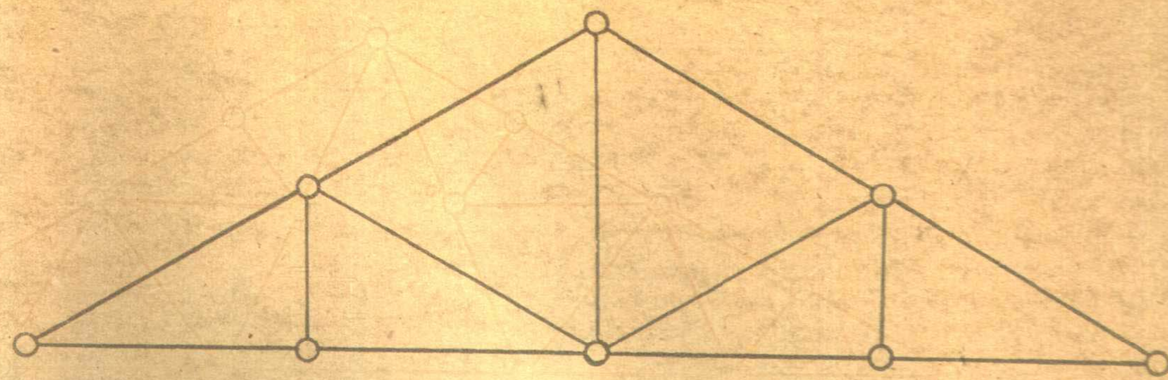
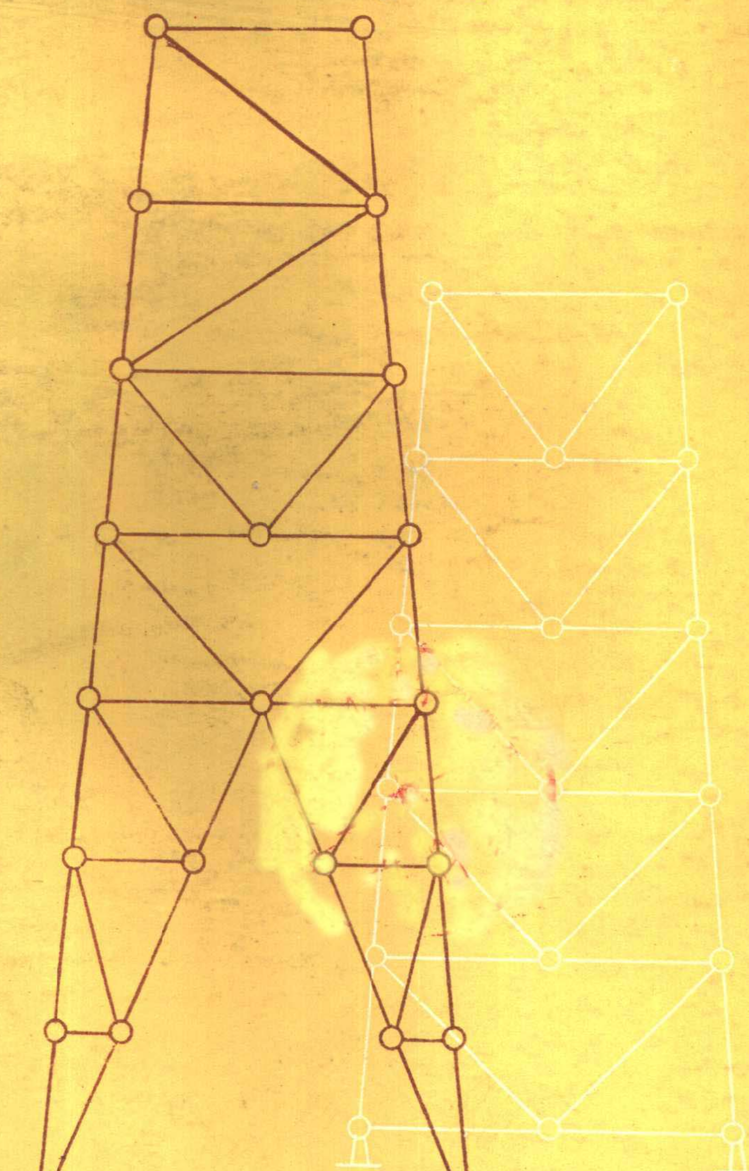


