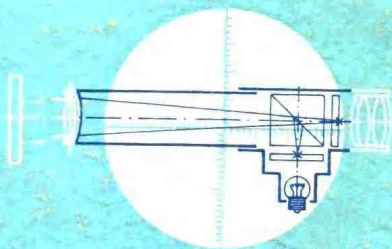


光学测量与仪器



国防工业出版社

内 容 简 介

本书共分三篇，第一篇为光学测量基础；第二篇为光学玻璃和光学零件的测量；第三篇为光学系统的测量。

第一篇的内容为：光学测量的基本知识和基本仪器。第二篇的内容为：光学玻璃性能、光学零件和光学薄膜性能的测量。第三篇的内容为：望远系统、照像系统和照相系统的测量；光学系统象差的测量和象质评定；受象管与红外夜视仪器的测量。

书后附有光学玻璃及光学晶体的性能表，测量中常用的各种灯泡及小角度对边表等。
本书供光学工厂及光学仪器专业的工人、技术人员、工农兵学员和教师参考。

光学测量与仪器

《光学测量与仪器》编辑组 编

国防工业出版社

北京市科委出版基金资助项目出版字第074号

国防工业出版社印刷厂印装 内部发行

787×1092¹/₁₆ 印张66⁷/₈ 插页8 1575千字

1978年8月第一版 1978年8月第一次印刷 印数：0,001—2,000册

统一书号：N15034·1615 定价：8.05元

前 言

在毛主席革命路线指引下，我国光学工业战线上的广大职工，坚决贯彻执行党的“鼓足干劲，力争上游，多快好省地建设社会主义”的总路线，使得我国光学工业的发展取得了很大成绩。特别是经过无产阶级文化大革命和批林批孔运动，广大革命职工提高了阶级斗争和两条路线斗争的觉悟，狠抓革命，猛促生产，使光学工业的形势越来越好。

在社会主义革命和社会主义建设的一派大好形势下，为了更好地贯彻执行毛主席“独立自主，自力更生”，“打破洋框框，走自己工业发展道路”的伟大方针，尽快地实现毛主席提出的“赶上和超过世界先进水平”的伟大号召和实现四届人大提出的“在本世纪内把我国建设成为社会主义的现代化强国”的宏伟目标，我们根据光学工业战线上广大工人和技术人员在三大革命实践中总结出来的经验，编写了这本《光学测量与仪器》。

《光学测量与仪器》主要是供光学工厂从事测试和检验等有关工人和技术人员，以及光学仪器专业的师生使用。本书内容侧重于军用光学仪器领域的光学测量及其基本仪器。

本书在编写过程中，得到全国许多工厂、机关、学校、科研单位和光学工业战线上广大革命职工的热情关怀和大力支持，对此表示衷心的感谢。

由于我们思想和业务水平不高，调查研究不够深入广泛，书中一定存在很多缺点和错误，诚恳地希望同志们批评指正。

《光学测量与仪器》编辑组

一九七六年六月

目 录

第一篇 光学测量基础

第一章 光学测量的基本知识	3
第一节 测量误差和测量结果的数据处理	3
第二节 眼睛	20
第三节 对准精度	29
第四节 光度学基本量的测量	40
第二章 光学测量的基本仪器	60
第一节 平行光管	60
第二节 前置镜	81
第三节 目镜测微器	97
第四节 测量显微镜	111
第五节 光具座	131
第六节 棱镜透镜干涉仪	150
第七节 刀口仪	156
第八节 精密测角仪	166
第九节 光学经纬仪	203
第十节 光学象限仪	227
第十一节 精密水准仪	231
第十二节 单色光仪	247
第十三节 透过率测定仪	262
第十四节 分光光度计	268

第二篇 光学玻璃和光学零件的测量

第一章 光学玻璃性能的测量	291
第一节 光学玻璃折射率的测量	291
第二节 光学玻璃条纹度的检验	322
第三节 光学玻璃气泡度的测量	324
第四节 光学玻璃光吸收系数的测量	327
第五节 光学玻璃双折射的测量	330
第六节 光学玻璃均匀性的测量	344
第七节 耐辐射光学玻璃耐辐射性能的测量	353
第八节 光学玻璃化学稳定性的测量	357
第九节 有色光学玻璃光谱特性的测量	360
第十节 有色光学玻璃色度的测量	370
第十一节 乳白玻璃光学性能的测量	377
附录 2.1 F.1 玻璃线膨胀系数的测量	378
附录 2.1 F.2 玻璃比重的测量	381
附录 2.1 F.3 TQ ₁ 玻璃透气性能试验方法	383

