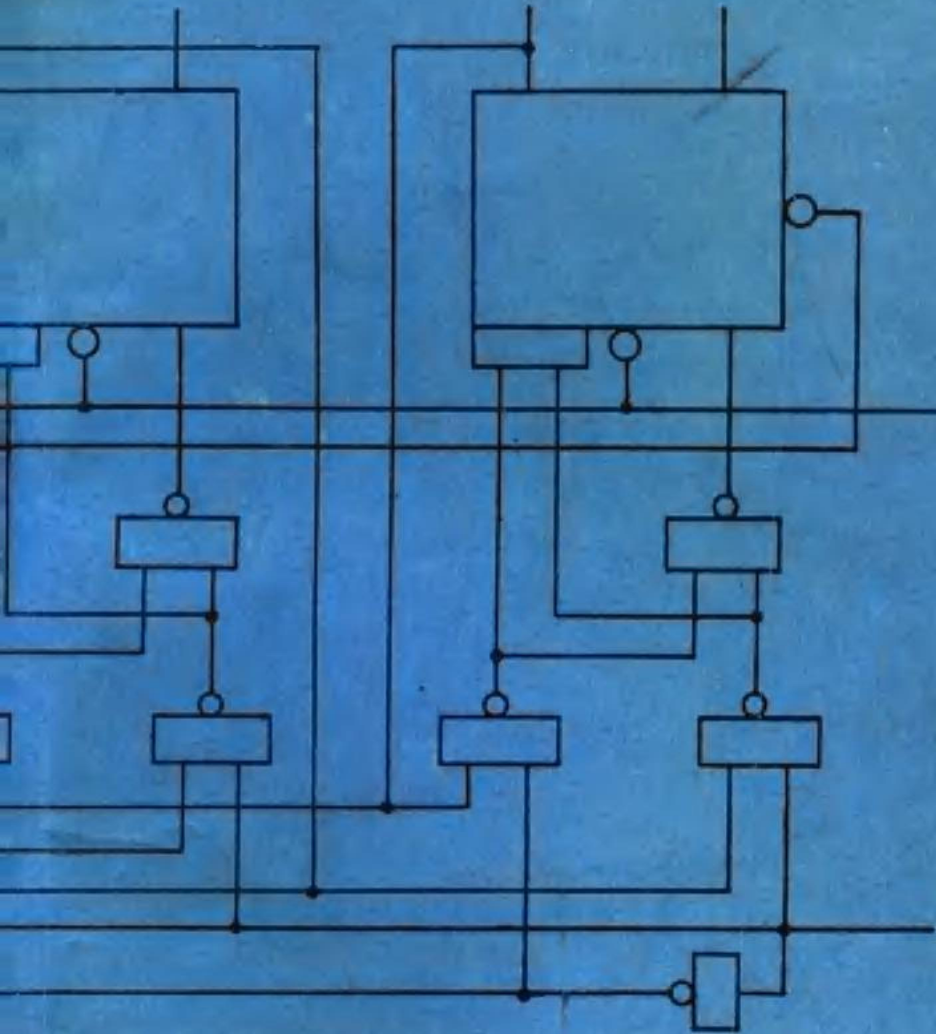

SHUKONGJICHUANG

LUOJIXIANLU

王 永 祥 编著

陕西科学技术出版社

数控机床逻辑线路 上

数 控 机 床 逻 辑 线 路

（上、 下册）

王永祥　编著

*

陕西科学技术出版社出版
（西安北大街131号）
陕西省新华书店发行　交大印刷厂印刷

开本787×1092 1/16 印张41.75 插页，字数：1,026,000
印数 1—2,200
1981年7月第1版　1981年7月第1次印刷
统一书号：15202.34　　定价：5.30元

编　者　的　话

《数控机床逻辑线路》一书的编写，既希望初学数控技术的人能够入门，并通过本书的学习掌握这门知识，又希望从事数控机床、数字电路设计与维护的工程技术人员能从本书得到补益。

逻辑代数是数字电路的理论基础。实践表明，为了掌握数控技术，学好逻辑代数是必要的。本书深入地讨论了这部分内容，介绍了“补割”规则，并用这一规则总结了一些有用的结论，设计出一些最简逻辑线路。

数控装置一般都由基本逻辑线路组成，知道基本逻辑线路的来龙去脉是重要的。时序线路设计一章介绍了其他文献尚未见到的“多周期计数器修正设计法”，读者可从中得到一些启示。