结构力学



[日本]酒井忠明　著
王道堂等　译
陈英俊等　校

人民教育出版社

结　构　力　学

［日本］酒井忠明　著
王道堂　韩振宇　赵如骝　徐国彬　译
陈英俊　王道堂　校

人民铁道出版社

内 容 提 要

本书是日本酒井忠明编写的结构力学教科书。内容包括静定和超静定结构计算，有限单元法分析平面问题，结构动力学（包括结构的地震反应分析），矩阵数学的简要介绍等。全书各章例题较多，有利于学习参考。

本书可供有关土木工程专业的高等学校师生及工程技术人员参考。

本书责任编辑　余美茵。

结构力学

[日本] 酒井忠明 著

王道堂　韩振宇　赵如骝　徐国彬　译

陈英俊　王道堂校

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京市房山县印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/16　印张 32.5　字数 700,000

1981 年 12 月第 1 版　1982 年 11 月第 1 次印刷

印数 00,001—11,000

书号 15012·0379　　定价 3.40 元

译者的话

本书是日本酒井忠明编写的一本教科书。全书的内容比较丰富，除通常在结构力学教科书中包括的内容外，还有一部分有关理论力学、材料力学的内容。在结构动力学中还介绍了结构的地震反应分析。此外，以平面问题的常应变三角形单元和双线性矩形单元为基础，介绍了有限单元法的基本概念，并简要介绍了矩阵代数和微分方程组。

本书由王道堂译第一、二、十三～十七、二十七章，韩振宇译第三～九章，赵如骝译第十～十二章，徐国彬译第十八～二十六章。王道堂初校第三～十二、十八～二十六章，陈英俊校第一、二、十三～十七、二十七章。全书由陈英俊负责最后校订。我们在翻译过程中发现的错误均已逐一订正，其中我们认为需要说明的某些错误，也在文内加注说明。由于我们的水平和能力所限，一定会有许多缺点和错误，恳请读者批评指正。

译　者

一九八一年十一月

序　　言

本书是作者总结多年来在北海道大学工学院本科及研究生院担任结构力学课及习题课的经验，以讲稿为基础编写的。作者希望本书作为一本大学的结构力学教科书，以及与结构工程有关的技术人员和研究人员的参考书，因之多少能有所裨益。

近年来，随着大型电子计算机的发展和普及，在结构力学领域内，作为其数值计算方法，也已经使用矩阵代数，所以本书也尽量收入了结构的矩阵分析方法，并按照各种问题，通过例题，力求浅显地论述矩阵的适用方法，以便使初学者也能理解。

过去，结构力学的著作，仅限于静力学范围，有关动力学的内容作为其他书来处理。但近年来，在结构设计中也进行动力分析，所以决定针对初学者论述一下结构振动问题，为读者提供方便。

通观全书，作为大学本科的教学内容，在局部上多有不适之处，故用作教科书时，望适当选择取舍。

本书恐多有不足之处，期望能收到读者的意见和指正，将来加以订正。

最后，本书刊行时曾得到技报堂出版部诸君始终不渝的支持，而校订时又承蒙芳村仁、奥村勇两君的帮助，对此谨表深切的谢意。

作　者

一九七〇年二月

目　　录

第一章　力 和 力 矩

§1. 力

在工程上所用的力的单位，用重力单位时是公斤、吨等。力由给定的大小、方向、指向及位置确定。因而，力可用直线的长度、方向、箭头及位置构成的图形表示。可是，由于力的大小由公斤、吨等给定，而另一方面，因为直线的长度用厘米、米等表示，所以若能预先规定这两者的关系，那末就可以用比例尺把力绘成图。并且可由已绘出的图形量出力的大小。

§2. 交于一点的平面力系的合力及平衡

1. 两力的合力

求取交于一点的两力的合力，有如下三种方法。

a. 平行四边形法

在图 1.1 中，设 P_1 与 P_2 为给定的两力，它们作用于一点 O，其合力显然仍通过 O 点。设 P_1 与 P_2 是分别用直线 Oa 和 Ob 表示其大小、方向、指向和位置的两力，其合力 R 由以 Oa 和 Ob 为边的平行四边形 Oacb 的对角线 Oc 给定。这个平行四边形称为力的平行四边形。

