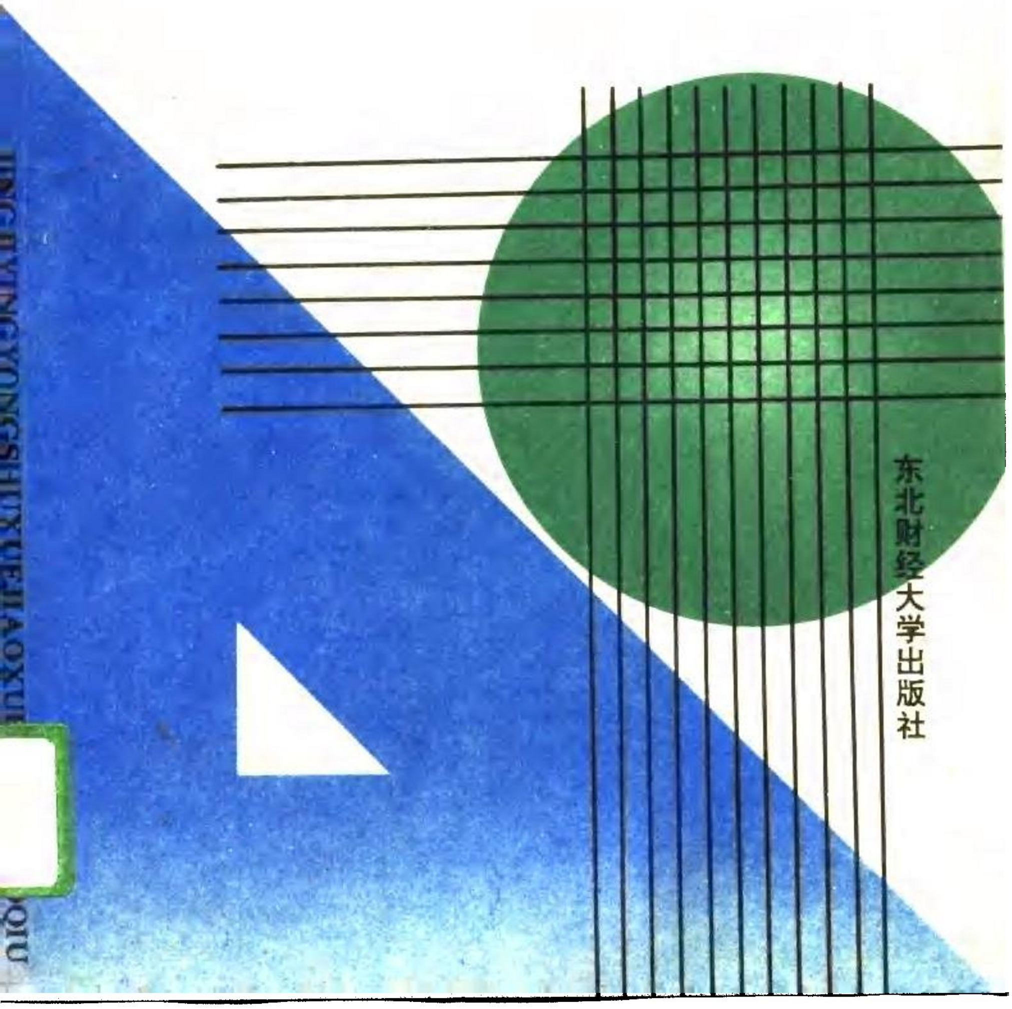
经济应用数学

教学基本要求

辽宁省教育委员会普通高等教育处　组编



（辽）新登字 10 号

经济应用数学

教学基本要求

本书编写组

东北财经大学出版社出版发行（大连黑石礁）

沈阳新华印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32　印张：13¾　字数：350000

1993 年 12 月第 1 版　1993 年 12 月第 1 次印刷

责任编辑：高晓明　责任校对：边　笑

印数：1—5000

ISBN 7—81005—784—7/0·16　定价：13.00 元

前　言

为了贯彻国家教委在广州召开的高等专科教育会议精神，进一步深化我省财经类专科教育改革，针对财经类专科学校培养目标，加强财经类专科学校教学工作的科学化、规范化管理，全面提高教学质量，我们在组织编写了《微积分》(主编蒋岳铨)、《线性代数与线性规划》(主编魏泽明)、《概率论与数理统计》(主编刘文龙)三本经济应用数学教材的基础上，着手制定了《经济应用数学教学基本要求》。本书参照了财政部教育司 1991 年 3 月审定的《高等财经专科学校〈经济应用数学〉教学大纲》，结合我省实际情况，将三册教材的内容加以提炼和概括，制定了本教学基本要求，使我省高等专科学校财经类各专业在教学过程中有所遵循，便于进行教学检查、统测、评估等教学管理。

由于时间仓促，书中难免有不妥之处，敬请广大师生在使用过程中提出宝贵意见和建议，使之进一步充实、提高、完善。

辽宁省教育委员会普通高等教育处

1993 年 6 月

编写说明

根据省教委高教处的要求，我们编写组进行了充分的讨论和研究，制定了编写大纲，在此基础上分工编写。

参加本书微积分部分编写的有沈阳财经学院蒋岳铨副教授（第一、二、五章），东北财经大学陈放讲师（第三、四章），沈阳财经学院蔡生副教授（第六章），辽宁财政专科学校刘国冲副教授（第七章）；参加线性代数与线性规划部分编写的有辽宁税务专科学校史慕萍副教授（第一、五章），辽宁财政专科学校魏泽明教授（第二、四章），东北财经大学张培荣副教授（第三、六章），沈阳财经学院朱绍范副教授（第七、八章）；参加概率论与数理统计部分编写的有东北财经大学刘文龙副教授（第一、二、三章），辽宁财政专科学校殷继润副教授（第四、七、八章），辽宁税务专科学校赵发国讲师（第五、六章）。

全书由蒋岳铨副教授、魏泽明教授和刘文龙副教授统稿，最后由辽宁省教育委员会普通高等教育处审定。

限于篇幅，书中有些典型例题和习题仅给出一种解法。

在本书编审过程中，我们得到了有关院校和东北财经大学出版社的大力支持和协助，谨在此表示衷心的感谢。

《经济应用数学教学基本要求》编写组

1993 年 6 月于大连

