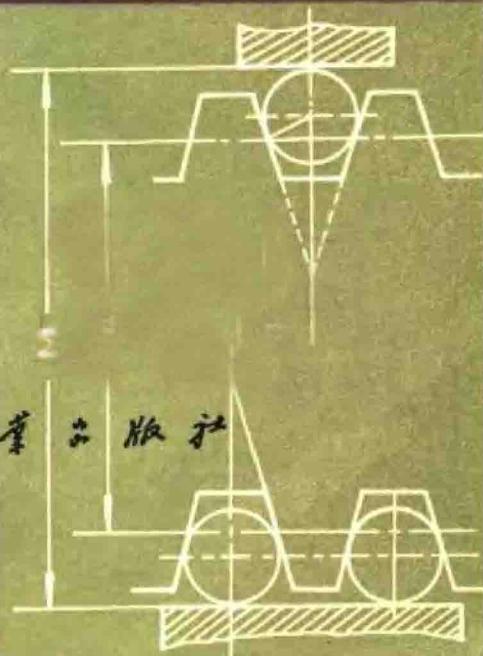


# 齿轮与蜗杆 M 值计算

國防工業出版社



- $\lambda_{qp}$  ——  $\alpha_{qp}$  所在平面与蜗杆轴线之间的夹角  
 $R_p$  —— 构成  $\alpha_{qp}$  的蜗杆半径  
 $\theta$  —— 在  $\lambda_{qp}$  截面的齿廓上分度圆半径  $R_f$  相对于通过  $R_p$  所作的轴截面之间的回转角  
 $\alpha_{npc}$  —— 齿槽法向齿形角  
 $\alpha_{npl}$  —— 轮齿法向齿形角  
 $\alpha_{npm}$  —— 齿面法向齿形角  
 $\alpha_{STp}$  ——  $\alpha_{qp}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_{STk}$  ——  $\alpha_{qk}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_{STf}$  ——  $\alpha_{qf}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_y$  —— 直纹螺旋面上的直母线相对于端面的夹角（仰角），对于渐开线蜗杆  $\alpha_y = \lambda_0$   
 $\lambda_0$  —— 基圆柱上的螺旋升角  
 $\beta_0$  —— 基圆柱上的螺旋角  
 $R_{oz}$  —— 基圆柱、准圆柱半径总称，简称基准圆柱半径  
 $R_0$  —— 基圆半径  
 $R_z$  —— 准圆柱半径  
 $d_p$  —— 测量  $M$  值用的圆棒（量针）直径  
 $\alpha_{Mn}$  —— 直齿轮圆棒中心的假想压力角  
 $\alpha_{Ms}$  —— 螺旋齿轮圆棒中心的假想端面压力角  
 $\alpha_{MSk}$  —— 非渐开线螺旋面蜗杆与测量圆棒等效的圆球中心的假想端面压力角  
 $P$  —— 螺旋参数， $P = \frac{1}{2} m_c z$   
 $S_f$  —— 分度圆柱上的端面弧齿厚  
 $\Delta S_f$  —— 分度圆柱上端面弧齿厚相对于标准弧齿厚的减薄量  
 $\Delta S_{fc}$  —— 分度圆柱上轴向齿厚相对于标准齿厚的减薄量  
 $\Delta S_{fck}$  —— 计算分度圆上的轴向齿厚相对于标准齿厚的减薄量

## 前　　言

在小模数圆柱齿轮生产实践中， $M$ 值的计算，特别是螺旋齿轮的 $M$ 值计算是比较烦琐的工作，并且还常常出现由于计算错误，使“合格”的齿轮与支架装配后，空回却超差的现象，有的根本就不能使用。在加工测量过程中，量值又极不稳定，而迫使采取专人测量的方法来避开矛盾。这是多年来在精密机械传动齿轮生产实践中，遇到的一个老问题。也是本书中要探讨解决的问题之一。

从螺旋齿轮 $M$ 值计算入手，进行的分析可以说明：螺旋齿轮 $M$ 值计算中所存在的问题只产生于奇数齿，而且完全是由计算公式所造成的。本书还在研究 $M$ 值计算中，提出了一种计算极为方便，精度又很高的新方法——变量法。

全书共分两大部分，第一部分叙述了直齿轮、螺旋齿轮的 $M$ 值计算；第二部分从各种蜗杆正确构形开始，讨论了 $M$ 值计算。为了计算 $M$ 值的需要，还扼要地介绍了空间变换原理及其在 $M$ 值计算中的具体应用。书中还附有各种类型齿轮及蜗杆 $M$ 值计算实例，以供参考。