本书的后半部分对数控机床的工作原理做了详细的介绍。对“时差判据”插补方式做了探讨。愿与同志讨论。

在编写本书过程中，陕西省五机局新技术推广站给予大力支持，曾组织专人校稿制图。西安交通大学工企教研室和计算机控制教研室，东风仪表厂，庆华电气厂，华山机械厂，光辉机械厂，昆崙机械厂，秦川机械厂等单位给予不少帮助。王浣尘、薛钧义、申忠如、林魁明等同志对本书编写给予关怀和支持。张子炎、李秦庆、李新三位同志校阅全稿，在此一并致谢。

由于水平所限，错误之处请读者批评。

目　　录

第四章　组合逻辑电路分析

第五章　脉冲电路与触发器

第六章　时序逻辑线路设计

第七章　基本时序线路分析·竞争

第八章　数控机床输入部分综述

第九章　运算器

第十章　输出控制器

第十一章 CJSK－1 型车床简易数控机

附　　录

第一章　二进制数与码

数控装置与电子数字计算机进行两种演算：逻辑演算与数字演算。这两种演算是本书研究的主要内容。有关逻辑演算部分待后详述。这里首先介绍数字演算。

数字演算有两部分内容，其一是计数方法，其二是计算方法。数控装置与计算机主要采用“二进制”数计数与计算。什么是二进制数？它有什么特点？下面作一全面介绍。

第一节　基数与计数制

一、基数 N

十进制数的计数符号共有十个：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9。我们说十进制数的基数为十。基数的大小不同，表示计数符号的多少不同，基数为十时，称为十进制数。

类推：二进制的基数为二，计数符号有 0，1 两个。

八进制的基数为八，计数符号有 0，1，2，3，4，5，6，7 共八个。

N 进制的基数为 N，计数符号共有 N 个。

可见，“基数”揭示了不同计数制的本质。为了区分各种计数制的数，在数的右下方加下标，下标的数为基数，如：$[1011]_2$ 就表示二进制数，$[a]_N$ 表示 N 进制数。

由于二进制数的计数符号只有 0 和 1，也就是说只要用两个截然不同的状态表示 0 和 1 就可以计数了。而十进制数的计数符号有十个，要用十个截然不同的状态才能表示十进制数。显然，用物理器件的十个稳定状态表示十进制数困难会很大。因此数控装置与计算机都用二进制数进行计数与计算。

二、“权”与基数的关系

十进制数的某些计数符号从左向右排成一行，譬如“11201.1”，这个数在不同位置上用到相同的计数符号“1”，但是所代表的数值大小不同。可见，某一符号代表的数值大小和该符号位置有关。一个十进制数，抽象地写成

$$a_n a_{n-1} \cdots\cdots a_2 a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} \cdots\cdots a_{-m}$$

a_i 表示十进制数的第 i 位。注意，平时我们说的“个位数”叫做第 0 位数。a_{i+1} 叫做 a_i 的“相邻高位”，而 a_{i-1} 对于 a_i 而言，叫做“相邻低位”。就是说，某一位数的左边一位叫做该位的相邻高位，某一位数的右面一位叫做该位的相邻低位。a_i 可以是 0 到 9 中某一个符号。对“11201.1”这个十进制数，各位所代表的数值大小为：

第 4 位	第 3 位	第 2 位	第 1 位	第 0 位	第(−1)位
1	1	2	0	1	1
1×10^4	1×10^3	2×10^2	0×10^1	1×10^0	1×10^{-1}

即 $$11201.1=1\times10^4+1\times10^3+2\times10^2+0\times10^1+1\times10^0+1\times10^{-1}$$

写成竖式

$$\begin{array}{r} 10000 \\ 1000 \\ 200 \\ 00 \\ 1 \\ +\quad 0.1 \\ \hline 11201.1 \end{array}$$

我们把10^4叫做第4位的“权”，10^0叫做第0位的“权”，10^{-1}叫做第(-1)位的“权”。写成通式：第n位的“权”为10^n，第$(-m)$位的“权”为10^{-m}。