目　录

微积分部分

线性代数与线性规划部分

概率论与数理统计部分

微积分部分

第一章　函　数

一、内容提要和基本要求

内容提要

函数的概念，区间和邻域，函数的表示方法，函数的简单性质(奇偶性、单调性、周期性、有界性)，几种有关函数(分段函数、反函数、隐函数、复合函数)，基本初等函数，初等函数.

基本要求

熟练掌握基本初等函数的解析式、定义域、图形和主要性质，会求初等函数的定义域.

深刻理解函数的定义，函数记号和函数值，以及几种有关函数的概念.

掌握函数单调性、奇偶性的判别方法，初等函数的复合过程，以及在函数的单调区间内求它的反函数.

了解常量与变量及其相对关系，区间和邻域的概念，以及函数可用分段形式表示.

二、典型例题

例1　函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 与函数 $g(x)=x+1$ 是否相同？为什么？

解　不相同. 因为 $D(f)=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$，$D(g)=(-\infty,+\infty)$，它们定义域不同.

例 2 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{9-x^2}$

解 $D(f)=\{x\mid 9-x^2\geqslant 0\}$

$=\{x\mid |x|\leqslant 3\}=[-3,3]$

(2) $f(x)=\frac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$

解 $D(f)=\{x\mid 1-x^2\neq 0,\text{且 } x+2\geqslant 0\}$

$=\{x\mid x\neq\pm 1,\text{且 } x\geqslant -2\}$

$=[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$

(3) $y=arc\sin\frac{x-1}{2}$

解 $D(f)=\{x\mid -1\leqslant\frac{x-1}{2}\leqslant 1\}$

$=\{x\mid -2\leqslant x-1\leqslant 2\}=[-1,3]$

(4) $f(x)=x^3+\lg x+\frac{1}{x-4}$

解 $D(f)=\{x\mid x>0,\text{且 } x-4\neq 0\}$

$=(0,4)\cup(4,+\infty)$

例 3 已知 $f(x)=x^2-3x+2$，求 $f(0)$，$f(2)$，$f(-x)$，$f(\frac{1}{x})$，$f(x+1)$.