本书在写作过程中，得到了梁贯民、陶文梅等同志的密切配合；计算中得到了刘金照、韩喜禄及我厂709机组同志们的大力支持。青羽同志在审校稿中提出了不少宝贵意见，在此一并致谢！

作　　者

# 符 号

- $m_c$ ——轴向模数  
 $m_n$ ——法向模数  
 $m_s$ ——端面模数  
 $t_c$ ——轴向齿距
- $Z(z)$ ——齿数（对于蜗杆通常叫头数）
- $\xi_c$ ——轴向变位系数  
 $\xi_n$ ——法向变位系数  
 $\xi_s$ ——端面变位系数
- $\alpha_c$ ——分度圆柱上的轴向压力角  
 $\alpha_n$ ——分度圆柱上的法向压力角  
 $\alpha_s$ ——分度圆柱上的端面压力角
- $\alpha_{nk}$ ——计算分度圆柱 ( $R_{fk}$ ) 上的法向压力角  
 $\alpha_{sk}$ ——计算分度圆柱 ( $R_{fk}$ ) 上的端面压力角
- $\alpha_{qf}$ ——分度圆柱上在  $\lambda_{qf}$  截面方向的压力角——即  $R_f$  与  $f$  点直母线的夹角
- $R_f$ ——蜗杆分度圆半径  
 $d_f$ ——分度圆直径
- $\lambda_f$ ——分度圆柱上的螺旋升角  
 $\beta_f$ ——分度圆柱上的螺旋角
- $\lambda_{qf}$ ——通过分度圆半径所作的直廓截面与蜗杆轴线间的夹角
- $\alpha_{qk}$ ——齿面上  $k$  点在  $\lambda_{qk}$  截面方向的压力角，即  $R_{fk}$  与过  $k$  点的直母线的夹角
- $R_{fk}$ ——计算分度圆半径
- $\lambda_{fk}$ ——计算分度圆 ( $R_{fk}$ ) 上的螺旋升角
- $\lambda_{qk}$ ——通过计算分度圆半径  $R_{fk}$  所作直廓截面与蜗杆轴线间的夹角
- $\alpha_{qp}$ ——广义法向直廓蜗杆的设计齿形角(半径  $R_p$  上在  $\lambda_{qp}$  截面方向的压力角)

# 目 录

符号 ..... 1

## 第一部分 滚开线齿轮M值计算

一、概述	3
二、接触测量必须满足的两个基本条件	4
三、滚开线齿轮M值计算公式的一般表达式 及测量方法	5
(一) 齿条的M值计算	5
(二) 直齿轮M值计算	6
(三) 螺旋齿轮M值计算——一般齿轮M值的计算	9
(四) 内啮合齿轮M值计算	13
四、M值计算的变量法	14
(一) 概述	14
(二) 变量法原理	14
(三) 非变位齿轮计算M值的变量法	16
(四) 变位齿轮计算M值的变量法	18
五、目前M值计算公式存在的问题	22
(一) 螺旋齿轮 $\alpha_{Ms}$ 的计算公式问题	22
(二) 奇数齿螺旋齿轮M值计算公式问题	22