考察十进制数的“权”，以指数形式出现，底为基数10，指数恰为数的位置序号。可见，“权”既与位置有关，又与基数有关。就是说“权”是基数和位置的函数。

由基数为十的十进制数第n位之“权”是10^n，类推得到：

基数为二的二进制数第n位之“权”是2^n

基数为八的八进制数第n位之“权”是8^n

基数为N的N进制数第n位之“权”是N^n

例如：二进制数101101.1101按权展开的和式是

$$\begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1. & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1\times2^5 & +0\times2^4 & +1\times2^3 & +1\times2^2 & +0\times2^1 & +1\times2^0 & +1\times2^{-1} & +1\times2^{-2} & +0\times2^{-3} & +1\times2^{-4} \end{array}$$

三、相邻数位之权的关系

十进制数第n位之权为10^n，第$(n-1)$位之权为10^{n-1}，相邻两位权的比值为10，即有$\frac{10^n}{10^{n-1}}=10$，说明相邻两位权的比值为十进制数的基数十。

类推：二进制数第n位之权2^n是相邻低位之权2^{n-1}的2倍，即，$\frac{2^n}{2^{n-1}}=2$

八进制数第n位之权8^n是相邻低位之权8^{n-1}的8倍，即，$\frac{8^n}{8^{n-1}}=8$

N进制数第n位之权N^n是相邻低位之权N^{n-1}的N倍，即，$\frac{N^n}{N^{n-1}}=\frac{N^{n-1}\cdot N}{N^{n-1}}=N$

例如：二进制数1111.1111各位之权如下所示：

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1\cdot & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8、 & 4、 & 2、 & 1、 & 0.5、 & 0.25、 & 0.125、 & 0.0625 \end{array}$$

四、运算规则

1. 加法运算规则

试计算 $[183]_{十}+[529]_{十}=?$

列成竖式

$$\begin{array}{r} 183 \\ +\quad 5\dot{2}\dot{9} \\ \hline 712 \end{array}$$

首先，个位相加3+9=12，“本位计二，逢十进一”。

所谓“逢十进一”表示：十进制某位数计数到基数十，则向相邻高位进位。本位的十等于相邻高位的一。

随之，计算第1位：$8+2+1=11$“本位计一，向上进一”，即“逢十进一”。

最后，计算第2位：　$1+5+1=7$

得到　$$[183]_{十}+[529]_{十}=[712]_{十}$$

类推：二进制数加法运算，某位的各个数相加，计满基数二，则“逢二进一”。也就是本位数二等于相邻高位的一。

八进制数加法运算：某位的各个数相加，计满基数八，则“逢八进一”。也就是本位数的八等于相邻高位的一。

N进制数加法运算：“逢N进一”。

例如，两二进制数求和：

$$[11011]_{二}+[11101]_{二}=[111000]_{二}$$

列成竖式

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\ \ \underset{\cdot}{1}\ \underset{\cdot}{1}\ \underset{\cdot}{1}\ \underset{\cdot}{0}\ \underset{\cdot}{1} \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

2．减法计算规则

试计算　$$[401]_{十}-[189]_{十}=[212]_{十}$$

列成竖式

$$\begin{array}{r} \dot{4}\ \dot{0}\ 1 \\ -\ 1\ 8\ 9 \\ \hline 2\ 1\ 2 \end{array}$$

首先，计算第0位：1减9不够减，向第1位“借一为十”变成$(10+1)-9=11-9=2$，就是说相邻高位的一等于本位的十。

再算第1位：被减数为0，要减去相邻低位的借位1，再减去本位的8，不够减，向相邻高位“借一为十”得$10-1-8=1$。

最后再算第2位：$4-1-1=2$。

求得　$$[401]_{十}-[189]_{十}=[212]_{十}$$

类推：二进制数本位相减，如不够减，向相邻高位“借一为二”。

八进制数相减，“借一为八”。

N进制数相减，“借一为N”。

例如：$[10110]_{二}-[10011]_{二}=[11]_{二}$

列成竖式

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ \dot{1}\ \dot{1}\ 0 \\ -\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

3．扩大（缩小）基数倍的乘法（除法）运算规则

一个十进制数扩大(缩小)基数倍，即十倍，小数点向右(左)移一位。

例如：
$$[10.78]_{十}\times[10]_{十}=[107.8]_{十}$$
$$[10.78]_{十}\div[10]_{十}=[1.078]_{十}$$

类推：一个二进制数扩大(缩小)二倍，小数点向右(左)移一位。

一个N进制数扩大(缩小)N倍，小数点向右(左)移一位。

数 1 扩大二倍，在二进制数中表为$[10]_{\text{二}}$，数 1 扩大四倍，则为$[100]_{\text{二}}$，数 1 扩大八倍变为$[1000]_{\text{二}}$。$[10]_{\text{二}}$、$[100]_{\text{二}}$、$[1000]_{\text{二}}$分别为十进制数的 2、4、8。

