

# 計量管理學

著 者

BIERMAN      BONINI      HAUSMAN

譯 者

廖繼敏      卓武雄

# 計量管理學

著 者

BIERMAN    BONINI    HAUSMAN

譯 者

廖繼敏    卓武雄

東華書局印行

# 譯 序

二次世界大戰以後，企業管理已進入第三階段，即管理科學時代。管理科學為企業的一切決策皆以應用數學模型為基礎的計量管理方法，計量管理又可稱為作業研究，戰時由軍方最先採用，效果甚佳；戰後，工商企業界競相採用，對其在從事決策過程中所面臨的困難問題，提供最適當的解決方案。

台灣工商企業界引用作業研究為決策工具為最近十餘年來之事。大學有此課程之設立，亦不過十年左右。故作業研究為一新興科學，由於其效果甚佳，故台灣企業界正極力推展與應用，此為企業管理潮流的必然趨勢。

本書「計量管理學」為作業研究的基礎課程，所用數學甚為簡單，適合於專科學校的學生及大學企管系三學分的課程。本書編排次序嚴謹，層次分明，目前甚多大專院校皆以本書為作業研究的教材，譯者執教大專院校多年，深知本書適合於一般學生的需要，故於教授之餘，着手翻譯，實有鑒於如何將計量管理的方法更有效地推廣至工商企業，以為從事決策之工具。

本書第一章至第十二章由廖繼敏翻譯，第十三章至第廿四章由卓武雄翻譯，因時間匆促，遺誤之處，在所難免，尚祈讀者先進不吝指正。

譯者謹識

民國六十四年八月

# 目 錄

第一章 計量分析緒論	1
企業決策	1
抽象化	3
建立模型	3
求解	4
誤差	4
建立模型的技術	5
決策及機率	6
第二章 機率觀念概述	11
客觀及主觀機率	11
機率的基本概念	13
完全互斥事件	14
獨立事件	15
從屬事件	16
條件、邊際、及聯合機率	17
機率的修正	23
隨機變數	26
隨機變數的平均數	27
隨機變數的和	29
隨機變數的變異數及標準差	29
貝努力程序及二項分配	31
二項機率函數	33
二項機率分配	35
第三章 條件及期望值	39
條件值	40
損失表	41
貨幣期望值	43
期望機會損失	45
期望效用	46
完全情報下的期望利潤	48
完全情報的期望值	49
主觀機率的敏感性分析	50
決策樹	52
第四章 決策原理	56
決策問題	56
決策標準	59
大中大 (Maximax)	60
同等可能 (Equally Likely)	61
大中小 (Minimax)	61
最大概似	62
貝氏決策規則	63
線性函數	64

第五章 決策及機率的修正	68
不完全情報的價值	68
總 結	75
第六章 決策原理及古典統計學	76
古典的統計學	76
錯誤的機率	80
第七章 常態機率分配及情報的價值	87
累積質量函數	89
常態機率分配	92
常態機率表	95
累積分配函數	90
右尾及左尾	94
常態事先機率及情報的價值	97
第八章 常態機率的修正	105
機率分配	106
標準差的修正	111
事先機率的修正	109
事後常態分配及決策	114
第九章 常態機率下的決策	117
最初情況	117
樣本情報的期望值	120
最佳樣本數	123
期望性事後分配	119
抽樣決策	120
第十章 存量管制及不確定性：不能重訂貨	131
確定情況下固定的需要	131
不確定的需要	134
增加情報的價值	138
應用連續機率分配	140
完全情報下不確定的需要	132
邊際分析法	135
商譽的成本	139
第十一章 可重訂貨及確定需要的存量管制	144
需要為已知的存量管制	144
假設生產為連續的流入	148
需要為已知：允許延緩交貨訂單	149
附錄 1：生產批量	152
附錄 2：延緩交貨的存量模型	154
Q有誤差時成本的敏感性	147