## 第二部分 直纹螺旋面蜗杆(螺纹)M值计算

一、概述	27
二、空间变换原理及其在齿轮几何量计算中的应用	31

(一) 空间及空间变换 原理	31
(二) 空间变换原理在齿轮几何量计算中的 应用	32
<b>三、直纹螺旋面蜗杆(螺纹) <math>M</math> 值计算</b>	<b>33</b>
(一) 概 述	33
(二) 渐开线蜗杆 $M$ 值计算及圆棒在渐开线 螺旋面上的接触半径 $R_{fk}$	34
(三) 直纹螺旋面的几何要素 ( $\alpha_y, R_{oz}$ )	37
1. 概述 2. 渐开线螺旋面的几何特性 ( $R_{oz} = R_0, \alpha_y = \lambda_0$ ) 3. 广义法向直廓蜗杆螺旋面的几何特性 ( $\alpha_y, R_{oz} = R_z$ ) 及辅助参数 $R_p$	
4. 任意半径 $R_{fk}$ 上压力角 $\alpha_{nk}, \alpha_{sk}$ 的计算 5. 任意半径 $R_{fk}$ 上的轴向齿厚 $S_{fck}$ 及相对于标准齿厚的减薄量 $\Delta S_{fck}$	
(四) 直纹螺旋面蜗杆(螺纹) $M$ 值计算	43
1. 广义法向直廓蜗杆(包括阿基米德蜗杆) $M$ 值通用公式计算程序 2. 蜗杆 $M$ 值计算通式对阿基米德蜗杆及螺纹的应用 3. 蜗杆 $M$ 值的快速计算程序(供一般计算工具求解 $M$ 值用) 4. 蜗杆(螺纹) $M$ 值计算举例	
<b>四、蜗杆 <math>M</math> 值计算的变量法</b>	<b>68</b>
<b>附 表</b>	
表一 外啮合渐开线齿轮 $M$ 值计算变量表 ( $\Delta R_M$ 值)	70
表二 螺旋齿轮假想齿数系数 $K_M$ 值	78
表三 外啮合渐开线变位齿轮 $M$ 值计算系数 $K_\xi$ 值	80
表四 阿基米德蜗杆 $M$ 值	188
表五 阿基米德蜗杆 $M$ 值计算变量表 ( $\Delta R_M$ 值)	196
表六 齿槽法向直廓蜗杆 $M$ 值	204
表七 齿槽法向直廓蜗杆 $M$ 值计算变量表 ( $\Delta R_M$ 值)	212
表八 轮齿法向直廓蜗杆 $M$ 值	220
表九 轮齿法向直廓蜗杆 $M$ 值计算变量表 ( $\Delta R_M$ 值)	228
表十 齿面法向直廓蜗杆 $M$ 值	236
表十一 齿面法向直廓蜗杆 $M$ 值计算变量表 ( $\Delta R_M$ 值)	244
参考文献	252

## 符 号

- $m_c$ ——轴向模数  
 $m_n$ ——法向模数  
 $m_s$ ——端面模数  
 $t_c$ ——轴向齿距  
 $Z(z)$ ——齿数（对于蜗杆通常叫头数）  
 $\xi_c$ ——轴向变位系数  
 $\xi_n$ ——法向变位系数  
 $\xi_s$ ——端面变位系数  
 $\alpha_c$ ——分度圆柱上的轴向压力角  
 $\alpha_n$ ——分度圆柱上的法向压力角  
 $\alpha_s$ ——分度圆柱上的端面压力角  
 $\alpha_{nk}$ ——计算分度圆柱 ( $R_{fk}$ ) 上的法向压力角  
 $\alpha_{sk}$ ——计算分度圆柱 ( $R_{fk}$ ) 上的端面压力角  
 $\alpha_{qf}$ ——分度圆柱上在  $\lambda_{qf}$  截面方向的压力角——即  $R_f$  与  $f$  点直母线的夹角  
 $R_f$ ——蜗杆分度圆半径  
 $d_f$ ——分度圆直径  
 $\lambda_f$ ——分度圆柱上的螺旋升角  
 $\beta_f$ ——分度圆柱上的螺旋角  
 $\lambda_{qf}$ ——通过分度圆半径所作的直廓截面与蜗杆轴线间的夹角  
 $\alpha_{qk}$ ——齿面上  $k$  点在  $\lambda_{qk}$  截面方向的压力角，即  $R_{fk}$  与过  $k$  点的直母线的夹角  
 $R_{fk}$ ——计算分度圆半径  
 $\lambda_{fk}$ ——计算分度圆 ( $R_{fk}$ ) 上的螺旋升角  
 $\lambda_{qk}$ ——通过计算分度圆半径  $R_{fk}$  所作直廓截面与蜗杆轴线间的夹角  
 $\alpha_{qp}$ ——广义法向直廓蜗杆的设计齿形角(半径  $R_p$  上在  $\lambda_{qp}$  截面方向的压力角)

