+1}{2}}}$	277
附表 V $\chi^2$ 表 $p = \int_{\chi^2}^\infty \frac{1}{\Gamma(\frac{\phi}{2})} e^{-\frac{X}{2}} \left(\frac{X}{2}\right)^{\frac{\phi}{2}-1} \frac{dX}{2}$	278
附表 VI $F$ 表 $a = \int_F^\infty \frac{\frac{\phi_1}{2} \frac{\phi_2}{2} X^{\frac{\phi_1}{2}-1} dX}{B\left(\frac{\phi_1}{2}, \frac{\phi_2}{2}\right)(\phi_1 X + \phi_2)^{\frac{\phi_1+\phi_2}{2}}}$	279
附表 VII 取自均匀分布的试样	281
附表 VIII 取自等量增大分布的试样	282

## 第六章 公差分配和公差选择

§ 6.1 公差分配和公差选择的含义	283
§ 6.2 公差与配合	283
§ 6.2.1 误差与尺寸的关系	284
§ 6.2.2 公差单位	285
§ 6.2.3 精度等级与公差等级	287
§ 6.2.4 尺寸分段和计算尺寸	287
§ 6.2.5 基准制与配合	289
§ 6.3 火炮零件设计中选择公差应考虑的问题	294

§ 6.3.1 公差与加工费用 .....	294
§ 6.3.2 公差与表面光洁度 .....	296
§ 6.3.3 公差配合与零件功能 .....	297
§ 6.4 按极值法则分配公差 .....	297
§ 6.4.1 平行尺寸链 .....	297
§ 6.4.2 二维尺寸链 .....	304
§ 6.5 按概率法则分配公差 .....	307
§ 6.5.1 平行尺寸链 .....	307
§ 6.5.2 二维尺寸链 .....	318
§ 6.6 按分段法则分配公差 .....	323
§ 6.6.1 链环数 $N = 2$ 的轴孔配合和键配合 .....	323
§ 6.6.2 链环数 $N = 3$ 的公差分配 .....	330
§ 6.7 按补偿法分配公差 .....	332
§ 6.7.1 专用垫片补偿 .....	335
§ 6.7.2 可调机构补偿 .....	337
参考文献 .....	338

PDG

## 常用 符 号

### (1) 基本尺寸:

	已 知 环	过 渡 环	未 知 环
线 尺 寸	公式通用 $q_i$	$Z_i$	$Q_i$
	零部件 $A_i, B_i, C_i$	$Z_i$	$X_i, Y_i$
角 尺 寸	公式通用 $\xi_i$	$\theta_i$	$\eta_i$
	零部件 $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$	$\theta_j$	$\varphi_j$ (倾斜角), $\omega_j$ (位置角)

$P_i, P'_i, P''_i$ : 正向尺寸

$N_i, N'_i, N''_i$ : 负向尺寸

$\Sigma P_i, \Sigma P'_i, \Sigma P''_i$ : 正向尺寸和

$\Sigma N_i, \Sigma N'_i, \Sigma N''_i$ : 负向尺寸和

### (2) 偏差、公差:

$\delta X, \delta Q$ : 线封闭环  $X, Q$  的公差

$\delta^+X, \delta^+Q; \delta^-X, \delta^-Q$ : 线封闭环  $X, Q$  的上偏差; 下偏差

$\delta\varphi_i, \delta\omega_i$ : 角封闭环  $\varphi_i, \omega_i$  的公差

$\delta^+\varphi_i, \delta^+\omega_i; \delta^-\varphi_i, \delta^-\omega_i$ : 角封闭环  $\varphi_i, \omega_i$  的上偏差; 下偏差

$\delta A_1, \delta B_1, \delta \alpha_1$ :  $A_1, B_1, \alpha_1$  的公差

$\delta^+A_1, \delta^+B_1, \delta^+\alpha_1; \delta^-A_1, \delta^-B_1, \delta^-\alpha_1$ :  $A_1, B_1, \alpha_1$  的上偏差; 下偏差