第二章 光学零件的测量	385
第一节 光学零件面形误差的检验	385
第二节 棱镜角度的测量	417
第三节 多面体角度的测量	427
第四节 光学零件平行度的测量	444
第五节 曲率半径的测量	476
第六节 焦距和顶焦距测量	500
第七节 平面光学零件光焦度的测量	524
第八节 透镜偏心差的测量	542
第九节 透镜中心厚度的测量	575
第十节 光学零件分辨率的测量和象质检验	577
第十一节 水准泡角值的测量	582
第十二节 度盘的检验	592
第三章 光学薄膜性能的测量	633
第一节 积分反射率的测量	633
第二节 光谱反射率的测量	637
第三节 剩余反射率的测量	639
第四节 光谱透过率的测量	645
第五节 薄膜厚度的测量	650
第六节 薄膜折射率的测量	652
附录 2.3 F.1 薄膜机械强度的测量	657
附录 2.3 F.2 薄膜内应力的测量	660

第三篇 光学系统的测量

第一章 望远系统的测量	667
第一节 望远系统视度的测量	667
第二节 望远系统视差的测量	672
第三节 望远系统出瞳直径与眼点距离的测量	694
第四节 望远系统视放大率的测量	700
第五节 望远系统视场与分划值的测量	703
第六节 望远系统分划倾斜与象倾斜的测量	710
第七节 望远系统分辨率的测量与象质检验	728
第八节 望远系统透过率的测量	737
第九节 双目望远系统特殊性能的检验	745
第十节 内基线测距机特殊性能的测量	764
附录 3.1 F.1 望远系统测角机构的检验仪器	796
第二章 显微系统的测量	811
第一节 显微系统放大率的测量	811
第二节 显微物镜数值孔径的测量	816
第三节 显微镜视场的测量	819
第四节 显微镜分辨率的测量	820
第五节 体视显微镜的测量与检校	822
第六节 显微物镜装校过程中的检验	828
第三章 照相系统的测量	833
第一节 照相机相对孔径和有效光阑指数的测量	833

第二节	照相物镜分辨率的测量	841
第三节	照相物镜杂光系数的测量	863
第四节	照相物镜透过率的测量	869
第五节	照相物镜畸变系数的测量	874
第六节	照相物镜象面照度均匀性的测量	878
第七节	变焦距照相物镜象面稳定性的测量	881
第八节	感光材料测试的仪器	883
第四章	光学系统象差的测量与象质评定	898
第一节	焦外测量法	898
第二节	焦面测量法	907
第三节	航空摄影测量物镜畸变的测量	920
第四节	星点检验法	927
第五节	干涉法测量物镜象差	938
第六节	阴影法测量物镜几何象差	943
第五章	变象管与红外夜视仪器的测量	948
第一节	变象管分辨率的测量	948
第二节	变象管放大率的测量	957
第三节	变象管畸变的测量	961
第四节	变象管光电阴极光谱特性的测量	964
第五节	变象管积分灵敏度及红外灵敏度的测量	969
第六节	变象管转换增益的测量	976
第七节	变象管暗背景亮度的测量	981
第八节	变象管观察灵敏度的测试	984
第九节	红外夜视仪器测量的一般问题	988
第十节	红外夜视仪器分辨率的测量	989
第十一节	红外夜视仪器视场的测量	993
第十二节	红外夜视仪器视放大率的测量	996

附 录

附录 I	无色光学玻璃性能表	1001
附录 II	有色光学玻璃	1009
附录 III	国内外有色光学玻璃牌号对照表	1045
附录 IV	光学晶体性能表	1046
附录 V	光谱灯	1048
附录 VI	高压水银灯	1050
附录 VII	超高压水银灯	1051
附录 VIII	氩弧灯、氙灯	1052
附录 IX	超高压氙灯	1053
附录 X	氦氖激光器	1054
附录 XI	光学仪器灯泡	1057
附录 XII	钨带灯	1058
附录 XIII	小角度对边表	1059