- $\lambda_{qp}$  ——  $\alpha_{qp}$  所在平面与蜗杆轴线之间的夹角  
 $R_p$  —— 构成  $\alpha_{qp}$  的蜗杆半径  
 $\theta$  —— 在  $\lambda_{qp}$  截面的齿廓上分度圆半径  $R_f$  相对于通过  $R_p$  所作的轴截面之间的回转角  
 $\alpha_{npc}$  —— 齿槽法向齿形角  
 $\alpha_{npl}$  —— 轮齿法向齿形角  
 $\alpha_{npm}$  —— 齿面法向齿形角  
 $\alpha_{STp}$  ——  $\alpha_{qp}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_{STR}$  ——  $\alpha_{qk}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_{STf}$  ——  $\alpha_{qf}$  在端面上的投影角  
 $\alpha_y$  —— 直纹螺旋面上的直母线相对于端面的夹角 (仰角), 对于渐开线蜗杆  $\alpha_y = \lambda_0$   
 $\lambda_0$  —— 基圆柱上的螺旋升角  
 $\beta_0$  —— 基圆柱上的螺旋角  
 $R_{oz}$  —— 基圆柱、准圆柱半径总称, 简称基准圆柱半径  
 $R_0$  —— 基圆半径  
 $R_z$  —— 准圆柱半径  
 $d_p$  —— 测量  $M$  值用的圆棒 (量针) 直径  
 $\alpha_{Mn}$  —— 直齿轮圆棒中心的假想压力角  
 $\alpha_{Ms}$  —— 螺旋齿轮圆棒中心的假想端面压力角  
 $\alpha_{MSR}$  —— 非渐开线螺旋面蜗杆与测量圆棒等效的圆球中心的假想端面压力角  
 $P$  —— 螺旋参数,  $P = \frac{1}{2}m_c z$   
 $S_f$  —— 分度圆柱上的端面弧齿厚  
 $\Delta S_f$  —— 分度圆柱上端面弧齿厚相对于标准弧齿厚的减薄量  
 $\Delta S_{fc}$  —— 分度圆柱上轴向齿厚相对于标准齿厚的减薄量  
 $\Delta S_{fck}$  —— 计算分度圆上的轴向齿厚相对于标准齿厚的减薄量

# 第一部分

## 渐开线齿轮M值计算

### 一、概述

在精密计算仪器齿轮传动中，总是希望空回越小越好。空回大小反映了侧隙的大小。但为了减小相互啮合齿轮的摩擦力矩，贮存润滑油和补偿由于温度变化发生的变形，侧隙是必不可少的。因此，对侧隙应加以控制。齿轮传动侧隙的大小主要取决于齿厚减薄量（即原始齿形位移）和中心距公差、轴承游隙。所以，在研究齿轮传动空回时，须从上述几个因素入手。齿厚减薄量是产生侧隙的主要因素，如果控制了齿厚也就控制了侧隙，从而控制了齿轮传动的空回，使仪器达到预定的精度要求。

齿轮的齿厚可以用测量公法线长度、固定弦齿厚以及测量圆棒 $M$ 值等方法进行控制。在小模数齿轮生产中，国内外广泛应用测量 $M$ 值的方法控制齿厚。

在小模数齿轮设计中，须对齿轮的公称 $M$ 值进行计算。但由于计算公式烦琐，计算出的数值往往不准确。在生产实践中，直齿渐开线齿轮的 $M$ 值已表格化。阿基米德蜗杆的 $M$ 值也有近似表格可查。计算仪器中使用较多的螺旋齿轮（包括平行轴情况下传动的斜齿轮），由于增加了螺旋角 $\beta$ 这一变量，给编制 $M$ 值表带来了困难。长期以来，国内外在设计螺旋齿轮时，都是用较烦琐的公式或稍简化了的计算精度不高

的公式进行计算。同时，我们发现计算螺旋齿轮 $M$ 值的公式极不统一，计算出的 $M$ 值相差较大，无法用来指导生产，使我们在生产中走了不少弯路，尤其是奇数齿螺旋齿轮 $M$ 值的计算公式和测量方法，我们感到在原理上存在着问题，特别是在齿数少的情况下，计算出的数据无法采用。这主要是在研究齿轮几何问题时没有把各种各样外表上相差甚远的渐开线齿轮在几何学上看作一个整体所造成的结果。因此，迫切需要正确而有效地解决 $M$ 值的计算问题，对此，我们进行了较长时间的摸索和探讨，整理了一套齿轮和蜗杆 $M$ 值的精确且简便的计算方法，并在生产实践中得到了验证。

## 二、接触测量必须满足的两个基本条件

用圆棒测量齿厚的方法是一种接触测量方法，所以在探讨各种渐开线齿轮 $M$ 值计算公式的一般表达式之前，首先必须弄清楚接触测量的基本特性。

接触测量既简单又可靠，所以在机械量几何量的测量中用得广泛。用接触测量方法进行精密测量时，量具总是以面（平面或曲面）与被测零件的表面（平面或曲面）相接触。这种接触形式的接触应力较小。此外，在接触测量中量具与被测零件表面之间总是不能相互侵入的，而且零件尺寸的测量总是在静止状态或相对静止状态中进行。根据这些基本原理，就可得知接触测量应满足下面两个基本条件。