$\delta A_{1/2}, \delta^+A_{1/2}, \delta^-A_{1/2}$ :  $A_1$  尺寸的公差、上偏差, 下偏差之半

$\Sigma \delta^+P_i, \Sigma \delta^-P_i; \Sigma \delta^+N_i, \Sigma \delta^-N_i$ : 正向尺寸上偏差, 下偏差之和; 负向尺寸上偏差、下偏差之和

$\delta\rho_1, \delta^+\rho_1, \delta^-\rho_1$ : 径向尺寸公差, 上偏差、下偏差

### (3) 其他符号:

$p(x), f(x)$ : 概率密度函数(简称密度函数)

$P(x), F(x)$ : 概率分布函数(简称分布函数)

$o_i$ : 零件圆弧的圆心

$c_i$ : 项前常系数

$e_i$ : 中间偏差(偏离值)

$e_{P_i}, e_{N_i}$ :  $i$  环正向尺寸、负向尺寸的中间偏差

$r_i$ :  $i$  环传递比(影响系数)

$i(K), j$ : 下角标(线尺寸用  $i$ , 角尺寸用  $j$ , 第六章中用  $K$  不用  $i$  是避免与公差单位  $i$  混淆)

$i$ , $I$ :	公差单位 (基本尺寸大于 500 时用 $I$ )
$\Sigma BL, \Sigma A_1, \Sigma X, \dots$	在 $BL, A_1, X \dots$ 方向上的投影和
$\Sigma M_{P_i}$	绕 $P_i$ 点的转矩之和
$a_i$	$i$ 环分布不对称系数
$\lambda_i$	$i$ 环相对标准差
$\lambda'_i$	$i$ 环相对方差
$\bar{x}$	样本算术平均值
$K_i$	$i$ 环相对分布差异系数
$\mu$	总体 (分布) 算术平均值
$E(x)$	$x$ 的期望值
$x_m$	众数
$\tilde{x}$	中位置
$\sigma_i^2, V(x)$	$i$ 环方差, $x$ 的方差
$\sigma_i$	$i$ 环标准差
$\hat{\sigma}_i^2, \hat{\sigma}_i$	$i$ 环方差, 标准差估计值
$P(\bar{t}_i)$	$i$ 环危率 (不合格率)
$P_i$	零件接触处 (图上均为点)

---

● 本书长度基本单位用 mm。

# 第一章 总 论

## § 1.1 尺寸链计算在机械工业技术中所占的地位

尺寸链计算在机械制造中广泛应用，如大量生产的产品、精密机械产品和需要具有良好互换性及装配工艺性的产品等，特别是批量大的民用和军用产品，由于考虑到生产的经济性和优良的使用性能，多强调按工艺专业化分工序生产，因此尺寸链的计算更有其十分重要的意义。

一种新产品的研制和投产全过程的技术程序，可分为如下几个步骤：

- ① 主要用途和承担任务的明确。
- ② 主要性能和诸元（指标）的确定。
- ③ 总体结构布置和设计（包括方框图、原理设计、总图、主要部件装配图等）的拟定。
- ④ 机构的计算（包括间隙、位移、力比、传动比、周期等的计算），以确定部件的结构。
- ⑤ 力的分析计算（包括强度、刚性、应力等计算），以确定零件主要尺寸、材料选用及热处理条件等。
- ⑥ 零件图纸的设计和公差分配（包括零件一般基本尺寸的确定，公差的分配和标准公差的选用等）。
- ⑦ 部件核算（包括部件装配后影响机构动作的间隙计算），以确定产品验收技术条件和部件的检验部位和项目等。
- ⑧ 零件制造工艺的编制（包括零件生产路线、毛坯、各机加工序间加工尺寸和公差分配、检验、热处理、表面处理等）。
- ⑨ 部件装配工艺的编制（包括装配次序、要求、零件数量、使用工具、检验项目、试验项目等）。
- ⑩ 制造工具的设计（包括工艺过程和试验过程所需的刀、夹、量、辅、模具，试验台架，非标等）。
- ⑪ 各部件的试验。
- ⑫ 整个产品的试验。
- ⑬ 工艺定型与产品批生产中的工艺改进。