第十二章 可重訂貨及不確定需要的存量管制	158
假設	159
最佳訂貨點——邊際分析	160
總期望成本	164
附錄：最佳訂貨點及訂貨量的決定	166
全年總期望成本	167
第十三章 線性規劃緒論	170
線性規劃問題的建立	172
線性規劃的限制	189
第十四章 線性規劃：單純法	192
單純法	192
第十五章 線性規劃——對合性與敏感性分析	226
影子價格	231
參數規劃法	245
第十六章 線性規劃——運輸問題	251
基本方法	251
退化：基本法	257
退化：潛換法	265
經濟之解釋	265
附錄：以傳統方程式表示之運輸問題	267
供給不等於需求	268
第十七章 效用為決策訂定的基礎	270
效用	271
心理假定	273
利用效用函數	282
效用之衡量	272
貨幣效用函數之導出	276
效用函數和風險偏好	285
第十八章 遊戲或競賽理論	289
競賽（遊戲）	289
混合策略	294
小中大策略之評價	303
附錄：二人零和競賽的線性規化解	306
二人零和競賽	290
混合策略與自然競賽	301
不確定的報酬	305

第十九章 等待線：排隊等候理論	309
經驗和排隊等候	310
單一服務性設備	311
多個服務設備	315
一個服務設備：到達者來自有限群體	319
附錄一：波爾生程序與分配和子數分配	324
附錄二：排隊等候法則	326
第二十章 模擬	330
模擬與存貨控制	334
複雜體系之模擬	339
附錄：連續機率分配的模擬	343
第二十一章 計劃評核術	346
情報的收集	346
網路圖	347
要徑之亞高程序	350
時間-成本之互換	353
網路的模擬法	362
情況一：已知作業時間	346
要徑	348
鬆弛和要徑	352
情況二：不確定活動時間	358
PERT 的評價	363
第二十二章 馬可夫過程	366
穩定狀態機率之計算	371
利用馬可夫過程於決策問題	373
大問題之穩定狀態解	378
附錄：二個狀態馬可夫過程之穩定狀態解	381
第二十三章 動態規劃	388
動態規劃技巧的構成	392
動態規劃問題的公式和解	406
在不確定下的動態規劃問題	407
附錄：動態規劃在馬可夫過程中的應用	412
第十四章 分支與界限法	421
分支與界限技巧	422
分支與界限法之步驟	431
分支界限法之其他應用	432

附錄表 .....	434
A. 標準常態分配函數 $F(Z)$ .....	435
B. $N(D)$ — 損失函數 .....	436
C. 累積二項分配 $P(X \leq c   n, p)$ .....	437



# 第一章 計量分析緒論

此為有關企業決策的一本書，我們認為企業決策為一種程序，為當管理者面臨某一問題時自一組可能的行動選擇某一特殊的行動或「解答」( solution )。因為將來總有某些不確定性，我們不能確知所選取決策的結果，企業範疇的決策程序與一般的解決問題行為有相同的主要特性。

## 企業決策

企業的經理欲選擇一最有效達成組織目標的行動，在判斷不同可能決策的效果時，我們必須使用某些測度單位。決策時最常使用的測度為金額，但我們將在後面幾章發覺在許多決策下，以金額來判斷不同行動的相對優點並非完全可行。

企業經理面臨許多不同型態的決策情況；但按照我們的目的，可將決策分類如下：

1. 確定情況下的決策（所有事實為確知）；或為未知：即何種事件將發生（自然情況）不能確知，但不確定能求出其可能發生的機率（在此情況下，我們稱此程序為隨機性）。
2. 某一期間內只能作一種決策；或在許多時期內有一連續的相關決策（稱為動態決策問題）。
3. 決策的對手為自然（鑽油井）或有思想的敵對者（我們必須考慮競爭者的行動再作廣告預算）。