1. 两曲面（包括共轭齿面）相接触时接触点必有公法线（必要条件）；
2. 静态下的接触测量必须满足力学上的静力平衡条件，即力平衡和力矩平衡：

$$\sum F_i = 0; \quad \sum M_i = 0$$

目前计算  $M$  值的各种类型公式及测量方法所以产生误差甚至错误，原因之一就在于没有注意到上述两个基本条件（后面将详细讨论这个问题）。

### 三、渐开线齿轮 $M$ 值计算公式的 一般表达式及测量方法

#### （一）齿条的 $M$ 值计算

齿条是齿轮的原始形式，其齿面是平面，几何形状最为简单。 $M$  值的测量如图 1-1 所示。把与齿条模数相对应，直

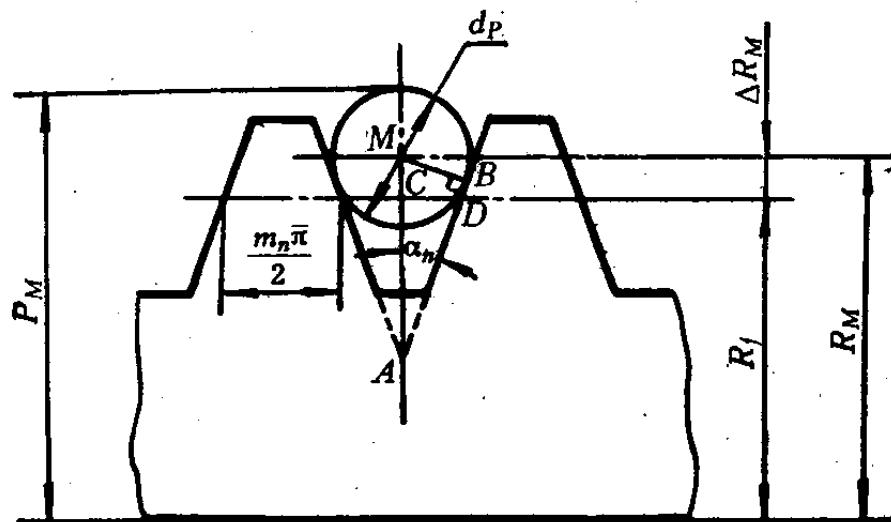


图 1-1 齿条  $M$  值计算

径为  $d_p$  的圆棒置于齿条的齿槽中，用测微仪或千分尺测量出  $P_M$  值即可。

$P_M$  值的计算公式如下：

$$P_M = R_f + \frac{1}{2} d_p \quad (1-1)$$

$$R_f = R_f + \Delta R_f \quad (1-2)$$

式中  $R_f$  —— 为齿条节线到基准面的距离。

由图 1-1 可求出齿条  $\Delta R_M$  值的一般表达式，从圆棒中心作齿条齿面的法线交于  $B$  点。

$$MB = \frac{1}{2} d_p$$

由直角三角形  $MAB$  得：

$$MA = \frac{d_p}{2 \sin \alpha_n}$$

$$CD = \frac{m_n \pi}{4} \quad (\text{位于节线上})$$

由  $\Delta CDA$  可知：

$$CA = CD \cdot \operatorname{ctg} \alpha_n$$

$$\text{故 } \Delta R_M = MA - CA = \frac{d_p}{2 \sin \alpha_n} - \frac{m_n \pi}{4} \operatorname{ctg} \alpha_n$$

考虑到变位，所以  $\Delta R_M$  的一般式如下：

$$\Delta R_M = \frac{d_p}{2 \sin \alpha_n} - \frac{m_n \pi}{4} \operatorname{ctg} \alpha_n + \xi_n m_n \quad (1-3)$$