十进制数的 24 在二进制中表为$[11000]_{\text{二}}$，24 缩小八倍为 3，$[11000]_{\text{二}}$缩小八倍小数点向左移三位，变为$[11]_{\text{二}}$，这正是十进制数 3 的二进制表示法。

各种计数制列表 1-1。

表 1-1 各种计数制的特点和运算规则

计数特点及运算规则 \ 各种计数制		十进制数	二进制数	八进制数	N进制数
1	基数N	10	2	8	N
2	第n位之权 N^n	10^n	2^n	8^n	N^n
3	相邻高位与本位权之比 $N^n/N^{n-1}=N$	10	2	8	N
4	加法运算，本位相加，计满基数，则逢N进一	逢 10 进 1	逢 2 进 1	逢 8 进 1	逢N进 1
5	减法运算，本位相减，向相邻高位借位，借一为N	借 1 为10	借 1 为 2	借 1 为 8	借 1 为N
6	小数点向右移动一位扩大N倍	扩大 10 倍	扩大 2 倍	扩大 8 倍	扩大N倍
7	小数点向左移动一位缩小N倍	缩小 10 倍	缩小 2 倍	缩小 8 倍	缩小N倍

由表可见：不同的基数产生出各种不同的计数制。只要知道了基数N，就可推知其计数规律和运算规则。从我们熟悉的十进制计数规律出发，不难推出其他计数制的规律，并用于各种数制的计算。

第二节 二进制数向十进制数的转换

由二进制数的计数符号 0 和 1 以及小数点“·”可构成一切非负的二进制数，如1011.101。

现在我们要问：“1011.101”的值是多大？这个问题实质是二进制数向十进制数的转换问题。

两种不同数制的数的相互转换基于一个基本原则：等值。也就是说，不能因为数制不同使得某一数改变其值的大小。

我们对十进制数是非常熟悉的。其他计数制的基数和权都用十进制数予以表示。一个二进制数 1011.101 只要按权展开就会得到与之等值的十进制数。具体做法是

$$[1011.101]_{二}=1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0+1\times2^{-1}+0\times2^{-2}+1\times2^{-3}$$
$$=8+0+2+1+\frac{1}{2}+0+\frac{1}{8}$$
$$=[11.625]_{十}$$

二进制数的各位之权都是2的整数幂，为了快速准确地进行换算，熟悉这些“权”的值极有必要，尤其是

$$2^0=1 \quad 2^1=2 \quad 2^2=4 \quad 2^3=8$$
$$2^4=16 \quad 2^5=32 \quad 2^6=64 \quad 2^{10}=1024$$

更有记住的必要。2的其他方幂读者可查阅附录1。

下面再举一例：

例1 试求 $[1111111111]_{二}=[?]_{十}$

解1 各位按权展开

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$
$$=2^9+2^8+2^7+2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+2^0$$
$$=512+256+128+64+32+16+8+4+2+1$$
$$=[1023]_{十}$$

解2 $[1111111111]_{二}=[1111111111]_{二}+1-1$
$$=[10000000000]_{二}-1$$
$$=2^{10}-1=1024-1=1023$$

其他计数制的数向十进制数转换也是本着等值变换的原则按权展开进行计算的。

例2 $[7065]_{八}=[?]_{十}$

解 $[7065]_{八}=7\times8^3+0\times8^2+6\times8^1+5\times8^0$
$$=7\times512+0+6\times8+5\times1$$
$$=[3637]_{十}$$

例3 $[3401]_{五}=[?]_{十}$

解 $[3401]_{五}=3\times5^3+4\times5^2+0\times5^1+5^0$
$$=[476]_{十}$$

复 习 题

1. $[11101.11011]_{二}=[?]_{十}$
2. $[11111.11111]_{二}=[?]_{十}$
3. $[653]_{八}=[?]_{十}=[?]_{二}$
4. $[3024]_{八}=[?]_{十}=[?]_{二}$