第 一 篇

光 学 测 量 基 础



第一章 光学测量的基本知识

第一节 测量误差和测量结果的数据处理

一、误差的分类

用测量工具作为手段，求出用所选择的标准测量单位来表示未知量数值的过程称为测量。

使未知量直接与标准量相比较叫直接测量。

未知量通过一定的函数关系（公式）与几个变量相联系，需要分别对各变量进行直接测量，再把它们代入公式中进行计算求得未知量，这种测量叫间接测量。

光学测量中常用到的方法为直接测量和间接测量，本节只就这两种测量方法的误差进行介绍。

由于测量方法和所用仪器、工具不可能绝对完善，测量条件的控制不可能绝对严格，测量者个人生理器官的本能缺陷等，任何测量都是有误差的。

测量误差 = 测量所得数值 - 未知量的真实值

可见任何测量结果只不过是未知量真实值的一定程度的近似值而已，而测量结果中也只有有限的几个有效数字（并非全部）是可靠的。

测量误差按性质分为三类：

1. 偶然误差

凡每一个单独的误差的出现没有一定的规律性，其数值大小和性质不固定者，称为偶然误差。

我们以同样的仔细程度，在认为相同的条件下，对同一个未知量重复地进行多次测量，每次所得的数值总不是完全一致的，各数值的最后几位数（一位或二、三位）总是有些不一致。这种不一致是由于许许多多互不相关的独立因素引起的微量变化的综合作用的结果。例如在测量过程中，湿度的微量变化，空气的扰动，测量人员感觉器官的生理变化等等。

偶然误差的符号和大小按照高斯误差函数分布。图 1.1.1-1 所示的就是高斯误差函数曲线，或者叫正态分布曲线。纵坐标 y 为或然率密度，横坐标 x 为偶然误差，误差介于 x 与 $x+dx$ 之间的或然率 dP 为[●]

$$dP = ydx \quad (1.1.1-1)$$

误差在区间 $[a, b]$ 中的或然率 P 为

$$P = \int_a^b ydx \quad (1.1.1-2)$$

公式 1.1.1-2 所表示的或然率积分，可以在一般数学手册中查到具体数值。图 1.1.1-1

● 或然率又叫概率，或然率的大小说明某一事物出现的机会多少。

中只对几个特殊的区间给出或然率 P 的数值。例如，任一观测值的误差介于 $\pm m$ 之间的或然率为 68%，介于 $\pm \delta$ 之间的或然率为 58%。 m 是中误差， δ 是算术平均误差，其计算公式见表 1.1.1-1。

图 1.1.1-1 中还有 $-\rho$ 与 $+\rho$ 两个点， ρ 叫做或然误差，任一观测值的误差介于 $\pm \rho$ 之间的或然率为 50%。换句话说，在 100 次测量中，有 50 次的误差比 ρ 小，其他 50 次的误差比 ρ 大。

理论上讲，正态分布曲线可以延伸到无限远处；从实用观点看，图 1.1.1-1 中 $-M$ 与 $+M$ 两点就是曲线的截止点，因为在 1000 次测量中，误差介于 $\pm M$ 之间的就有 997 次。 M 叫做极限误差。按照正态分布规律， M 刚好是中误差 m 的三倍。

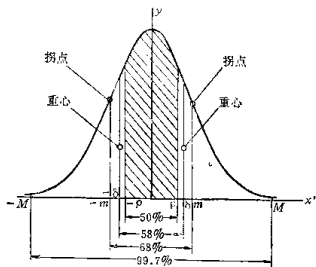


图 1.1.1-1

$$M = 3m \quad (1.1.1-3)$$

从图 1.1.1-1 还可以看到偶然误差的以下性质：

(1) 绝对值较小的误差比绝对值较大的误差出现的机会多。

(2) 绝对值相等的正误差与负误差出现的机会相等。

(3) 偶然误差之和总是一个有限的微小量，当测量次数无限增加时，其和趋近于零。

因此，测量结果的算术平均值是最可靠值（近似的真值）。

偶然误差的大小可以说明测量所得数值的重复性如何，而所谓测量结果的精度高低也就是指所得未知量数值重复性的好坏程度。所以，偶然误差决定了测量的精度。

偶然误差无法完全消除，只有增加仪器的灵敏度和采用多次重复测量的办法，有可能减弱偶然误差的影响，提高测量的精度。

如果测量仪器的灵敏度不够高，偶然误差则往往表现不出来，每次重复测量所得的结果总是同一个数值，这说明所用仪器太差，并不意味着精度高。但是，重复测量所得的结果彼此相差很大，也不正常。好的测量应该是，在仔细地从事测量的情况下，所得各次测量数值既有相同的，又有稍稍相差的。因此，测量结果中各值不完全相同（而是稍有差异）是正常的，必然的。