解 $f(0)=0^2-3\cdot 0+2=2$；

$f(2)=2^2-3\cdot 2+2=0$；

$f(-x)=(-x)^2-3\cdot(-x)+2$

$=x^2+3x+2$；

$f(\frac{1}{x})=(\frac{1}{x})^2-3\cdot\frac{1}{x}+2$

$=\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x}+2$；

$f(x+1)=(x+1)^2-3(x+1)+2$

$=x^2+2x+1-3x-3+2$

$=x^2-x$

例4 设 $f(x)=1+\frac{1}{x}$，求 $f[f(x)]$，$f\{f[f(x)]\}$.

解 $f[f(x)]=1+\frac{1}{f(x)}=1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$

$$=1+\frac{x}{1+x}=\frac{1+2x}{1+x};$$

$$f\{f[f(x)]\}=1+\frac{1}{f[f(x)]}=1+\frac{1}{\frac{1+2x}{1+x}}$$

$$=1+\frac{1+x}{1+2x}=\frac{2+3x}{1+2x}.$$

例5 设 $f(x+1)=\begin{cases}x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 2x. & 1<x\leqslant 2,\end{cases}$ 求 $f(x)$.

解 $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2, & 0\leqslant x-1\leqslant 1\\ 2(x-1), & 1<x-1\leqslant 2,\end{cases}$

即 $f(x)=\begin{cases}(x-1)^2, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ 2(x-1), & 2<x\leqslant 3\end{cases}$

例6 判断下列函数的奇偶性

(1) $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$

解 $f(-x)=\lg\frac{1-(-x)}{1+(-x)}=\lg\frac{1+x}{1-x}$

$$=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f(x)$$

所以 $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$ 是奇函数

(2) $f(x)=x^2\cos x$

解 $f(-x)=(-x)^2\cos(-x)=x^2\cos x=f(x)$，

所以 $f(x)=x^2\cos x$ 是偶函数.

(3) $f(x)=xe^x$

解 $f(-x)=(-x)e^{-x}=-xe^{-x}$，

$$f(-x)\neq-f(x),f(-x)\neq f(x)$$

所以 $f(x)=xe^x$ 既不是奇函数也不是偶函数.

例 7 试证 $f(x)+f(-x)$是偶函数；$f(x)-f(-x)$是奇函数.

证 设 $F(x)=f(x)+f(-x)$，由于

$$F(-x)=f(-x)+f[-(-x)]$$
$$=f(-x)+f(x)=F(x),$$

故 $F(x)=f(x)+f(-x)$是偶函数；

同理可证 $f(x)-f(-x)$是奇函数.

例 8 判断下列函数的单调增减性：

(1) $f(x)=1-\ln x$, $(0,+\infty)$

解 任取 $0<x_1<x_2<+\infty$，有

$$f(x_1)-f(x_2)=(1-\ln x_1)-(1-\ln x_2)=\ln\frac{x_2}{x_1},$$

因为 $0<x_1<x_2<+\infty$，$\frac{x_2}{x_1}>1$，$\ln\frac{x_2}{x_1}>0$，

所以 $f(x_1)>f(x_2)$

故 $f(x)=1-\ln x$ 在$(0,+\infty)$上是单调减函数

(2) $f(x)=ax+b(a>0)$，$(-\infty,+\infty)$

解 任取$-\infty<x_1<x_2+\infty$，有

$$f(x_1)-f(x_2)=(ax_1+b)-(ax_2+b)=a(x_1-x_2),$$

因为 $a>0$，$x_1<x_2$，$a(x_1-x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，故 $f(x)=ax+b$ $(a>0)$在$(-\infty,+\infty)$上是单调增函数.