第三节 十进制数向二进制数的转换

已知一个十进制数，如何换算成与它等值的二进制数？分两种情况予以介绍。

一、十进制整数向二进制整数的转换

以具体数字转换为例说明如下：

设有十进制数 $[57]_{十}$，待求的二进制数为 $[a_na_{n-1}\cdots\cdots a_1a_0]_{二}$ 我们把待求的二进制数按权

展开为 $a_n2^n+a_{n-1}2^{n-1}+a_{n-2}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_12^1+a_02^0$，写成等式

$$57=a_n2^n+a_{n-1}2^{n-1}+a_{n-2}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_12^1+a_02^0$$

由上式看出，各个未知数 a_i 及未知数的个数 $(n+1)$ 都是不知道的，由一个方程式求解多个未知数是不可能的。已知的约束条件之一是：待求的二进制数为“整数”，如果两边用二进制数的基数相除，如第一节所述，右边的二进制数的小数点将向左移一位，从而把 a_0 从二进制整数中分离出来。利用两数相等时，整数部分和小数部分分别对应相等的关系，即可求出 a_0，具体计算步骤如下：

$$57=2(a_n2^{n-1}+a_{n-1}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_12^0)+a_0$$

等式两边都用 2（二进制数的基数）除

$$\frac{56}{2}+\frac{1}{2}=(a_n2^{n-1}+a_{n-1}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_1)+\frac{a_0}{2}$$

即

$$28+\frac{1}{2}=(a_n\cdot2^{n-1}+a_{n-1}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_1)+\frac{a_0}{2}$$

由

$$\begin{cases}28=a_n2^{n-1}+a_{n-1}2^{n-2}+\cdots\cdots+a_1\\ \dfrac{1}{2}=\dfrac{a_0}{2}\end{cases}$$

（两数相等，则整数部分和小数部分分别对应相等）。

求得 $a_0=1$，而 a_0 正是用 2 去除 57 所得的第一个余数。

对等式 $28=2(a_n2^{n-2}+a_{n-1}2^{n-3}+\cdots\cdots+a_2)+a_1$

两边再除以 2，把 a_1 分离出来

$$\frac{28}{2}=14+\frac{0}{2}=(a_n2^{n-2}+a_{n-1}2^{n-3}+\cdots\cdots+a_2)+\frac{a_1}{2}$$

由

$$\begin{cases}14=a_n2^{n-2}+a_{n-1}2^{n-3}+\cdots\cdots+a_2\\ \dfrac{0}{2}=\dfrac{a_1}{2}\end{cases}$$

求得 $a_1=0$

以此类推，有如下转换方法：

把十进制数作为被除数，以二进制数基数 2 为除数，作连除运算，直到最后商数为 0，余数逆序列便是待求的二进制数。见竖式操作：

	十进制数	余数	
÷2	57	1	a_0
÷2	28	0	a_1
÷2	14	0	a_2
÷2	7	1	a_3
÷2	3	1	a_4
÷2	1	1	a_5
	0		

↑ 余数逆序

求得 $$a_5a_4a_3a_2a_1a_0=111001$$

得到 $$[57]_{十}=[111001]_{二}$$

上面“连除求余”的方法也能类推到其他计数制数的转换，如$[385]_{十}=[?]_{八}$，列算式如下：

		余数	
÷8	385	a_0	1
÷8	48	a_1	0
÷8	6	a_2	6
	0		

余数逆序 ↑

求得 $$[385]_{十}=[601]_{八}$$

二、十进制小数向二进制小数的转换

仍以实际例子加以说明。

已知$[0.8125]_{十}$，求与它等值的二进制数。

把待求的二进制小数按权展开为

$$a_{-1}2^{-1}+a_{-2}2^{-2}+\cdots\cdots+a_{-m}2^{-m}$$

一个二进制数扩大两倍，即扩大“二进制数的基数倍”，小数点向右移一位，从而把a_{-1}分离出来。利用两数相等时整数部分和小数部分分别对应相等的关系，即可把a_{-1}求出。

对上式两边扩大2倍，得等式

$$1.625=a_{-1}+(a_{-2}2^{-1}+\cdots\cdots+a_{-m}2^{-m+1})$$

也即 $$1+0.625=a_{-1}+(a_{-2}2^{-1}+\cdots\cdots+a_{-m}2^{-m+1})$$

求得 $$\begin{cases} a_1=1 \\ 0.625=a_{-2}2^{-1}+\cdots\cdots+a_{-m}2^{-m+1} \end{cases}$$

对小数等式两边再乘2，可以把a_{-2}分离出来，以此类推，写成下面的连乘转换方法：把十进数作为被乘数，用二进制数的基数2连乘，得到的整数序列就是待求的二进制小数，见竖式操作：