以下一般求解的程序為所有形態的決策情況皆適用者：

## 2 計量管理學

1. 建立一使用的標準。例如，在一簡單的情況，其標準可能為選擇最大期望利潤的行動。在資本預算決策中包括許多可能的設備選擇，我們將選擇最大淨現值的設備。
2. 選擇一組可行的方案。
3. 決定即將使用的模型及此程序的母數值。例如，我們可將總費用的模型以代數式表示如下：

$$\text{總費用} = a + b \times \text{銷售單位}$$

母數為  $a$  及  $b$ ，為使用此模型，必須先決定  $a$  及  $b$  的值。

4. 決定何種可行方案使第一項所設定的標準為極大（即符合第一項）。

### 舉例

我們可按每單位 50 元的價格向政府銷售 1,000 單位的產品，此政府的訂單可否接受？假定廠商有超額的能量。

1. 我們將使用利潤極大化的標準。
2. 可行方案為(a)接受訂單或(b)放棄訂單。根據我們的利潤標準，若接受訂單能增加利潤則應接受，若不能增加利潤則應放棄訂單。
3. 我們必須知道生產 1,000 單位的增加費用，相關的費用模型為：

$$E = a + 1,000 \times b$$

假設我們將購買某一特殊印模，其成本為 5,000 元（ $a$  等於 5,000 元），生產一單位的變動成本為 30 元（ $b$  等於 30 元），應付此一訂單的總有關成本為 35,000 元（等於 5,000 元加 30,000 元）。

4. 增加的收益 50,000 元與增加的費用比較後，顯示出我們應接

受訂單。若我們「接受」訂單，則較另一方案「不接受訂單」，其利潤高出 15,000 元。

在上例，我們使用基本的知識及簡單的計算技術。然而，在涉及較複雜的問題時，我們必須使用其他數量分析的工具，包括微積分、機率、統計、及規劃（線性、非線性、及動態）。

我們將考慮模型建立的有關事項。

## 抽象化

真實世界問題趨於極端的複雜。任何實驗的情況有無數的傳統「事實」，且任何可能的行動開始自一連串的原因、後果、及相互影響，並按邏輯而無止境的運行。

今考慮建造一幢房子的問題，無數的時間將從事於搜集有關此情況的實際資料：例如，房子的正確地點及實物特性；詳細研討可能地點的氣候條件及其對建造成本的影響；使用的基金來源及其成本。更重要的，決策者須決定考慮本期及未來所有可能使用基金的特性及細節。若決策者在其行動以前搜集所有的事實而後採取一策略，則他將永遠無法行動。人類的思考不可能考慮到實驗問題的每一方面，若願作成決策，必須忽略問題的某些特性。決策者必須將實驗情況的某些他認為與他所面臨的問題最有關的因素加以抽象化，抽象化為求解任何人類問題的首要及必需步驟。

## 建立模型

在決策者自實驗的情況選擇出主要的因素或變數後，他按照某種邏輯的方法將這些變數合併，而使實驗的問題形成副本或模型的

形式。模型為實驗情況的簡單化表示，理想的模型能消除自然現象中令人迷惑的複雜性，並能以少數而略有相關的變數複製出自然現象的主要行爲。模型愈簡單，對決策者愈爲有用，唯必須能夠合理而可靠表示實驗的問題。簡單模型的優點如下：

1. 節省時間與思考。
2. 決策者較易瞭解。
3. 在必要的情況下，模型可以迅速而有效地修改。

決策者的目的並非建立一各方面皆甚接近實際的模型，此種模型必需有無窮的時間去建立，且它可能甚難爲人們所理解。然而，決策者所需要的却是最簡單的模型，此模型能合理的預測結果，並與其所涉及的有效行動相互一致。

## 求解

在模型建立後，藉邏輯分析的方法，就其行爲可導出某些結論，然後決策者以這些結論爲基礎去從事行動或求出解答。若自抽象變數導出結論的邏輯爲正確，且若有關變數皆已抽象化，則模型問題的解答亦將能作爲實驗問題的有效解答。就我們所舉的例子，決策者可能決定 8% 的利率可用以測度該公司所需貨幣的每年機會成本。藉計算現金流入的現值，他可從事建造房子的決策，他可能不再詳細考慮其他可行的投資。