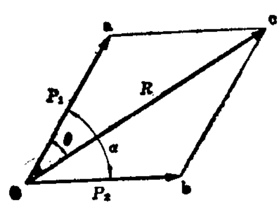


图 1.1

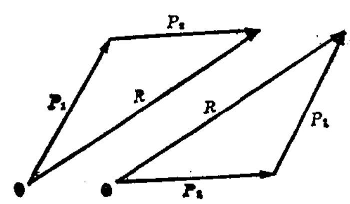


图 1.2

b. 三角形法

在图 1.1 中，Ob 与 ac 大小相等且平行；Oa 与 bc 也是大小相等且平行的，所以，如图 1.2 所示，从 P_1 前端绘 P_2，或从 P_2 的前端绘 P_1 而作出三角形时，其闭合线即给出合力 R。这个三角形称力三角形。

c. 解析法

在解析方面，在图 1.1 的△Oac中

$$\overline{Oc}^2=\overline{Oa}^2+\overline{ac}^2-2\overline{Oa}\cdot\overline{ac}\cos(\pi-\alpha)$$

因而

$$R^2=P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha$$

这样，合力的大小为

$$R=\sqrt{P_1^2+P_2^2+2P_1P_2\cos\alpha} \tag{1.1}$$

并且，合力R与P_1形成的角θ，由△Oac得

$$\frac{R}{\sin(\pi-\alpha)}=\frac{P_2}{\sin\theta} \qquad \text{所以} \quad \sin\theta=\frac{P_2}{R}\sin\alpha \tag{1.2}$$

如图 1.3 所示，若二力的夹角成直角，则 $\cos\alpha=0$，$\sin\alpha=1$，因此

$$R=\sqrt{P_1^2+P_2^2}, \qquad \sin\theta=\frac{P_2}{R} \tag{1.3}$$

式(1.3)的关系也可由△Oac是直角三角形直接求得。

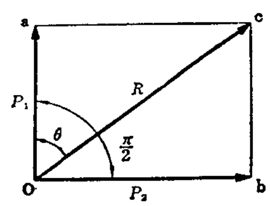
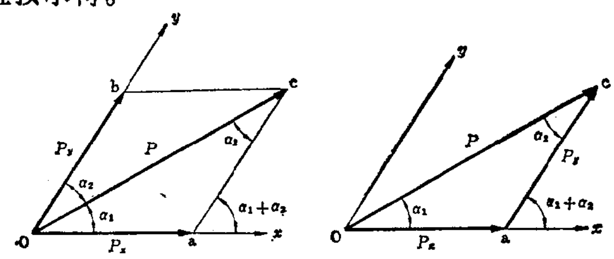


图 1.3



(a) (b)

图 1.4

2. 分力

采用一个与求合力时完全相反的方法，可以将一力分解成给定了位置和方向的两个分力。

这就是说，在图 1.4(a)中，为了把P分解成Ox和Oy方向的两分力，只要以P为对角线绘出两边，它们与Ox、Oy平行并且构成平行四边形，则Oa及Ob分别为x及y方向的两分力P_x及P_y。

或者，如图 1.4(b)所示，从P的前端c引Oy的平行线，设它与Ox的交点为a，由求得的△Oac可知Oa为P_x，ac为P_y。若与图 1.4(a)相对照，这个结果是很清楚的。

在解析方面，由△Oac得

$$\frac{P_x}{\sin\alpha_2}=\frac{P_y}{\sin\alpha_1}=\frac{P}{\sin\{\pi-(\alpha_1+\alpha_2)\}}=\frac{P}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}$$

因而

$$P_x=P\frac{\sin\alpha_2}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}, \qquad P_y=P\frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \tag{1.4}$$

在Ox水平，Oy竖直的情况下，该方向的二分力，分别称为水平分力和竖向分力，通常以H及V表示。由图 1.5 得

$$H=P_x=P\cos\alpha, \qquad V=P_y=P\sin\alpha \tag{1.5}$$

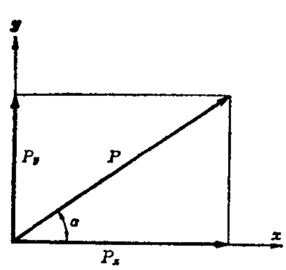
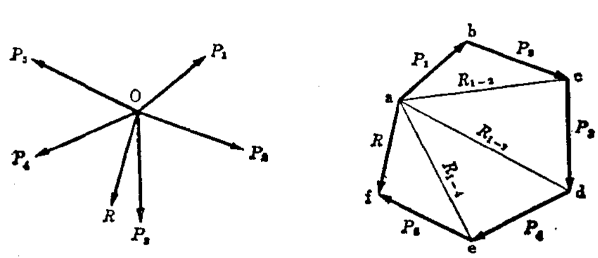