由于斜齿条的法截面几何特性与直齿条法截面的几何特性完全一样，故 (1-3) 式对直、斜齿条均适用。

## (二) 直齿轮 $M$ 值计算

直齿轮是平面问题，几何形状虽然较齿条复杂一些，但是相对于螺旋齿轮还是简单的。其  $M$  值的测量如图 1-2 所示。

对于偶数齿：

$$M = 2R_M + d_p \quad (1-4)$$

对于奇数齿：

$$M = 2R_M \cos \frac{\pi}{2z} + d_p \quad (1-5)$$

式中  $R_M$ ——圆棒轴线与被测齿轮轴线之间的距离。

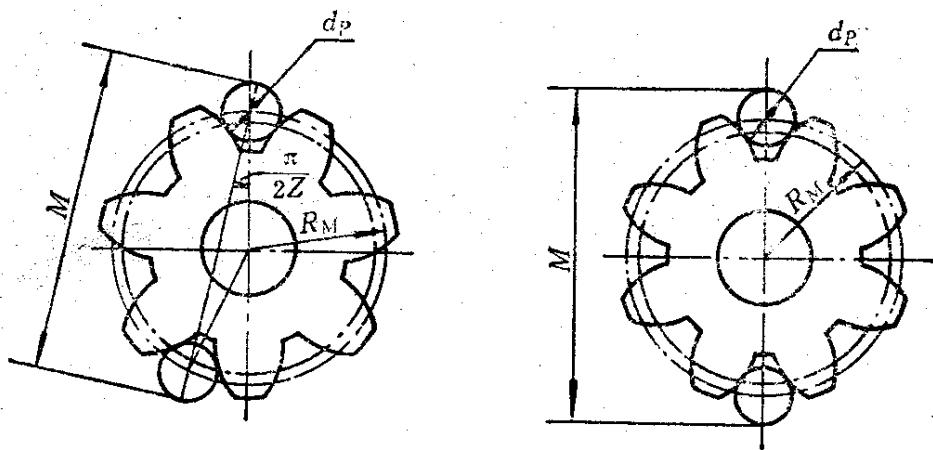
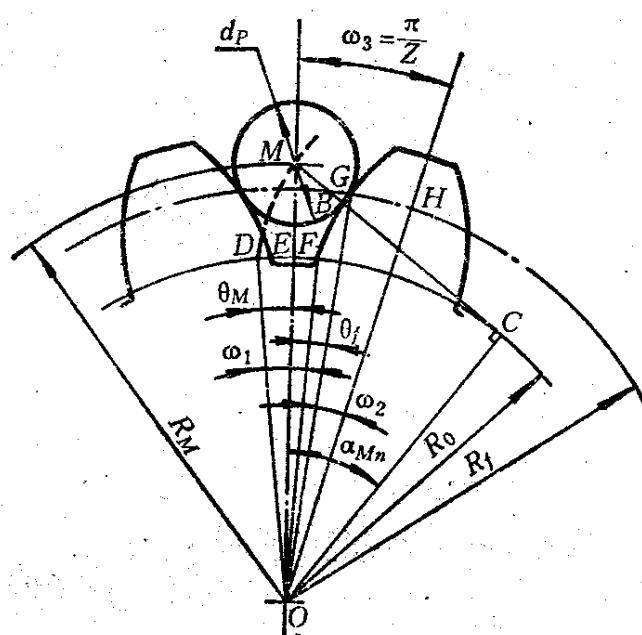


图1-2 测量直齿轮M值

图1-3 圆棒中心假想压力角 $\alpha_{Mn}$ 求解

$R_M$ 的计算公式(图1-3)如下:

$$MO = R_M = \frac{R_o}{\cos \alpha_{Mn}} = R_f \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{Mn}} \quad (1-6)$$

$\alpha_{Mn}$ 角的求法如下:

$$\operatorname{inv} \alpha_{Mn} = \theta_M = \omega_1 + \omega_2 + \theta_f - \omega_3$$

$$\omega_1 = \frac{\widehat{DF}}{R_0} = \frac{MB}{R_0} = \frac{d_p}{2R_0} = \frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n}$$

$$\begin{aligned}\omega_2 &= \frac{\widehat{GH}}{R_f} = \frac{S_f}{2R_f} = \frac{S_f}{m_n z} \\ &= \frac{1}{m_n z} \left( \frac{m_n}{2} + 2\xi_n m_n \operatorname{tg} \alpha_n \right)\end{aligned}$$

$$\theta_f = \operatorname{inv} \alpha_n$$

故  $\operatorname{inv} \alpha_{Mn} = \frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv} \alpha_n + \frac{\Delta S_f}{d_f}$  (1-7)

$$\begin{aligned}\operatorname{inv} \alpha_{Mn} &= \frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} \\ &\quad + \operatorname{inv} \alpha_n + \frac{2\xi_n \operatorname{tg} \alpha_n}{z}\end{aligned}\quad (1-8)$$