## 誤差

從事決策時通常有兩類誤差。其一爲自前提至結論及求出解答時推理程序上的邏輯錯誤。公司可能按 8% 的成本獲得資金，但管

理者可能已決定不獲取新的資本。某人以利率表示機會成本的前提是正確的，但其結論為使用此貼現率於所有的投資是錯誤的。

其二為決策者可能選擇錯誤的變數或不足的變數以建立他的模型。決策者已考慮貨幣的時間價值，但並未考慮風險元素。此型態的誤差可能性永遠無法避免，若欲避免則須將所有有關的變數皆包括在模型內，此將使決策成為不可能。抽象永遠與實際有某些抵觸，但它為解答問題的必要條件，此為決策者遭致誤差可能性的一種原因。

## 建立模型的技術

模型可用許多不同的方法表示。為簡單起見，整個決策程序的重複性問題可能在決策者的腦中出現，它或許是甚不正式的直覺形式。我們每天走路、吃飯及開門等，並不需要借助於相關問題的正式模型，我們的行動仍可解決。若問題有些不尋常或複雜，我們花費更多的時間去思考它。我們可能明確地選擇此問題的重要因素，並繼續對這些因素加以檢查與實驗。

描述及有關選擇變數的適當技術主要依賴變數的性質，若變數為用以測度某種形式，特別是它們能用數量加以表示，則有強烈的理由去選擇以數學表示的模型。第一、數學具有堅固不變的原理而使研究者能確保一有次序的程序：你必須確定那些變數必須被抽象化及發覺其間的關係為何。例如，在數學模型將較文字模型更難作明確的假設。第二、對變數的關連及自前提導出邏輯的結論，數學為有力的技術。數學能夠處理必須用甚複雜模型的問題，而有助於使用計量分析的決策程序。

在最近的過去（自第二次世界大戰以後），甚大量數的企業間

題能藉計量化表示，而獲得相當程度的成功，因而導致一般方法，此方法被稱為作業研究。當然，計量的表示及分析企業的問題較作業研究的名詞為早——會計的實務即其例證。然而，計量的分析却已經推廣到企業中公司作業的許多其他方面，而在某些情況下，已成為求解某種企業決策問題的最有效方法。今日的企業經營者具備此有關技術及模型的知識，正如同他具備會計報表的知識一樣。

另有一點值得注意，企業的執行者必須在其從事企業決策時不被計量的模型及自動地採用其結論所迷惑。自模型所導出的結論，由於其抽象化程序而有某一程度的誤差，故我們的問題為當誤差變得甚大而使結論在被採用為解答前必須加以修改，此為一如何判斷的問題，作業研究用以幫助企業的判斷而非替代它。將計量性的分析使用於企業問題與任何其他的決策程序一樣，將有某些不可避免的懷疑。更且有許多重要的企業問題不能用簡單而恰當的計量去表示，則決策者必須依賴計量模型及解答。

在這些限制之下，計量的分析能成為管理決策之極具創造性的技術。某些使最有經驗的執行者感到有直覺上困擾的問題，有時却甚容易解決。

## 決策及機率

企業決策須在兩種本質上不同的情況下為之——接近確定的情況下，及更一般的情況為不確定的情況下。在確定情況下幫助決策的計量分析通常為某種目標（如利潤或生產）在某些限制上（如生產能量）獲得極大的形式。

在前例，我們比較 1,000 單位政府訂單的兩個方案「接受訂單」及「拒絕訂單」。此為在確定情況下的決策，我們比較兩個方

案；因接受訂單有較大的利潤 15,000 元，故我們選擇此一方案。

然而，假若我們略微改變上面的情況，我們將按每單位 50 元銷售產品，如同前述，生產 X 單位的費用為：

$$\begin{aligned} E &= a + b X \\ &= 5,000 + 30 X \end{aligned}$$

但現在我們對於實際銷貨水準為不確定，銷售量可能為 100 單位、250 單位或 1,000 單位，我們不能確知那一銷售水準將實際發生。我們的方案為(1)推出此產品，並接受是否獲利或損失的事實，或(2)放棄整個計劃而不獲利。假設在我們確知實際需要之前所發生的固定成本為 5,000 元，但生產單位可在需要確知後決定（則沒有存量問題）。

