

高等学校试用教材

内燃机中的气体流动

蒋德明 编著

GAO DENG XUE
XIAO JIAO CAI

机械工业出版社

前 言

“内燃机中的气体流动”是根据内燃机专业教材编审委员会的决定（一九八三年九月长春会议），作为内燃机专业高年级学生的选修课教材而编写的。设置选修课的目的是在于拓宽学生的知识面，作为专业选修课就要着重把当前本专业最活跃的研究领域介绍给学生，以期引起他们继续钻研的兴趣，并要密切结合生产实际，介绍一些对我国适用的新技术，使学生走上工作岗位后，能很快地适应工作任务的需要。

大家知道，当前内燃机工作过程研究的两个最活跃的领域是内燃机的燃烧和废气涡轮增压，而它们的研究进展又与内燃机中的气体流动研究密切相关。

内燃机中气体流动研究包含的内容非常广泛，主要有：

1. 内燃机进气过程的研究。要求整个进气系统在发动机运转范围内具有最小的阻力，使气缸的充气效率能达到最高，从而为增加功率输出创造条件。

2. 充分利用进气管内气流脉动的特点实现惯性增压，并用来改善车用发动机的扭矩特性，匈牙利汽车研究所 G. Cser 提出的复合增压即是一例。

3. 废气涡轮增压内燃机排气能量的传递是按压力波的形式进行的，因此，研究排气管内气流的不定常流动，对于提高废气涡轮增压系统工作的有效性具有重要的意义。

4. 四冲程内燃机旋流进气过程的研究。

5. 关于紊流的研究。

6. 二冲程内燃机换气过程的研究。

7. 气波增压器 (Comprex Supercharger) 的研究。

8. 柴油机高压油泵、油管、喷油嘴内燃油的不定常流动和喷射（属于紊流射流），特别是要研究不正常喷射条件下的燃油流动状况。

9. 化油器中的两相流动和不定常流动。

10. 汽油机进气管内的流动属于气液两相流动，多缸汽油机各缸充量的均匀分配问题的研究，是当前进一步提高汽油机性能的关键之一。

11. 降低内燃机进、排气系统的空气动力噪声。

12. 测试技术。

以上列举的十二方面的内容均很丰富，显然在本书中不可能，也无必要逐一地介绍它们的详细内容，只能就一些共同性的问题（如分析不定常气流运动的特征线方法，不定常气流参数的测试技术）和较为常见的问题（如内燃机气缸内的气体流动，空气动力性噪声及其消减等）作一些介绍。

本书共分六章。第一章和第二章主要介绍分析不定常气流问题的特征线方法及其在非增压内燃机进、排气管内流动计算方面的应用；第三章介绍四冲程内燃机气缸内的气体流动；第四章介绍内燃机的排气动力噪声与消声器设计；第五章介绍不定常气流参数的测试技术；第六章讨论内燃机中的气体流动相似和模拟技术。

本书主要供内燃机专业本科生作选修课教材使用，也可供内燃机专业研究生参考。

编者

一九八五年十月

目 录

第一章 特征线方法	7
§ 1-1 特征线方法的基本概念	7
§ 1-2 简单的边界条件	7
§ 1-3 四冲程内燃机换气过程中气缸内压力变化的计算	13
§ 1-4 应用举例	15
第二章 非增压内燃机进、排气管内气体流动的数值计算	21
§ 2-1 适合数值计算需要的等熵气流的特征线算法	21
§ 2-2 一维不定常非等熵气流的特征线方程式	25
§ 2-3 一维不定常非等熵气流特征线方程的数值算法	27
§ 2-4 排气门的边界条件	31
§ 2-5 非增压内燃机排气管内气体流动的数值解法	36
第三章 四冲程内燃机气缸内的气体流动	42
§ 3-1 进气涡流对直接喷射式高速柴油机性能的影响	42
§ 3-2 旋流气道评定方法的改进与发展	44
§ 3-3 进气终点和压缩上止点气缸内涡流速率的计算	53
§ 3-4 在倒拖发动机上的试验结果	58
§ 3-5 气缸内的紊流	60
§ 3-6 分隔室式燃烧室中的气体流动	70
第四章 内燃机的排气动力噪声与消声器	83
§ 4-1 噪声的基本知识	83
§ 4-2 声波方程	88
§ 4-3 在无限大平面上活塞的辐射	91
§ 4-4 声压级的计算	94
§ 4-5 内燃机排气噪声的预测方法	94
§ 4-6 排气消声器的设计	99
第五章 不定常气流参数的测试技术	107
§ 5-1 管道内不定常流量率的测定	107
§ 5-2 热线风速仪	114
§ 5-3 激光多普勒测速仪	122
§ 5-4 应变式微型测速探针	127
第六章 内燃机中的气体流动相似和模拟技术	133
§ 6-1 气体流动的相似准则	133
§ 6-2 应用举例	139
附录	145
A1 一维不定常气流的基本气体动力学方程式	145
A2 非等熵气流的无因次特征线方程	147