图 1.5



(a) (b)

图 1.6

3. 多个力的合力

在图 1.6(a)中，设 P_1、P_2、…、P_5 为给定的力，O 为这些力的作用点。我们称图 1.6(a) 为力的作用图或位置图，它示出力所作用的位置。

首先，作力三角形求出五个力中任意两个力，例如作力的三角形求出 P_1 和 P_2 的合力。即图 1.6(b)的△abc，其合力 ac 为 R_{1-2}。其次，作力三角形 acd 求出合力 R_{1-2} 与 P_3 的合力。ad 所表示的 R_{1-3} 即为此合力。重复同样的作图，直到绘出 af 即给定 P_1、P_2、…、P_5 的合力 R 的大小和方向。这合力 R 的作用点，当然也还是 O。

在图 1.6(b)中，为了说明而标出了 R_{1-2}、R_{1-3} 等，但实际上，如果将给定的力按ab、bc、cd、…连续地依次绘出，再从起点到终点绘一直线，即多边形 abcdef 的闭合线 af，则该线给出了合力的大小和方向。

这个多边形称为力图或力多边形。绘制力多边形时，即使改变 P_1、P_2、…、P_5 的顺序，多边形的形状虽有变化，但对求取合力并无影响。

在解析方面，设给定的力 P_1、P_2、…、P_5 与水平轴所形成的角分别为 α_1、α_2、…、α_5，如图 1.7 所示，则

$$\left.\begin{aligned}\text{水平分力的和} &= P_1\cos\alpha_1+P_2\cos\alpha_2+\cdots+P_5\cos\alpha_5\\ &=\Sigma P\cos\alpha=\Sigma H\\ \text{竖向分力的和} &= P_1\sin\alpha_1+P_2\sin\alpha_2+\cdots+P_5\sin\alpha_5\\ &=\Sigma P\sin\alpha=\Sigma V\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

因而，合力 R 的大小及其与水平轴的夹角 θ 为

$$R=\sqrt{(\Sigma H)^2+(\Sigma V)^2},\qquad \tan\theta=\frac{\Sigma V}{\Sigma H} \tag{1.7}$$

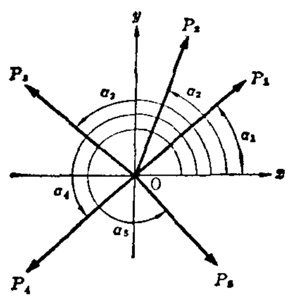


图 1.7

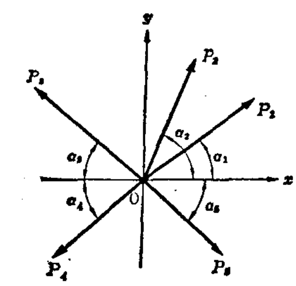


图 1.8

在式(1.6)中，$\cos\alpha$ 和 $\sin\alpha$ 按 α 的大小取正值或负值，分力向上或向右者为正，向下或向左者为负。因而，如果预先规定这一点，则 ΣH 和 ΣV 的计算是方便的。设 α 如图 1.8 所示，则

$$\Sigma H=P_1\cos\alpha_1+P_2\cos\alpha_2-P_3\cos\alpha_3-P_4\cos\alpha_4+P_5\cos\alpha_5$$

$$\Sigma V=P_1\sin\alpha_1+P_2\sin\alpha_2+P_3\sin\alpha_3-P_4\sin\alpha_4-P_5\sin\alpha_5$$