2. 系统误差

凡误差数值固定或数值按一定规律变化者，称为系统误差。

系统误差来源于：1) 仪器不良，如刻度不准，零位不准等；2) 周围环境的改变，如外界温度，压力，湿度的变化等；3) 测量人员个人的习惯与偏向，如读数常偏高或偏低等所引起的误差。

系统误差就个体而言具有规律，因此可以用实验的方法消除，也可用引入修正值的方法消除。

系统误差说明测量结果偏离未知参量的真实值的程度，因此，系统误差的大小决定了测量的准确度。

在日常用语中，某一仪器的精度高低往往就是指仪器的准确程度，但严格地讲，精度与准确度是两个不同的概念。在图 1.1.1-2 中， X 是未知参量的真实值； θ 为系统误差； M_1 、 M_2 为测量结果的上、下限。 M_1 和 M_2 之间的这一段区间 $2M$ 的大小代表测量结果的不确定的程度，也就是偶然误差的大小程度。可见一个精密的测量结果 ($M \approx 0$) 可以是不准确的 ($\theta \neq 0$ ，且较大，超过允许范围)；也可以是准确的 ($\theta \approx 0$)。

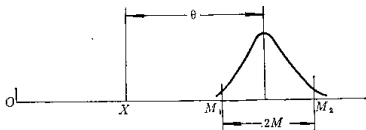


图 1.1.1-2

我们所希望的测量结果则是既精密 ($M \approx 0$ 或很小)，又准确 ($\theta \approx 0$ 或很小)。

系统误差和偶然误差在实际测量中常常同时发生，有时难以区分。有时从制造上讲属于偶然误差，但从使用的角度讲可以是系统误差。区分的准则是：“精密”对应于偶然误差小，“准确”对应于系统误差小。

系统误差的发现和消除，对一切测量工作均具有头等重要的意义。如螺纹的空回用向一个方向转动来排除；度盘的偏心差用相对 180° 位置上测量来消除等等。本节后面讨论误差表示方法及测量数据处理时，均假定系统误差已排除或者说系统误差比偶然误差小得多，而将讨论范围只限于偶然误差这一项。

3. 粗差 (过失误差)

粗差是一种明显与事实不符的误差。它主要是由于粗枝大叶，过度疲劳或操作不正确等引起。例如读错刻度值、记录错误、计算错误等。此类误差无规则可循，就数值而言，一般远超过同一客观条件下的系统误差或偶然误差，只要细心操作，多方注意，粗差是可以避免的。凡确实含有粗差的测量数据应舍去不用，因为它是不值得相信的。为此，可先求出中误差 m (参看表 1.1.1-1 中公式)，而将误差超过 $3m$ 的测量数据舍去。

二、等精度直接测量结果的数据处理

测量数据数字处理的目的是根据带有偶然误差的观测值求出最可靠值和评定它的精度。

在测量中，认为全部测量结果同样可靠，称为等精度测量。

根据偶然误差正态分布规律得出的，处理等精度直接测量数据的公式汇总如表 1.1.1-1 所示。

表 1.1.1-1

计算 公式	备 注
算术平均值 $\bar{l}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i$	l_i ——每次测量得到的数值； \bar{l}_n ——算术平均值(即最可靠值)； n ——测量的总次数；
$v = l_i - \bar{l}_n$	v_i ——各测量值的残余误差，简称残差； i —— $1 \sim n$