IV

A 3	部分开启管口边界条件方程式的数值解法	149
A 4	排气门边界条件方程式的数值解法	152
A 5	在拉普拉斯方程情况下, 圆环的狄义赫利和聂依曼问题	157
A 6	单室扩张型消声器的传递损失	160
A 7	共振型消声器的传递损失	163
A 8	U形管内理想液柱振动的微分方程式	164
A 9	计及热线探针支架传热损失时的常微分方程式的解	165
A 10	主要符号的意义和单位	166

第一章 特征线方法

内燃机中的气体流动,本质上是属于可压缩粘性气体的三维不定常流动,但为了研究的方便,常常需要加以简化,例如对内燃机进、排气管系中的气体流动,由于管道沿管长方向的尺寸与管子半径相比很大,半径方向的流动不明显,因此可把它简化为一维不定常流动。此外,由于内燃机管道的管壁有摩擦,管道截面有变化和管外有热交换,又使气流成为非等熵流。实践已经证明,特征线方法是求解一维不定常非等熵气流问题最有效的工具之一,这就是我们在论述内燃机中的气体流动时,首先要讨论特征线方法的原因,但在本章只限于讨论等截面管道、可压缩理想气体的一维不定常等熵气流的这一最简单的情况,从中引出压力波作用理论和特征线方法的基本概念。在第二章和第四章中将讨论一维不定常非等熵气流的特征线解法及其在内燃机上的应用。

§ 1-1 特征线方法的基本概念

一、基本微分方程组的特征线解法

描述等截面管道可压缩理想气体的一维不定常等熵气流的基本气体动力学方程式共有五个。

1. 连续性方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1-1)$$

2. 动量方程式

此即牛顿第二定律在流体力学中的应用。

$$\begin{aligned} \rho \frac{du}{dt} &= - \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (1-2)$$

3. 能量方程式

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1-3)$$

把式(1-1)代入上式得

$$\frac{dp}{dt} - a^2 \frac{d\rho}{dt} = 0$$

即

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kRT} \quad (1-4)$$

因此,一维不定常等熵气流能量方程式与声速方程式是等价的。

4. 状态方程式

$$p = \rho R T$$

5. 过程方程式

现为等熵过程，因此有

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const} \quad \frac{p}{T^{\frac{k}{k-1}}} = \text{const} \quad (1-5)$$

运用以上方程式可以导出特征线方程式。

由式 (1-4)，式 (1-5) 可得

$$a \propto \left(\frac{p}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \propto (\rho^{k-1})^{\frac{1}{2}} \propto \rho^{\frac{k-1}{2}}$$

故有

$$\rho \propto a^{\frac{2}{k-1}} \quad (1-6)$$

把式 (1-6) 代入式 (1-1)

$$\begin{aligned} \frac{2}{k-1} a^{\frac{2}{k-1}-1} \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{2}{k-1} u a^{\frac{2}{k-1}-1} \frac{\partial a}{\partial x} + a^{\frac{2}{k-1}} \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial a}{\partial t} + u \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{k-1}{2} a \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (1-7)$$

由式 (1-5) 可得

$$p = C \rho^k$$

代入式 (1-2)，其中 $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$ 项作以下变换

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{1}{\rho} C k \rho^{k-1} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{k p}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ &= \frac{a^2}{a^{\frac{2}{k-1}}} \frac{2}{k-1} a^{\frac{2}{k-1}-1} \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{2 a}{k-1} \frac{\partial a}{\partial x} \end{aligned}$$