式 (1-7) 可作如下简化, 将其与中心在分度圆上的圆棒  $d_{p0}$  加以比较使计算进一步简化。

当圆棒中心位于分度圆上时, 圆棒中心的假想压力角  $\alpha_{Mn} = \alpha_n$ 。

由公式 (1-8) 立即可得到:

$$\frac{d_{p0}}{m_n z \cos \alpha_n} = \frac{\pi}{2z} - \frac{2\xi_n \operatorname{tg} \alpha_n}{z} \quad (1-8a)$$

$$d_{p0} = \left( \frac{\pi}{2} - 2\xi_n \operatorname{tg} \alpha_n \right) m_n \cos \alpha_n \quad (1-9)$$

令  $\left( \frac{\pi}{2} - 2\xi_n \operatorname{tg} \alpha_n \right) \cos \alpha_n = K_p$

$$d_{p0} = K_p m_n$$

$K_p$  是  $\xi_n$ 、 $\alpha_n$  的函数, 当  $\alpha_n$  一定时:

$K_p = f(\xi_n)$ , 不同的  $\xi_n$  对应不同  $K_p$ 。①

比较式 (1-8) 与式 (1-9) 得:

$$\operatorname{inv} \alpha_{Mn} = \frac{d_p - d_{p0}}{m_n z \cos \alpha_n} + \operatorname{inv} \alpha_n \quad (1-10)$$

上式也可由同侧齿面的两渐开线是等距线这一性质直接求得。

由于渐开线齿轮 (包括直齿轮、螺旋齿轮、蜗杆) 的渐开线总是在端面上。所以, 与渐开线函数有关的计算公式也都在端面上。为便于螺旋齿轮  $M$  值计算公式的推导, 式 (1-6) 和式 (1-8) 可写成下列普遍形式:

$$R_M = R_f \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_{Ms}} \quad (1-11)$$

$$\operatorname{inv} \alpha_{Ms} = \frac{d_p}{m_s z \cos \alpha_s} - \frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv} \alpha_s + \frac{2\xi_s \operatorname{tg} \alpha_s}{z} \quad (1-12)$$

### (三) 螺旋齿轮 $M$ 值计算——一般齿轮 $M$ 值的计算

直齿轮  $M$  值的计算较简单, 它不能表达螺旋齿轮  $M$  值的计算。螺旋齿轮是直齿轮的发展, 当螺旋角  $\beta_f = 0$  时就是直齿轮。因此, 渐开线螺旋齿轮是渐开线齿轮的普遍形式。研究螺旋齿轮  $M$  值的计算公式也将具有普遍意义。

下面从直齿轮入手, 推导一般齿轮 (螺旋齿轮) 的  $M$  值计算公式。

螺旋齿轮具有下面两个基本性质:

- (1) 螺旋齿轮与直齿轮一样, 渐开线仍在端面上;
- (2) 螺旋齿轮齿面几何特性发生了根本的变化。

直齿轮齿面法线在端面内, 螺旋齿轮齿面法线偏离了端

---

●  $K_p$  值见参考文献 [9] 第 209 页。

面，与端面成  $\beta_0$  夹角， $\beta_0$  为基圆柱上的螺旋角， $\sin\beta_0 = \sin\beta_f \cos\alpha_n$ 。