计算公式		备注	
单次测量观测值的误差	$m = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}}$	m ——单次测量的中误差;	
	$\rho = 0.6745 m \approx \frac{2}{3} m$	ρ ——单次测量的或然误差;	
	$\delta = 0.7979 m \approx \frac{4}{5} m$	δ ——单次测量的算术平均误差, $\delta = \frac{\sum_{i=1}^n v_i }{n}$;	
	$M = 3m \approx 4.5\rho$	M ——单次测量的最大可能误差 (极限误差)	
算术平均值(观测结果)的误差	$S = \frac{m}{\sqrt{n}}$	S ——算术平均值 l_{00} 的中误差;	
	$R = \frac{\rho}{\sqrt{n}}$	R ——算术平均值 l_{00} 的或然误差;	
	$T = \frac{\delta}{\sqrt{n}}$	T ——算术平均值 l_{00} 的算术平均误差;	
	$\lambda_{限} = 3S \approx 4.5R$	$\lambda_{限}$ ——算术平均值 l_{00} 的最大可能误差 (极限误差)	
测量结果的量差表示方式	对于测量	$x = l_{00} \pm S$	x ——被测量量的真值
	对于实验量	$x = l_{00} \pm R$	
		$x = l_{00} \pm T$	
	对于技术工程测量	$x = l_{00} \pm \lambda_{限}$	
		$x = l_{00}$	

表 1.1.1-1 中所列各项误差可作为判定测量精度的依据。 m 、 ρ 、 δ 、 M 之间的换算关系如表 1.1.1-2 所示。

表 1.1.1-2

误差	m	ρ	δ	M
m	1.0000	1.4826	$1.2533 \left(\approx \frac{5}{4} \right)$	0.3333
ρ	$0.6745 \left(\approx \frac{2}{3} \right)$	1.0000	$0.8454 \left(\approx \frac{11}{13} \right)$	0.2248
δ	$0.7979 \left(\approx \frac{4}{5} \right)$	1.1829	1.0000	0.2660
M	3.0000	4.4478	3.7599	1.0000

在光学测量中, 我们习惯用中误差 m 来表达测量精度。算术平均误差 δ 仅在简单的测量中用来说明测量精度, 一般不采用。或然误差 ρ 为某些国家所惯用。

下面用一个例子说明表 1.1.1-1 中某些公式的应用。

一个正透镜的中心厚度用同一仪器测量 10 次, 测量值及计算结果如下:

序 号	l_j (毫米)	v_j (微米)	v_j^2	$ v_j $
1	5.271	-5	25	5
2	5.275	-1	1	1
3	5.279	3	9	3
4	5.277	1	1	1
5	5.282	6	36	6
6	5.276	0	0	0
7	5.277	1	1	1
8	5.274	-2	4	2
9	5.275	-1	1	1
10	5.274	-2	4	2
$\bar{l}_n = 5.276$		$[\sum v v] = \sum v_j^2 = 82$		$\sum v_j = 22$

$$\text{中误差 } m = \pm \sqrt{\frac{[\sum v v]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{82}{10-1}} = \pm 3 \text{ (微米)} \ominus$$

$$\text{算术平均误差 } \delta = \frac{\sum |v_j|}{n} = \frac{22}{10} = \pm 2.2 \text{ (微米)}$$

$$\frac{\delta}{m} = \frac{2.2}{3} = 0.73$$

上述例子中 δ 与 m 的比值 0.73 与表 1.1.1-1、1.1.1-2 中给出的 0.7979 有些出入。原因在于，表 1.1.1-1、1.1.1-2 中的数值是根据理想的正态分布曲线计算的。如果对一个物理量的测量次数无限制增加，观测值的分布会逐渐接近正态分布。但在事实上，测量次数总是有限的（几次或几十次），因此与理论值总有些出入。

此外还要注意，表 1.1.1-1、1.1.1-2 适用于正态分布，而正态分布规律并非唯一的规律。图 1.1.1-3 是光学测量中遇到的另一种分布情况，偶然误差在区间 $[-M, M]$ 内任何一点出现的或然率都相等，因此称为等或然率分布规律，或者叫矩形分布规律。例如，在焦深范围内人眼感觉象的清晰程度相同，因此调焦误差遵守矩形分布规律。参看 1.1.1.3 节二/1 小节 \ominus 。