例 9 求下列函数的反函数：

(1) $y=2x+1$

解 由 $y=f(x)=2x+1$ 得 $x=f^{-1}(y)=\frac{y-1}{2}$，改写为 $y=f^{-1}(x)=\frac{x-1}{2}$，

所以 $y=2x+1$ 的反函数为 $y=\frac{x-1}{2}$.

(2) $y=\frac{x+2}{x-2}$

解 由 $y=f(x)=\frac{x+2}{x-2}$得 $x=f^{-1}(y)=\frac{2(y+1)}{y-1}$，改写为 $y=$

$$f^{-1}(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}.$$

所以 $y=\frac{x+2}{x-2}$的反函数为 $y=\frac{2(x+1)}{x-1}$.

例 10 设 $y=\sqrt{u}$,$u=2+v^2$,$v=\cos x$,试将 y 表示成 x 的函数.

解 因为 $y=\sqrt{u}$,$u=2+v^2$,$v=\cos x$,

所以 $y=\sqrt{2+v^2}=\sqrt{2+\cos^2 x}$

例 11 指出下列函数的复合过程:

(1)$y=\sin^2\ln x$

解 $y=\sin^2\ln x$ 可以看成由 $y=u^2$,

$u=\sin v$. $v=\ln x$ 复合而成;

(2)$y=e^{arctg\sqrt{x}}$

解 $y=e^{arctg\sqrt{x}}$ 可以看成由 $y=e^u$,$u=arctg v$,$v=\sqrt{x}$ 复合而成.

三、习题选解或提示

1. 用区间表示满足下列不等式的解集;

(2)$|x-2|\leqslant 1$

解 $\{x\,|\,|x-2|\leqslant 1\}=\{x\,|\,1\leqslant x\leqslant 3\}=[1,3]$

(4)$1<|x-2|<3$

解 $\{x\,|\,1<|x-2|<3\}=\{x\,|\,x>3,x<1;x<5,x>-1\}$

$=(-1,1)\cup(3,5)$

2. $y=\lg(-x^2)$是不是函数关系?为什么?

解 不是函数关系,因为不存在定义域.

4. 求下列函数的定义域:

(1)$y=\sqrt{2+x-x^2}$

解 $D(f)=\{x\,|\,2+x-x^2\geqslant 0\}=\{x\,|\,(x+1)(2-x)\geqslant 0\}$

$=\{x\,|\,-1\leqslant x\leqslant 2\}=[-1,2]$

(2) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$

解 $D(f)=\{x\,|\,x^2-3x+2\neq 0\}=\{x\,|\,x\neq 1,x\neq 2\}$

$=(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$

(3) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$

解 $D(f)=\{x\,|\,x\neq 0,1-x^2\geqslant 0\}=\{x\,|\,x\neq 0,|x|\leqslant 1\}$

$=[-1,0)\cup(0,1]$

(4) $y=\sqrt{\lg\dfrac{5x-x^2}{4}}$

解 $D(f)=\left\{x\,\middle|\,\lg\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant 0\right\}=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{5x-x^2}{4}\geqslant 1\right\}$

$=\{x\,|\,x^2-5x+4\leqslant 0\}=[1,4]$

(5) $y=arc\sin\dfrac{x-5}{5}$

解 $D(f)=\left\{x\,\middle|\,\left|\dfrac{x-5}{5}\right|\leqslant 1\right\}=\{x\,|\,-5\leqslant x-5\leqslant 5\}$

$=\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 10\}=[0,10]$

(6) $y=\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

解 $D(f)=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{1+x}{1-x}\geqslant 0\right\}=\{x\,|\,-1\leqslant x<1\}$

$=[-1,1)$

5. 设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，求 $f(0)$，$f(\dfrac{1}{x})$.

解 $f(0)=\dfrac{1-0}{1+0}=1$；

$$f(\frac{1}{x})=\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=\frac{x-1}{x+1}.$$

6. 设 $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$，求 $f[f(x)]$ 和 $f\{f[f(x)]\}$.