下面根据螺旋齿轮齿面基本性质，推导其  $M$  值计算公式。

根据螺旋齿轮的第一个性质，在图 1-4 中假定有一个直

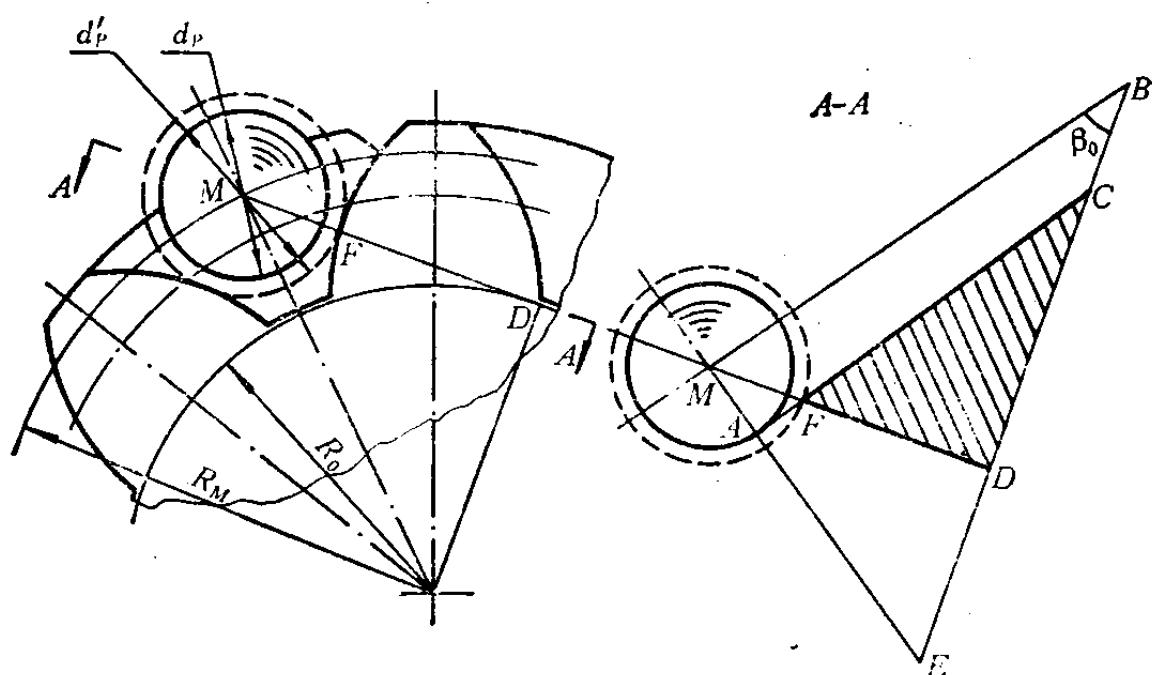


图1-4 球及圆片在螺旋齿轮齿槽中的状态

径为  $d'_p$ ，厚度为 0 的圆片置于螺旋齿轮的端截面齿槽中，则圆片中心到齿轮轴线的垂直距离应满足式 (1-11)， $\alpha_{Ms}$  应满足式 (1-12)，即：

$$R_M = R_f \frac{\cos\alpha_s}{\cos\alpha_{Ms}}$$

$$\operatorname{inv}\alpha_{Ms} = \frac{d'_p}{m_s z \cos\alpha_s} - \frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv}\alpha_s + \frac{2\xi_s \operatorname{tg}\alpha_s}{z} \quad (1-13)$$

如果将假想的圆片改成直径相同的圆棒或球（图 1-4 以球给出），则由螺旋齿轮的第二个基本特性及接触测量应满足的第一个基本条件——接触点必须有公法线，可知中心在  $M$  点的实际圆棒或球的直径，不可能是  $d'_p$ （由图 1-4 右面的

剖视图可看到，如果是球就要发生干涉）。只能是  $d_p$ ，两者满足下列关系式：

$$d'_p = \frac{d_p}{\cos \beta_0} \quad (1-14)$$

式中  $\beta_0$ ——基圆柱上的螺旋角。

将式 (1-14) 代入式 (1-13) 得螺旋齿轮圆棒中心对应的假想压力角计算公式：

$$\begin{aligned} \operatorname{inv} \alpha_{Ms} &= \frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n \cos \beta_0} \\ &\quad - \frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv} \alpha_s + \frac{2\xi_s \operatorname{tg} \alpha_s}{z} \end{aligned} \quad (1-15)$$

由于  $\xi_s \operatorname{tg} \alpha_s = \xi_n \operatorname{tg} \alpha_n$

及  $m_s = \frac{m_n}{\cos \beta_s}$ ;  $\cos \alpha_s \cos \beta_0 = \cos \beta_s \cos \alpha_n$

因此，测量一般齿轮（螺旋齿轮）时，圆棒中心所对应的假想压力角  $\alpha_{Ms}$  的计算公式最终可表达如下：

$$\operatorname{inv} \alpha_{Ms} = \frac{d_p}{m_n z \cos \alpha_n} - \frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv} \alpha_s + \frac{\xi_n \operatorname{tg} \alpha_n}{z} \quad (1-16)$$

将式 (1-16) 与式 (1-8) 和式 (1-8 a) 比较得：

$$\operatorname{inv} \alpha_{Ms} = \frac{d_p - d_{p0}}{m_n z \cos \alpha_n} + \operatorname{inv} \alpha_s \quad (1-17)$$

$$\text{或 } \operatorname{inv} \alpha_{Ms} = \frac{d_p - d_{p0}}{D_0 \cos \beta_0} + \operatorname{inv} \alpha_s \quad (1-18)$$

式中  $D_0$ ——基圆直径。

$$d_{p0} = K_p m_n \quad (K_p \text{ 与直齿轮同})$$