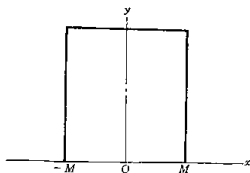


图 1.1.1-3

对于矩形分布规律，可以证明极限误差 M 为中误差 m 的 $\sqrt{3}$ 倍，即

$$m = \frac{M}{\sqrt{3}} \quad (1.1.1-4)$$

● $[\sum v v]$ 的意义与 $\sum v_j^2$ 相同。 $[\]$ 也是一种常用的相加符号，有时又称高斯符号或高斯括弧。举例如下：

$$[a a] = a_1 a_1 + a_2 a_2 + \dots + a_n a_n$$

$$[a b] = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

$$[c x] = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

$$[v] = v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

● 1.1.1.3 节指本书第一编第一章第三节。二/1 小节指第三节中第二小节的第 1 条。

三、有效数字及计算法则

1. 有效数字

在测量和数值计算中，确定该用几位数字来代表测量或计算的结果，是一件很重要的事情。

正确的写法应当保证除末位数字为可疑或不确定外，其余各位数字都是准确的。通常除特别规定外，认为末位数字可有 ± 1 的误差，或者其下一位(已舍去)的误差不超过 ± 5 。

在记录一数据时，只应保留一位不准确数字，其余数字均为准确数字，我们称此时所记的数字均为有效数字。

有效数字是指一个数中表示数的大小的那几位，但不包括用来指示小数点位置的零。例如 123 毫米，其有效位数为 3，即测量结果介于 122.5~123.5 之间。同一个测量结果也可以写成 0.000123 公里，其有效位数亦为 3，小数点后的三个零仅供指示小数点的位置用，只与所取单位有关，因此这三个零不算有效数字。而 123.0 毫米，则表示有效位数为 4，其前三位是准确的，测量值介于 122.95~123.05 之间。同理， 1.230×10^4 表示有效位数为 4 位。

2. 计算法则

在数据处理中，常有一些精度不相等的数值参加同一运算，为了节省时间且避免因计算过繁引起错误，下面介绍一些常用的运算的基本准则。

1) 记录测量数值时，只保留一位可疑数字。

2) 除非另有规定，可疑数字表示末位上有 ± 1 个单位，或下一位有 ± 5 个单位的误差。

3) 当有效数字位数确定后，其余数字应一律舍去。舍去办法：凡末位有效数字的下一位数字大于 5，则末位有效数字增加 1，小于 5 则舍去不计。等于 5 时，如前一位为奇数，则增加 1，使成偶数；如前一位已为偶数，则将 5 舍去不计。例如 27.0249，取四位有效数字时结果为 27.02，取五位有效数字时结果为 27.025。但将 27.025 与 27.035 取四位有效数字时，则分别为 27.02 与 27.04。

4) 计算有效数字位数时，若第一位有效数字等于 8 或大于 8，则有效数字位数可多计算一位。例如 9.05，实际虽只三位，但在计算有效数字时，可作四位计算。

5) 加减计算中，各数所保留的小数点后的位数，应与所给各数中小数点后位数最少的一致或比该数多一位。例如将 13.87、0.0078、1.635 三个数相加时，应写为 $13.87 + 0.008 + 1.635 = 15.513$ 。多保留一位的目的，是不致于因舍入而严重影响结果的精度，因此多保留的一位数字常称为安全数字。

6) 在乘除计算中，各因子保留的位数，以百分误差最大或有效数字位数最少的因子为标准；所得积或商的有效位数也应与各因子一致。例如在 $0.0126 \times 28.93 \times 1.08362$ 中：

$$0.0126 \text{ 的百分误差为 } \frac{1}{126} \times 100\% = 0.79\%;$$

$$28.93 \text{ 的百分误差为 } \frac{1}{2893} \times 100\% = 0.03\%;$$

$$1.08362 \text{ 的百分误差为 } \frac{1}{108362} \times 100\% = 0.0009\%。$$

可见第一个数 0.0126 的百分误差最大，故应以此数为标准来确定其它数值及乘积的有效数字位数，即一律取三位有效数字，由此得到： $0.0126 \times 28.9 \times 1.08 = 0.393$ 。

为了避免引起新的凑整误差，有时常多保留一个安全数字，例如在本例中将乘积写成 0.3933。

7) 在对数计算中，所取对数的小数位数应与真数有效位数相等。可见对几位有效数字的数，应采用几位对数表计算。

8) 计算平均值时，若为四个数或四个以上的数相平均，则平均值的有效数字位数可比原来的数多一位。

9) 常数 π 、 e ，以及 $\sqrt{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ 一类数的有效数字位数，可认为无限制，需要几位就取几位。