以上十三个步骤中，④、⑤、⑥、⑦、⑧、⑬等项均涉及到尺寸链计算的应用。

尺寸链计算在数学理论上虽然简单，但计算繁难，工作量大，是工厂设计、科研和工艺工作经常遇到的问题。因此，对尺寸链计算要有正确的理解与熟知简易可行的方法，以便加速计算工作和得到较理想的结果。

尺寸链计算的应用，总括起来可归纳为四个方面：

- ① 利用封闭多边形的特性，计算机构、零件的基本（公称）尺寸，以简化一般应用三角、代数、几何、解析几何等繁复计算的问题。
- ② 设计新产品时确定公差的分配。根据一组零件组成的机构，按强度和刚性要求

确定基本尺寸后，在保证完成机构动作的情况下，分配各零件以制造允许公差。

③ 设计零件加工工艺时，确定各工序间的公差分配，以保证工艺的合理性，经济性和确保最后加工能达到图纸公差要求。

④ 校核各零件尺寸的标准公差和数字公差，是否能保证部件要求的间隙，以确定机构可否达到装配性能和能正常工作。这是实际设计和生产工作中应用最广泛的一种。通常设计一组零件图纸，除特殊重要部件是根据理论上来计算公差分配外，一般由设计师凭经验按照设备、毛坯、工艺条件及技术水平等予以假定，然后再进行核算，最后确定图纸。即使按照理论计算分配的公差，也要进行校正和标准化工作，因此仍然需要校核计算。

## § 1.2 尺寸链及环的定义

### § 1.2.1 尺寸链

按产品性能要求、工艺要求或检验要求需要确定某基本尺寸或某尺寸变化范围，将对该基本尺寸或该尺寸变化范围有影响的全部尺寸连接成封闭的多边形，构成多边形的尺寸组称为尺寸链。

### § 1.2.2 链环（也简称为环）

组成封闭多边形的边，由一个或几个基本尺寸或几个尺寸的变化范围组成。每个基本尺寸或尺寸变化范围称为链环。按尺寸的几何特征，链环分为线环（长度尺寸）及角环（角度尺寸）。

### § 1.2.3 组成环

封闭多边形的全部链环，除封闭环外其余各环称为组成环。封闭环与组成环用公式表示，则封闭环为组成环的函数或叫因变数，组成环为自变数。如

$$X = f(\xi_i) \quad (1-1)$$

式中  $X$  为封闭环； $\xi_i$  为组成环； $n$  为组成环数。

组成环又分为正环和负环。当其余组成环不变时，某组成环与封闭环成正变关系时，称该环为正环，以  $P$  表之。反之，某组成环与封闭环成反变关系时，称为负环，以  $N$  表之。正环又称为增环，负环又称为减环。正变与反变的定义见第三章。

### § 1.2.4 封闭环（又称终结环）

按产品性能要求、工艺要求或检验要求需要确定的某基本尺寸或某尺寸的变化范围称为封闭环。一个尺寸链，一般只有一个封闭环，少数尺寸链有两个以上的封闭环。封闭环可为线环以  $X$  表之，亦可为角环以  $\Psi$  表之。

### § 1.2.5 过渡环

过渡环也属于组成环，但并非已知的设计尺寸，是属于为了形成封闭多边形的需要的过渡尺寸，称为过渡环。在求出封闭环之前，先要计算出过渡环的值。一般并联或复联的尺寸链中有一个过渡环，也有两个以上的，以  $Z$  表之。

### § 1.2.6 组成环的传递比

传递比又称为影响系数，表示组成环对封闭环影响程度的系数，其值等于组成环在封闭环上引起的变动量对该组成环本身变动量之比。

从数学上来定义，由式（1-1）取全微分，得

$$dX = \frac{\partial f}{\partial \xi_1} d\xi_1 + \frac{\partial f}{\partial \xi_2} d\xi_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial \xi_n} d\xi_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial \xi_i} d\xi_i$$

则

$$r_i = \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \quad (1-2)$$

### § 1.3 尺寸链的分类

#### § 1.3.1 按链环的误差性质

分第一类尺寸链和第二类尺寸链。

第一类尺寸链的链环，具有如下的特性：

- ① 链环本身是具有确定方向的向量，计算时，将向量模（线环）与向量相位角（角环）分开作为二个独立的变量来考虑。
- ② 向量模（线环）及相位角（角环）的误差，一般均服从正态分布，见图 1-1。