故式 (1-2) 可改写为

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2 a}{k-1} \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \quad (1-8)$$

式(1-7) + $\left(\frac{k-1}{2} \right)$ 式 (1-8)

$$\left[\frac{\partial a}{\partial t} + (u + a) \frac{\partial a}{\partial x} \right] + \frac{k-1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u + a) \frac{\partial u}{\partial x} \right] = 0 \quad (1-9)$$

式(1-7) - $\left(\frac{k-1}{2} \right)$ 式(1-8)

$$\left[\frac{\partial a}{\partial t} + (u - a) \frac{\partial a}{\partial x} \right] - \frac{k-1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u - a) \frac{\partial u}{\partial x} \right] = 0 \quad (1-10)$$

式 (1-9) 和式 (1-10) 是前述五个气体动力学方程式归并而成，它的解就是上述微分方

程组的解，但遗憾的是不可能直接求出式 (1-9) 和式 (1-10) 的解析解，如

$$a = a(x, t) \quad u = u(x, t)$$

而只能求出它们的特征线解。

观察式 (1-9) 和式 (1-10)，若有

$$\frac{dx}{dt} = u \pm a \quad (1-11)$$

则偏微分方程式 (1-9) 和式 (1-10) 可以化为常微分方程式的形式

$$\frac{da}{dt} \pm \frac{k-1}{2} \frac{du}{dt} = 0$$

即

$$\frac{da}{du} = \mp \frac{k-1}{2} \quad (1-12)$$

把式 (1-11) 和式 (1-12) 分开来写，则有

$$\frac{dx}{dt} = u + a \quad (1-11a)$$

$$\frac{da}{du} = -\frac{k-1}{2}$$

$$a + \frac{k-1}{2} u = \text{const} \quad (\text{沿特征线}) \quad (1-12a)$$

以及

$$\frac{dx}{dt} = u - a$$

$$\frac{da}{du} = \frac{k-1}{2}$$

$$a - \frac{k-1}{2} u = \text{const} \quad (\text{沿特征线}) \quad (1-12b)$$

一般称式 (1-11) 为特征线的方向性条件 (Direction Condition)，称式 (1-12) 为适定性条件 (Compatibility Condition)，这样沿着偏微分方程组定义域中的某些特殊曲线，即满足式 (1-11) 的特征线，能使偏微分方程转化为常微分方程式 (1-12)，因此可以用图解法或数值算法来求出它的解。由于特征线可以布满整个 (x, t) 区域，因此用特征线方法可以求出偏微分方程组式 (1-9) 和式 (1-10) 的完整解。

二、特征线解的物理意义

设在一等截面管道内，充满着物性参数为 p 、 ρ 、 a 的气体并以速度 u 向右运动 (图 1-1a)，处于上游的活塞运动时产生一个压力脉冲 dp (同时产生密度脉冲 $d\rho$ ，声速脉冲 da ，速度脉冲 du) 向上游传播，传播速度为 u_w (图 1-1b)。如果设想在整个流场上加一个向左方向的速度 u_w ，则波前变成驻波 (图 1-1c)，因此可以应用定常流的公式进行计算。

由连续性方程式

$$(\rho + d\rho)(u + du - u_w) = \rho(u - u_w)$$

展开并略去高次微分项

$$\rho du + d\rho(u - u_w) = 0 \quad (1-13)$$

由动量方程式

$$\begin{aligned} dp &= \rho(u - u_w)[(u - u_w) - (u + du - u_w)] \\ &= -\rho(u - u_w)du \end{aligned} \quad (1-14)$$