10) 表示测量精度的 m 、 ρ 、 δ 各量，在大多数情况下，只取一位有效数字就可以，最多取两位有效数字。

3. 最可靠值（算术平均值）的简便算法

若在一个测量中，有效数字位数很多，或测量次数很多，将所有测量值相加求算术平均值时，不仅计算很繁，而且容易发生错误，故常用简易算法求平均值，方法如下：

设测量值为 n 个，任选其中一个测量值 l' 作为临时标准值，将各测量值与 l' 相减，得

$$\begin{aligned} dl'_1 &= l_1 - l' \\ dl'_2 &= l_2 - l' \\ &\dots\dots\dots \\ dl'_n &= l_n - l' \\ \Sigma dl'_i &= \Sigma l_i - nl' \end{aligned}$$

两端同除以 n ，得

$$\frac{\Sigma dl'_i}{n} = \frac{\Sigma l_i}{n} - \frac{nl'}{n}$$

故

$$l_{\text{算}} = \frac{\Sigma l_i}{n} = l' + \frac{\Sigma dl'_i}{n} \quad (1.1.1-5)$$

例：设在一组测量中得一组 l 值，任选其中 0.1326 作 l' ，则得计算结果如下：

l	dl'
0.1327	+ 0.0001
0.1325	- 0.0001
0.1329	+ 0.0003
0.1326	0
0.1328	+ 0.0002
0.1327	+ 0.0001
0.1326	0
0.1325	- 0.0001

$$\begin{array}{r}
 0.1328 \\
 0.1326 \\
 0.1327 \\
 \hline
 + 0.0002 \\
 0 \\
 + 0.0001 \\
 + 0.0008 = \sum d_i^2
 \end{array}$$

$$i_m = 0.1326 + \frac{0.0008}{11} = 0.13267$$

四、测量的可靠性

在测量中，须按测量要求选取仪器的精度等级和测量次数。

从表 1.1.1-1 中所列公式可见，增加测量次数 n 可以减小算术平均值的误差 (S 、 R 、 T)。这些公式可改写成 $\frac{S}{m} = \frac{R}{\rho} = \frac{T}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{n}}$ ，对于不同的 n ，可以求得一系列的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 值如表 1.1.1-3 所示。可见由 $n=1$ 开始，随着 n 的增加，算术平均值的误差减少相当快，然而从 $n=10$ 起减少的趋势逐渐缓慢。因此从实际工作的角度来考虑，对同一个量测量 10 次就可以得到相当可靠的算术平均值。

表 1.1.1-3

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	25	50	100
$\frac{1}{\sqrt{n}}$	1	0.71	0.58	0.50	0.45	0.41	0.38	0.35	0.33	0.32	0.25	0.20	0.14	0.10

当然，单纯从公式来看，如果使测量次数 n 继续无限制增加，误差 S 、 R 、 T 均趋于零。但是，无限制增加测量次数，不但在事实上行不通，而且也没有多大好处。因为上述公式是针对偶然误差而言的，我们不能忘记还有系统误差的存在。尽管偶然误差随着 n 的增大而减小，系统误差却依然如故，当偶然误差比系统误差小若干倍时，再增加测量次数就没有意义了。而且随着次数的增多，测量人员产生疲劳，发生粗差的可能性也增加了。因此，只有在尽可能消除系统误差和尽可能仔细地进行操作的条件下，重复测量才会有意义。

在多数情况下，为了提高测量的精度，除了进行一定次数的重复测量外，还必须注意选用精度可靠的仪器，采用灵敏度高的测量方法。

设 M_1 为给定的测量误差最大界限， m 为所选用仪器的中误差，令 $K = M_1/m$ ，根据偶然误差正态分布规律，当 n 很大时 (>20 次以上)，误差超出给定界限 M_1 的或然率如表 1.1.1-4 所示。例如 $K=2.5$ 时，超出给定界限 M_1 的机会为 1.24%，而 $K=3.0$ 时，超出 M_1 的机会为 0.27%。