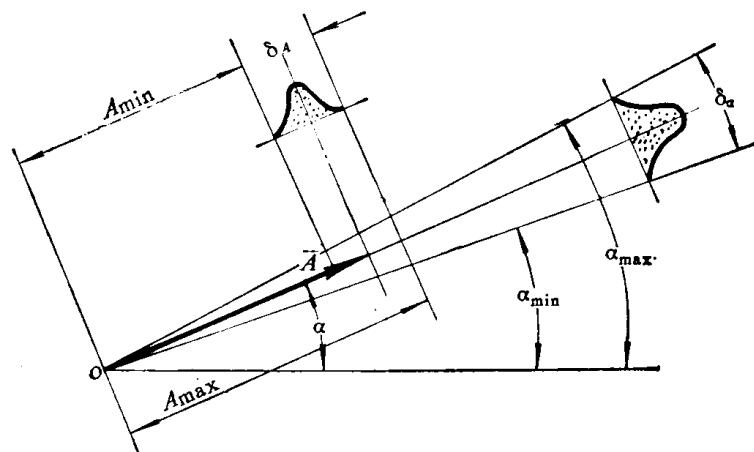


图1-1 第一类尺寸链

③ 线尺寸与角尺寸的误差与各自的基本尺寸有关联，基本尺寸又称为公称尺寸。

由具有上述特性的链环组成的尺寸链称为第一类尺寸链。

第二类尺寸链的链环，具有如下的特性：

- ① 链环本身具有不确定方向的径向向量，相位角在  $0 \sim 2\pi$  间取随机值，见图 1-2。
- ② 向量模服从瑞利分布，相位角服从均匀分布。
- ③ 向量模变化与基本尺寸无关，可认为基本尺寸为零。

由具有上述特性的链环组成的尺寸链，称为第二类尺寸链。有时，在第二类尺寸链中，也包含少量属于第一类尺寸链性质的链环。

两类尺寸链的计算方法不同，本书重点介绍第一类尺寸链。

#### § 1.3.2 按链环的几何特征

分长度尺寸链及角度尺寸链

各链环由长度尺寸组成的，称长度尺寸链，见图 1-3。

各链环由角度尺寸组成的，称角度尺寸链，见图 1-4。

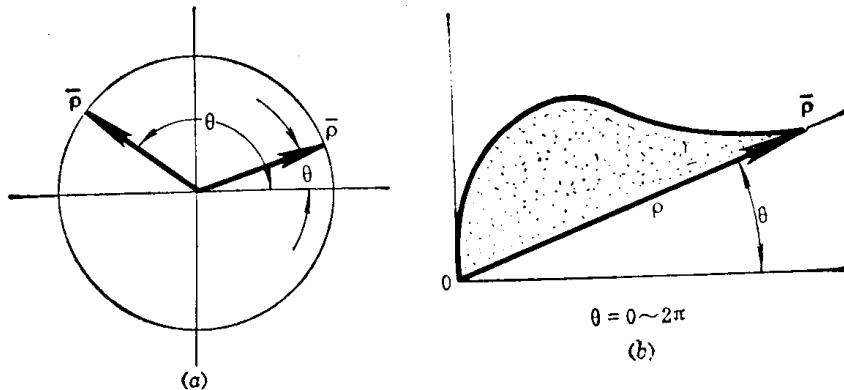


图1-2 第二类尺寸链

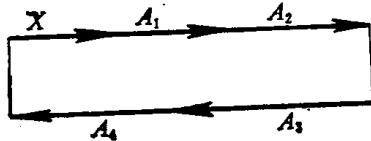


图1-3 长度尺寸链

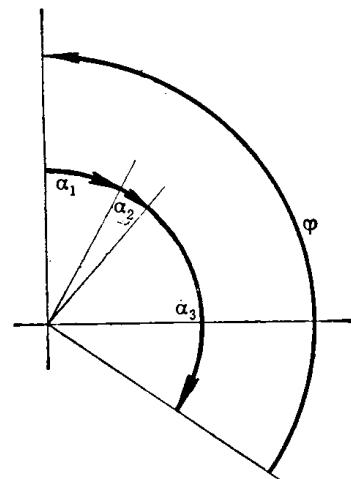


图1-4 角度尺寸链

### § 1.3.3 按链环的互相位置

分线性尺寸链（又称平行尺寸链）平面尺寸链（又称二维尺寸链）及空间尺寸链。不包括角环的所有链环平行于封闭环的长度尺寸链（见图 1-3）和不包括线环的纯角度尺寸链（见图 1-4）均称为线性尺寸链。