今若我們將產品推入市場，求得每一銷售水準的利潤如表 1-1 所示：

表 1-1

自然情況：	結 果：
銷售單位	利 潤
100 .....	- \$ 3,000
250 .....	0
1,000 .....	\$15,000

縱然我們已清楚地列舉可行方案及其結果，但如何決策並非甚明確。最好的方案決定於每一銷售水準發生的「可能性」(likely)。若我們確知銷售為 1,000 單位，我們必將此商品推入市場。若銷售量被確定為僅有 100 單位，我們將放棄整個計劃，以避免 3,000 元的損失。若銷售量為 250 單位是否選擇此一方案將無關緊要。

當真正的自然情況為未知，決策者將在不完全的情報下從事行

動。它有許多可能的決策程序，在本書稍後我們將研討某些更有趣的技術。然而，此處我們將介紹貝氏決策規則，此為一有秩序而一致的技術，對企業的從事決策甚為有用，決策者須對每一可行的行動（或決策）作如下計算：

1. 列出某一期間內（或許多期間內）自然情況即將發生的一組可能結果。
2. 就每一可能的自然情況給予一機率的權數，此機率可能為主觀的權數，但在可能的情況下可加入客觀的情報（註一）。
3. 計算在某一行動下每一自然情況的結果，在確定情況下的結果可能以金額表示，但更一般的測度標準稱為效用，它為考慮貨幣所得或損失的心理反應。
4. 就某一行動，以每一自然情況的機率乘此行動及自然情況下的結果，然後將所有可能自然情況的乘積加起來，其和為此行動的期望值。

必須就每一個可能行動作這些計算，最高期望值的決策為貝氏解答；根據此一標準，此為可行的決策。貝氏決策規則在客觀機率及主觀機率皆可適用，在一般的企業或政府的決策，客觀的機率甚難獲得。

上述程序的第一及第三個步驟已經計算過——我們已列出自然情況（可能的銷售水準）及每一自然情況的利潤。

今假設我們的決策者認為銷售水準為 100 單位有五分之二的機會（即給予此一自然情況 0.40 的機率）；銷售 250 單位的機會亦為五分之二（即機率亦為 0.40）；銷售 1,000 單位有五分之一（機率為 0.20）。

在這些機率下，我們可計算將產品推入市場的加權平均或期望利潤（見表 1-2）。



表 1-2

銷售量 (單位)	機率 (權數)	利 潤	機率×利潤
100 .....	0.40	- \$ 3,000	- \$ 1,200
250 .....	0.40	0	0
1,000 .....	0.20	15,000	3,000
	1.00		\$ 1,800

將產品推入市場的期望利潤或期望貨幣值為 1,800 元，而放棄此計劃的期望利潤為零。因此，應用貝氏決策規則，我們必須將此產品推入市場（此結論假設其結果同時可以金額及效用測度）。

須注意者實際銷售量為 100 單位，決策者在銷售發生後將遭受 3,000 元的損失，若他對將來銷售量有正確的情報，則可避免此損失。

在某些情況下，決策者的一種可能行動為搜集更多的情報，而目前並不作決策。原來的機率（稱為事先機率）將因情報而加以修改，再用新的機率測度重複決策程序，次一步驟為最後的決策或搜集更多的情報。

必須注意的是個人的感覺及判斷影響決策程序有三。第一、它影響給予可能自然情況的機率，因這些機率為主觀的估計。第二、個人的感覺可能影響結果的測度，即為在某一行動發生某一自然情況的結果。最後，它們影響目標或決策標準的選擇。貝氏決策標準為一有用的工具，但學術界及企業界對其優點並無一致的意見，其主要優點為幫助決策者從事行動，而此行動與他對自然情況的可能發生及每一事件及行動的結果的認識一致。