例题 试求图 1.9(a)所示的四个力的合力

$$\Sigma H=12-4\cos30^\circ-15\cos45^\circ=12-4\times0.866-15\times0.707=-2.07\ \text{t}$$

$$\Sigma V=4\sin30^\circ-15\sin45^\circ-10=4\times0.5-15\times0.707-10=-18.60\ \text{t}$$

$$\therefore\quad R=\sqrt{(-2.07)^2+(-18.60)^2}=\sqrt{350.24}=18.71\ \text{t}$$

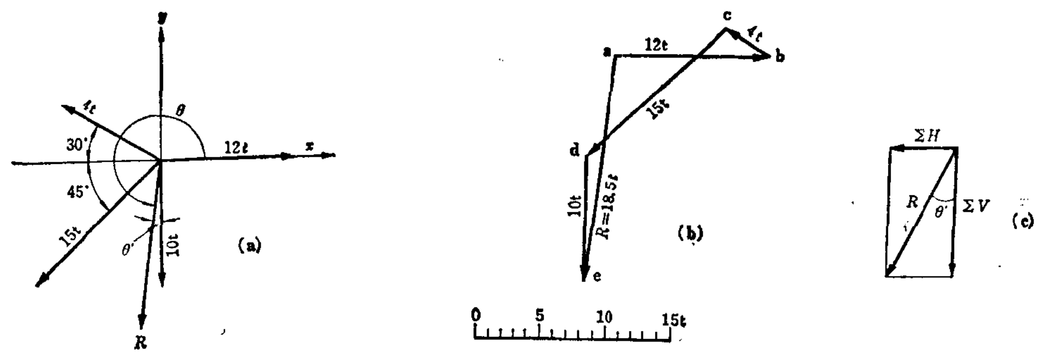


图 1.9

$$\tan\theta = \frac{-18.60}{-2.07} = 8.98 \qquad \therefore \quad \theta = 263°40'$$

或者由图 1.9(c)

$$\tan\theta' = \frac{2.07}{18.60} = 0.111 \qquad \therefore \quad \theta' = 6°20'$$

用图解法，以图所示比例尺绘力多边形如图 1.9(b)，由 ae 给出合力的大小和方向，其大小按图所示比例尺计量为 $R \doteq 18.5$ t。

4. 交于一点的平面力系的平衡

今有一交于一点的平面力系 P_1、P_2、…、P_5，在绘制这五个力的力多边形图时，如果象图 1.10 所示，形成闭合多边形，则其合力为零，即此平面力系处于平衡状态。因此，平面力系的平衡条件是它的力多边形闭合。

在解析方面，各力的水平分力的和以及竖向分力的和均为零时，其合力即为零，所以平面力系的平衡条件如下：

$$\Sigma H = 0, \quad \Sigma V = 0 \qquad (1.8)$$

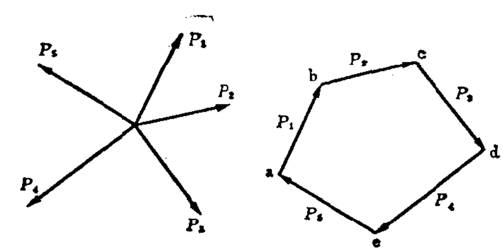


图 1.10

例题 1 如图 1.11 所示，有交于O点，处于平衡状态的四个力 $P_1 \sim P_4$，$P_1 = 45$ t，$P_2 = 6$ t，当仅给出 P_3 和 P_4 的作用线时，试求 P_3 和 P_4 的大小和指向。

假定 P_3 和 P_4 的指向如图所示，则由平衡条件 $\Sigma H = 0$ 以及 $\Sigma V = 0$ 得：

$$45\sin 34°40' - P_3 \sin 34°40' - P_4 = 0$$

$$45\cos 34°40' - 6 + P_3 \cos 34°40' = 0$$

式中

$$\sin 34°40' = 0.5688, \quad \cos 34°40' = 0.8225$$

由此两式得

$$P_3 = -37.70 \text{ t}, \qquad P_4 = 47.04 \text{ t}$$

P_3 为负，表示 P_3 的实际指向与假定的指向相反。

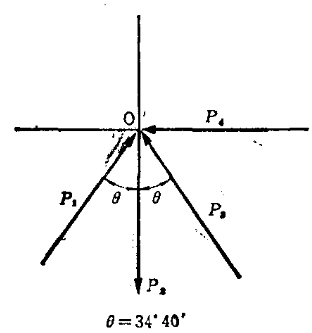


图 1.11

用图解法，如图 1.12 所示，绘出力多边形而使之闭合，据此可求出 P_3 及 P_4 的大小和指向。力多边形如图 1.12(a) 或 1.12(b) 所示。P_3 和 P_4 的大小为 $P_3 = 38$ t，$P_4 = 47$ t。