$$X = \sum_{i=1}^n A_i \quad (1-3)$$

$$\varphi = \sum_{j=1}^m \alpha_j \quad (1-4)$$

属于平行尺寸链组成环的所有传递比  $r_i$  均等于  $\pm 1$ 。

所有组成环与封闭环处于同一平面或几个平行的平面内，但其中某些组成环不平行于封闭环而能形成封闭的多边形，称为平面尺寸链。属于平面尺寸链的各组成环的传递比  $r_i$  中，有一部分或全部不等于  $\pm 1$ ，见图 1-5(a)。

各组成环不处于同一平面或互相平行的平面内而能形成空间封闭多边形，称为空间尺寸链，见图 5-48。一般把空间尺寸链投影在方便的一个或几个平面上，按平面尺寸链进行计算。

### § 1.3.4 按链环间联接关系

分串联尺寸链并联尺寸链及复联尺寸链。

尺寸链多边形只具有一个回路，称串联尺寸链，见图 1-5(a)。

尺寸链多边形有公共环具有三个回路的称并联尺寸链，见图 1-5(b)。

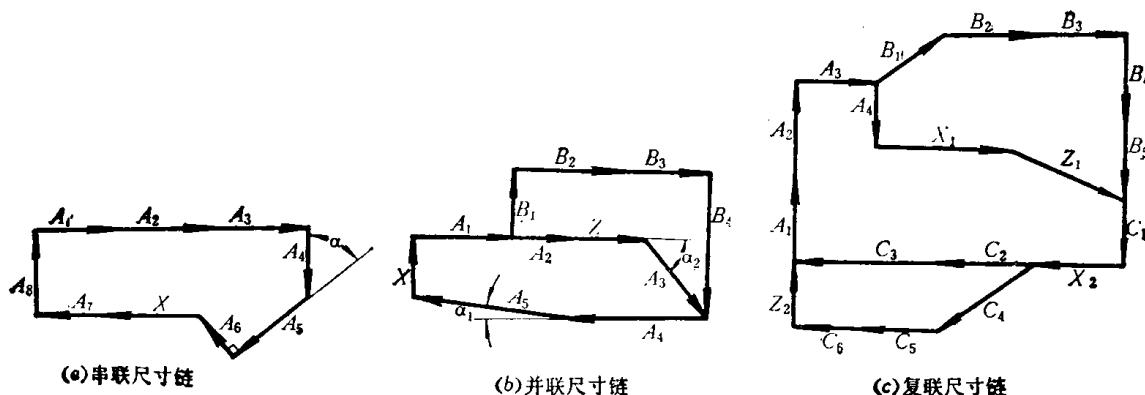


图1-5 尺寸链联接关系

尺寸链多边形包括串联及并联回路，其回路数在四及四以上的，称复联尺寸链，见图 1-5(c)。

### § 1.3.5 按链环性质

分基本尺寸尺寸链及公差（或偏差）尺寸链。

各链环所代表的尺寸属于基本尺寸的，称基本尺寸尺寸链。

各链环所代表的尺寸属于公差的，称公差尺寸链。

基本尺寸指长度或角度尺寸，公差（偏差）同样指长度或角度的公差（偏差）。

### § 1.3.6 按尺寸链用途

分装配尺寸链，检验尺寸链及工艺尺寸链。

各组成环为不同零件的设计尺寸，封闭环一般为装配部件性能所要求的空隙，称装配尺寸链。各组成环为同一零件上的各个设计尺寸，封闭环为检验或测量所需的尺寸，称为检验尺寸链。各组成环为同一零件上各工序或工步间的工艺尺寸，封闭环为加工零件所要求得到的设计尺寸或工艺过程所需要的余量尺寸，称为工艺尺寸链。