表 1.1.1-4

K	0	1	2	3	4
0.0	1.0000	0.3173	0.0455	0.0027	0.00006
0.1	0.9204	0.2714	0.0328	0.0021	
0.2	0.8415	0.2302	0.0278	0.0014	0.00003
0.3	0.7641	0.1936	0.0214	0.0011	
0.4	0.6892	0.1616	0.0164	0.0007	0.00002
0.5	0.6170	0.1336	0.0124	0.0005	
0.6	0.5486	0.1096	0.0084	0.0003	0.00001
0.7	0.4840	0.0892	0.0070	0.0002	
0.8	0.4238	0.0718	0.0052	0.0001	0.000001
0.9	0.3682	0.0574	0.0038	0.00008	

但实际上测量次数 n 总是有限的, 此时误差超出给定界限 M_1 的或然率如表 1.1.1-5 所示。例如 $K=2$, $n=10$ 时, 误差超出给定界限的机会 (不可靠性) 为 7.6%, 或者说测量可靠性为 92.4%。

参照表 1.1.1-5, 可以根据给定的测量误差界限 M_1 , 在有限测量次数 n 的条件下 (一般取 $n=3\sim 5$), 确定测量仪器的精度该多高才能保证测量的可靠性。一般取 $K \leq 3$, $K > 3$ 的情况用得很少。

表 1.1.1-5

$n \backslash K$	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
2	0.500	0.384	0.296	0.242	0.204	0.177	0.156	0.140
3	0.422	0.272	0.184	0.132	0.096	0.072	0.058	0.046
4	0.392	0.230	0.140	0.088	0.058	0.039	0.028	0.020
5	0.384	0.188	0.116	0.054	0.040	0.025	0.016	0.010
10	0.344	0.168	0.076	0.037	0.016	0.006	0.004	0.002
15	0.334	0.156	0.066	0.024	0.010	0.004	0.002	—
20	0.330	0.150	0.060	0.022	0.008	0.0022	0.0002	—
∞	0.318	0.134	0.046	0.013	0.003	0.0005	0.00006	—

例 1: 已知测角仪的中误差为 $\pm 1''$, 用它来测量精度要求为 $\pm 2''$ 的角度, 则 $K = \frac{2}{1} = 2$, 由表 1.1.1-5 可见, 若取 $n=3$, 不可靠性为 18.4%, $3 \times 0.184 = 0.552 (\approx 1)$, 即 3 次测量中几乎有 1 次测量是不可靠的。若把 n 增加到 10 次, 不可靠性下降到 7.6%, $10 \times 0.076 = 0.76 (\approx 1)$, 则可认为 10 次中才有 1 次测量是不可靠的。

例 2: 已知测角仪的中误差为 $\pm 2''$, 用它来测量一个精度要求为 $\pm 3''$ 的棱镜角度, 则 $K = \frac{3}{2} = 1.5$, 若测量次数 n 为 5 次, 则由表 1.1.1-5 可查得测量误差超过 $3''$ 的机会 (不可靠性) 为 18.8%, $5 \times 0.188 = 0.94 \approx 1$, 即 5 次中有 1 次测量结果是不可靠的。为了提高测量可靠性, 需要提高仪器的精度, 改用中误差为 $\pm 1''$ 的测角仪, 那么 $K = \frac{3}{1} = 3$, 取同样测量次数 $n=5$, 由表 1.1.1-5 可知不可靠性降为 4%, 此时可认为 5 个测量值都是可靠的。

在实际工作中, 当然没有必要经常作这样的计算, 可以根据经验和惯例确定次数。有的测量只进行一次 ($n=1$) 就可以了, 这是因为在这以前曾经用同一仪器重复测量过许多次, 这些过去的重复测量, 使我们能对测量的精度作出一定的判断。

五、非等精度直接测量结果的数据处理

1. 权、单位权和加权平均值

设对同一未知量用不同的方法去测定, 或在不同的条件下去测定, 或由不同的人去测定, 显然, 此时在计算平均值 (测量结果) 时, 不能认为整个测量中的每一个测量数据的可靠程度均是相等的, 这种测量称为非等精度测量。计算平均值时, 常对比较可靠的数值予以偏重, 称为加权平均。例如一工件长度的三个测量值为 $l_1 = 10.62$ 毫米, $l_2 = 10.63$ 毫米及 $l_3 = 10.67$ 毫米; 如果将三个测量值同等看待, 平均值 $l_m = 10.64$ 毫米。如果三个测量值的可靠程度不一样, 则采用下述加权平均方法较为合理, 假设 l_1 最可靠, l_3 最不可靠, 给定