		进位	
×2	0.8125		
×2	1.6250	1	a_{-1}
×2	1.2500	1	a_{-2}
×2	0.5000	0	a_{-3}
	1.0000	1	a_{-4}

整数序列 ↓

注意，在连乘时凡整数均被丢掉不参于连乘运算，求得

$$[0.8125]_{十}=[0.1101]_{二}$$

十进制小数向二进制转换，有时会无穷尽地进行下去，根据计算误差的要求，可以舍去后面的数位。

如果一个十进制数，既有整数又有小数，可以分成两步求出等值的二进制整数和二进制

小数。

如：
$$[57.8125]_{十}=[111001]_{二}+[0.1101]_{二}$$
$$=[111001.1101]_{二}$$

复　习　题

1. $[216]_{十}=[?]_{二}$
2. $[0.0385]_{十}=[?]_{二}$
3. $[104.625]_{十}=[?]_{二}$

*4. $[618]_{十}=[?]_{二}$

*5. $[425]_{十}=[?]_{二}$

* 号题选作

第四节　二进制数的计算

一、加法运算规则

我们知道：一位的十进制数加法运算如果不考虑交换律则有100条规则：

$$0+0=0,\ 0+1=1,\ 0+2=2,\ \cdots,\ 0+9=9$$
$$1+0=1,\ 1+1=2,\ 1+2=3,\ \cdots,\ 1+9=\underset{\text{进位}}{\underset{\downarrow}{1^*}}\quad\underset{\text{本位}}{\underset{\downarrow}{0}}$$
$$\vdots$$
$$9+0=9, 9+1=1^*0, 9+2=1^*1, \cdots, 9+9=1^*8$$

多位数相加时，按以上100条规则实行本位相加，计满十则向相邻高位进一。

一位的二进制数加法运算若不考虑交换律只有4条规则：

$$0+0=0,\ 0+1=1,\ 1+0=1,\ 1+1=\underset{\text{进位}}{\underset{\downarrow}{1^*}}\quad\underset{\text{本位}}{\underset{\downarrow}{0}}$$

多位的二进制数相加，按“本位相加，逢二进一”的原则进行。

例1　$[10110]_{二}+[11011]_{二}=[110001]_{二}$

这由竖式

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,1\,0 \\ +\ \ \dot{1}\,\dot{1}\,\dot{0}\,\dot{1}\,1 \\ \hline 1\,1\,0\,0\,0\,1 \end{array}$$

得到。

二、减法运算规则

一位的十进制数减法运算有100条规则，多位的十进制数相减按“本位相减，借一有十”的原则进行。

一位的二进制数减法运算有4条规则：

$$0-0=0,\quad 0-1=\underset{\text{借位}}{\underset{\downarrow}{1^*}}\ \ \underset{\text{本位}}{\underset{\downarrow}{1}},\quad 1-0=1,\quad 1-1=0$$

多位的二进制数相减也按“本位相减，借一有二”的原则进行。

例2　$[1100]_{二}-[0111]_{二}=[0101]_{二}$

这由竖式

$$
\begin{array}{r}
\dot{1}\,\dot{1}\,\dot{0}\,0 \\
-\quad 0\,1\,1\,1 \\
\hline
0\,1\,0\,1
\end{array}
$$

得到。

三、乘法运算规则

一位的十进制数乘法运算共有 100 条规则：

$$0\times0=0,\ 0\times1=0,\ 0\times2=0,\ \cdots,\ 0\times9=0$$
$$1\times0=0,\ 1\times1=1,\ 1\times2=2,\ \cdots,\ 1\times9=9$$
……
$$9\times0=0,\ 9\times1=9,\ 9\times2=18,\cdots,\ 9\times9=81$$

多位的十进制数乘法运算分解为三种操作：移位、相乘、相加。

例3　$93\times25=93\times20+93\times5=1860+465=2325$

这里，2 后续 0 可转换为 93 后续 0，列成竖式看得更清楚

$$
\begin{array}{r}
9\,3 \\
\times\quad 2\,5 \\
\hline
4\,6\,5 \\
+\quad \underset{\cdot}{1}\,\underset{\cdot}{8}\,6\,0 \\
\hline
2\,3\,2\,5
\end{array}
$$