## § 1.4 尺寸链的特性

无论第一类尺寸链的线环或角环及第二类尺寸链的径向偏心均可用向量来表示。向量模与线环长度或偏心量成正比。箭头方向表示尺寸链回路的走向。在同一回路中（指单元尺寸链）箭头方向应一致。回路方向为顺时针或逆时针均可。在尺寸链多边形中，无箭头的连线，称为虚环，它不参与解方程式的计算，只是为了便于连接成封闭多边形的需要，见图 1-6。

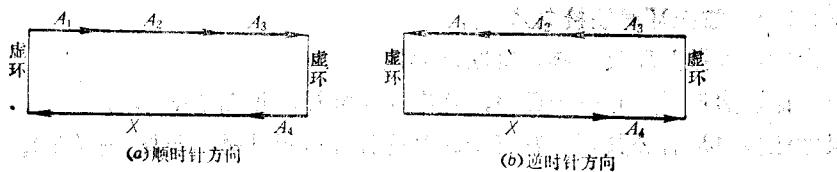


图1-6 尺寸链走向

并联、复联尺寸链均有三个以上的回路，每一个回路均可独立成为一个尺寸链多边形，称为单元尺寸链。单元尺寸链都是串联尺寸链。为了明确区分复联尺寸链中所要研究的单元尺寸链，按回路走向用链环代号依次列出，而将封闭环列于末端。以图1-5(c)复联尺寸链为例来说明单元尺寸链的表示法。从下面可看出，后一种方法更为简明。本例共有6个单元尺寸链。

$$C_4-C_5-C_6-Z_2-A_1-A_2-A_3-B_1-B_2-B_3-B_4-B_5-C_1-X_2 \approx C_4-A_1-B_1-C_1-X_2$$

$$C_4-C_5-C_6-Z_2-A_1-A_2-A_3-A_4-X_1-Z_1-C_1-X_2 \approx C_4-A_1-A_4-C_1-X_2$$

$$C_4-C_5-C_6-Z_2-C_3-C_2 \approx C_4-C_3-C_2$$

$$C_2-C_3-A_1-A_2-A_3-A_4-X_1-Z_1-C_1-X_2 \approx C_2-A_1-A_4-C_1-X_2$$

$$C_2-C_3-A_1-A_2-A_3-B_1-B_2-B_3-B_4-B_5-C_1-X_2 \approx C_2-A_1-B_1-C_1-X_2$$

$$A_4-B_1-B_2-B_3-B_4-B_5-Z_1-X_1 \approx A_4-B_1-Z_1-X_1$$

尺寸链有两个重要特性：

① 封闭性：无论按哪种方法分类的尺寸链，各链环都要连接成封闭的多边形，才可能达到求解封闭环的目的。

② 紧缩性：在连接零部件尺寸完成封闭多边形过程中，要采用最捷的路线，含意有二：第一，链环走向要取最短距离；第二，凡对封闭环无影响的链环不应包括在尺寸链内，但为完成封闭性，过渡环例外。

### § 1.5 机械零件的接触情况

在机械中，不论如何复杂的机构，分解开来都是由各种形状不同，大小各异的单个零件所组成的。凡可拆卸的零件间，在组成部件时，均在各种不同的情况下相互接触。从理论上概括，不外有三种接触情形：即点、线与面接触。几何上的点与线接触是假设：一、零件形状完全符合几何图形；二、零件材料完全属于刚性的。由于金属材料均有不同的弹性，所以零件在受力情况下，不存在几何上的点与线接触，而是一种微小面积的接触，见图1-7。

在计算中，当受力不大时，不考虑尺寸的变化。从图1-7分析可知，长度为L的球头杆，受F力后，杆上端面位移由两种变化引起。 $\Delta l_1$  为接触点因弹性变形为接触圆面积后下陷尺寸。 $\Delta l_2$  为杆上端受F力后弹性压缩量。

容易知， $\Delta l_1 < \Delta l_2$