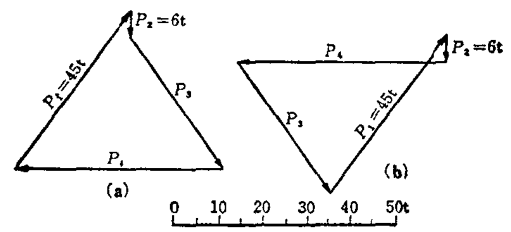


图 1.12

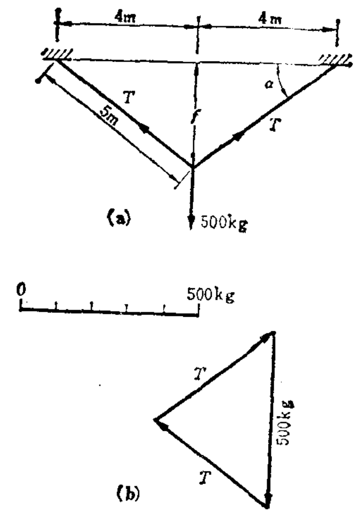


图 1.13

例题 2 如图 1.13(a)所示，将长度 10 m 的绳索，固定在跨度 8 m 的水平的两点上，试求绳中央吊一 500kg 的物体时绳的作用力。

$$f=\sqrt{5^2-4^2}=3\text{ m},\qquad \sin\alpha=\frac{3}{5}$$

设绳的张力为 T, 由 $\Sigma V=0$ 的平衡条件:

$$2T\sin\alpha=500\text{ kg},\ \ T=\frac{1}{2}\times500\times\frac{5}{3}=417\text{ kg}$$

用图解法, 作图如图 1.13(b)所示, 则 $T\doteq420$ kg。

§3. 不交于一点的平面力系的合力及平衡

1. 合力

在求取图 1.14(a)所示的不交于一点的平面力系 $P_1\sim P_4$ 的合力时，首先，求 P_1 和 P_2 的合力 R_{1-2}, 由图 1.14(b)的 ac 给出其大小和方向。此合力通过 P_1 和 P_2 的交点A。

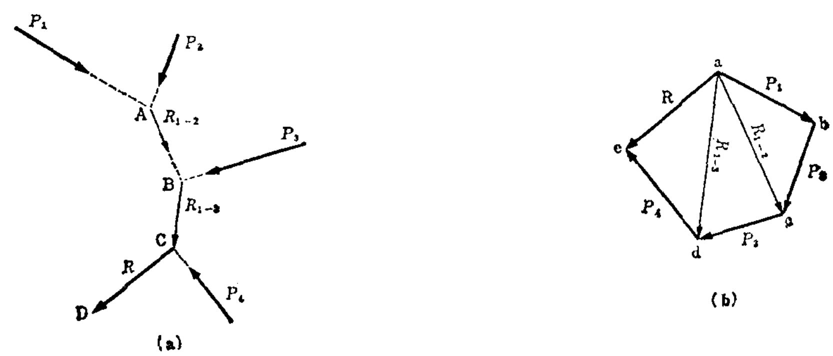


图 1.14

其次，求 R_{1-2} 与 P_3 的合力 R_{1-3}, 由 ad给出其大小和方向，且通过 R_{1-2} 和 P_3 的交点B。再又求 R_{1-3} 与 P_4 的合力，即 $P_1\sim P_4$ 的合力，由 ae 给出其大小和方向，且通过 P_4 和 R_{1-3} 的交点 C。

上面所述的方法，虽然能求出如上作用而不交于一点的平面力系的合力的大小、方向及位置，但是，当要合成的两力接近于平行时，求取这两个力的交点就会变得很困难，上述方法就不适用了。因此，一般采用下面的方法。

在图 1.15(a)中，设 $P_1\sim P_4$ 是任意散布的给定力。首先，绘制图 1.15(b)所示的力多边形，并求出合力的大小和方向。即 ae 所示。然后在力多边形图中任取一点 O，将 a、b、…、e 与 O 相连，并将各力分解成两个分力。即把 P_1 分解成 aO 及 Ob; P_2 分解成 bO 及 Oc; P_3 分解成 cO 及