一位的二进制数乘法运算只有 4 条规则：

$$0\times0=0,\ 0\times1=0,\ 1\times0=0,\ 1\times1=1$$

多位的二进制数乘法运算可分解为两种操作：移位、相加。乘法运算被加法运算所代替。

例4　$[1011]_{\text{二}}\times[101]_{\text{二}}=[110111]_{\text{二}}$

这由竖式

$$
\begin{array}{r}
1\,0\,1\,1 \\
\times\quad 1\,0\,1 \\
\hline
1\,0\,1\,1 \\
0\,0\,0\,0 \\
+\quad 1\,\underset{\cdot}{0}\,1\,1 \\
\hline
1\,1\,0\,1\,1\,1
\end{array}
$$

得到。

四、除法运算规则

除法是乘法的逆运算。十进制数除法运算可分解为四种操作：比较、乘法、移位、相减。二进制数除法运算只用三种操作“比较、移位、相减”即能实现，省去了乘法运算。

例5　$[110110]_{\text{二}}\div[1001]_{\text{二}}=[110]_{\text{二}}$

列成竖式

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & 110 \\
1001 \,\big) & \overline{110110} \\
 & \underline{-\,1001} \\
 & 1001 \\
 & \underline{-\,1001} \\
 & 0
\end{array}
$$

得到上述结果。

五、交换律

十进制数加法、乘法运算满足交换律：

$$[a]_{\text{十}}+[b]_{\text{十}}=[b]_{\text{十}}+[a]_{\text{十}}$$

$$[a]_{\text{十}}\times[b]_{\text{十}}=[b]_{\text{十}}\times[a]_{\text{十}}$$

二进制数加、乘运算亦满足交换律：

$$[a]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}=[b]_{\text{二}}+[a]_{\text{二}}$$

$$[a]_{\text{二}}\times[b]_{\text{二}}=[b]_{\text{二}}\times[a]_{\text{二}}$$

六、结合律

十进制数加、乘运算满足结合律，二进制数亦是：

$$[a]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}+[c]_{\text{二}}=\{[a]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}\}+[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}+\{[b]_{\text{二}}+[c]_{\text{二}}\}$$

$$[a]_{\text{二}}\times[b]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}=\{[a]_{\text{二}}\times[b]_{\text{二}}\}\times[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}\times\{[b]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}\}$$

七、分配律

二进制数加(减)、乘(除)联合运算时满足分配律：

$$\{[a]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}\}\times[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}$$

$$\{[a]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}\}\div[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}\div[c]_{\text{二}}+[b]_{\text{二}}\div[c]_{\text{二}}\quad(c\neq 0)$$

$$\{[a]_{\text{二}}-[b]_{\text{二}}\}\times[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}-[b]_{\text{二}}\times[c]_{\text{二}}$$

$$\{[a]_{\text{二}}-[b]_{\text{二}}\}\div[c]_{\text{二}}=[a]_{\text{二}}\div[c]_{\text{二}}-[b]_{\text{二}}\div[c]_{\text{二}}\quad(c\neq 0)$$

如果把 $[a]_{\text{二}}-[b]_{\text{二}}$ 转换为 $[a]_{\text{二}}+[-b]_{\text{二}}$；把 $[a]_{\text{二}}\div[b]_{\text{二}}$ $(b\neq 0)$ 转换为 $[a]_{\text{二}}\times\left[\dfrac{1}{b}\right]_{\text{二}}$，则可实施交换律、结合律。

由本节内容不难看出，使用二进制数进行数值演算规则少，便于运算。这是数控装置和计算机使用二进制数的又一重要原因。

复　习　题

1. $[1101001]_{\text{二}}+[111000111]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}=[?]_{\text{十}}$
2. $[100000]_{\text{二}}-[11110]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}=[?]_{\text{十}}$
3. 列一个竖式进行计算：
   a) $[1111]_{\text{二}}+[1010]_{\text{二}}+[111011]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}$
   b) $[10000000]_{\text{二}}-[111100]_{\text{二}}-[110111]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}$
4. $[1101]_{\text{二}}\times[1011]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}=[?]_{\text{十}}$
5. $[1001111]_{\text{二}}\div[111]_{\text{二}}=[?]_{\text{二}}=[?]_{\text{十}}$

*6. $[104]_{\text{八}}+[776]_{\text{八}}=[?]_{\text{八}}=[?]_{\text{十}}$

*7. $[7003]_{\text{八}}-[4777]_{\text{八}}=[?]_{\text{八}}=[?]_{\text{二}}=[?]_{\text{十}}$