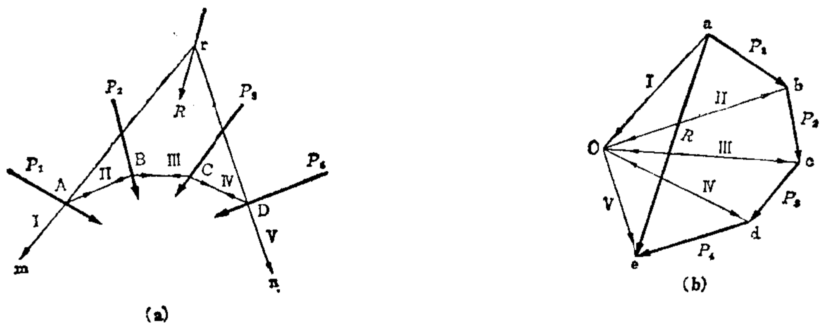


图 1.15

Od; P_4 分解成 dO 及 Oe。

其次，在表示 $P_1 \sim P_4$ 的作用位置的图 1.15 中，将 P_1 在其作用线上任意一点 A 分解成与 aO(I) 及 Ob(II) 有相同大小和方向的两个分力。然后，再在与 Ob 平行的 AB 和 P_2 的交点 B 处，把 P_2 也分解成与 bO(II) 和 Oc(III) 相等的两个分力。同样，在 C 点及 D 点分别把 P_3 和 P_4 分解成与 cO(III)、Od(IV) 及 dO(IV)、Oe(V) 相等的两分力。

然而，P_1 的分力 II 与 P_2 的分力 II 大小及方向相同而指向相反。同样，P_2 的分力 III 和 P_3 的分力 III 大小及方向相同，只是指向相反。进而 P_3 的分力 IV 和 P_4 的分力 IV 也是如此。因而图 1.15(a) 中的分力 II、III、IV 都抵消了，剩下的只是 Am(I) 及 Dn(V)。结果 $P_1 \sim P_4$ 被 Am 及 Dn 两力所代替。这两个力的交点 r 即 Am 和 Dn 的合力，即 $P_1 \sim P_4$ 的合力通过的点。

在图 1.15(a) 中的 mABCDn 多边形称为索多边形。图 1.15(b) 中的 O 点称为极点；Oa、Ob、…、Oe 称为射线。

现将上面所述的求合力的方法归纳如下。首先，绘力多边形 abcde 并求出合力 R 的大小和方向。然后任选一极点 O，引射线 Oa、Ob、…、Oe。在表示出力作用位置的图上，从 P_1 作用线上任意一点 A 开始，依次作线段 mA // Oa、AB // Ob、…、Dn // Oe，绘出索多边形。该索多边形的两端边的交点 r 给出合力 R 所通过的点。

其次，给定的平面力系是图 1.16 以及图 1.17 所示的平行力系时，通过与图 1.15 的情形完全相同的作图，也能求出其合力的大小、方向和作用点。图 1.17 所示平面力系是一指向相反的平行力系，在这种情况下，我们把力作用位置间的间隔用图示的 A、B、…、E 表示，在 A 和 B 之间的力记作 AB，B 和 C 之间的力记作 BC，设与此对应的力多边形中的力为 ab、bc、…、de。这种表示方法称为鲍乌(Bow)符号法。此时，合力 R 的大小为 ae，绘索多边形时，按 Oa、Ob、…、Oe 的次序，依次作它们的平行线即得。

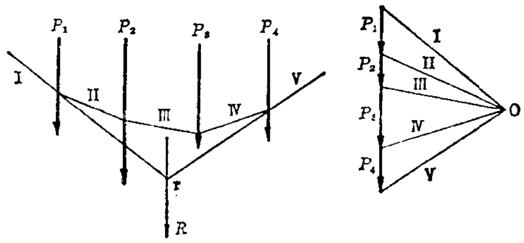


图 1.16

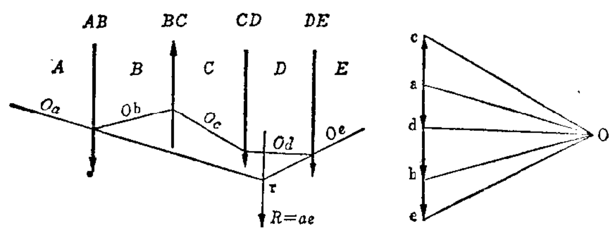


图 1.17