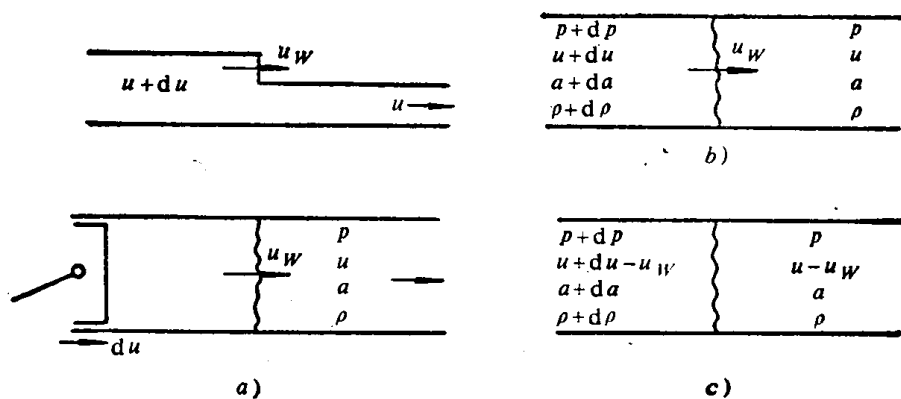


图1-1 特征线解的物理意义

a) 脉冲的产生 b) 脉冲的传播 c) 驻波

在式 (1-13) 和式 (1-14) 中, 消去 du

$$-\rho \frac{dp}{\rho(u-u_w)} + d\rho(u-u_w) = 0$$

$$(u-u_w)^2 = \frac{dp}{d\rho}$$

$$u-u_w = \pm \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

$$u_w = u \pm a$$

(1-15)

上式表明, 压力波 (脉冲) 传播的绝对速度 u_w 等于管内气流速度 u 与压力波在静止气体中的传播速度 (即声速) a 之和。

把式 (1-15) 代入式 (1-14) 可得

$$\frac{dp}{du} = -\rho(u-u_w) = -\rho(u-u \mp a) = \pm \rho a = \pm \frac{kp}{a}$$

$$\frac{1}{k} \frac{dp}{p} = \pm \frac{du}{a}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{k} \frac{dp}{p} = \frac{1}{k-1} \frac{dT}{T} = \frac{2}{k-1} \frac{da}{a}$$

$$\frac{2}{k-1} \frac{da}{a} = \pm \frac{1}{a} du \quad (1-16)$$

因此, 由式 (1-15) 和式 (1-16) 也可得到两组方程式

$$\frac{dx}{dt} = u + a \quad (1-15a)$$

$$a - \frac{k-1}{2} u = \text{const} \quad (\text{越过特征线}) \quad (1-16a)$$

以及

$$\frac{dx}{dt} = u - a \quad (1-15b)$$

$$a + \frac{k-1}{2}u = \text{const} \quad (\text{越过特征线}) \quad (1-16b)$$

由上面的讨论可知:

1. 所谓 $x-t$ 平面 (又名位置平面 Position Diagram)

上的特征线 $\frac{dx}{dt} = u \pm a$, 实质上是压力波在运动气流中传播的轨迹线, 其中 $\frac{dx}{dt} = u +$

a 称为右行特征线, 它就是向

右传播的压力波的轨迹, $\frac{dx}{dt}$

$= u - a$ 称为左行特征线, 它就是向左传播的压力波轨迹 (图 1-2)。

2. 上述沿着特征线 (along the wave) 与越过特征线 (across the wave) 的状态变化的两种表达法, 在实质上是完全一致的。例如, 在位置平面 (图 1-2 a) 上沿 $R_1, R_2, R_3, \dots$ 特征线的状态变化与越过 $L_1, L_2, L_3, \dots$ 特征线状态变化的说法是一致的, 即式 (1-12 b) 与式 (1-16 a) 的表示方法是一致的, 这一点也可以从状态平面 ($a-u$ 平面) 上清楚地看到。

三、特征线方程的无因次化和黎曼变量 (Riemann Variables)

为方便起见, 在用特征线法进行计算时, 一般均采用无因次参数, 其定义如下

$$A = \frac{a}{a_r}, \quad U = \frac{u}{a_r}, \quad X = \frac{x}{l_r}, \quad Z = \frac{a_r t}{l_r}$$

式中 a_r ——参考声速;

l_r ——参考长度。

这样, 原始的特征线方程

$$\frac{dx}{dt} = u \pm a$$

$$\frac{da}{du} = \mp \frac{k-1}{2}$$

就可写成无因次形式

$$\frac{dX}{dZ} = U \pm A \quad (1-17)$$

$$\frac{dA}{dU} = \mp \frac{k-1}{2} \quad (1-18)$$

以及

$$A = \frac{a}{a_r} = \left(\frac{p}{p_r} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \quad (1-19)$$

在无因次位置平面和状态平面上的特征线的表示法如图 1-3 a, 积分式 (1-18) 并定义

$$\lambda = A + \frac{k-1}{2}U \quad (1-20)$$

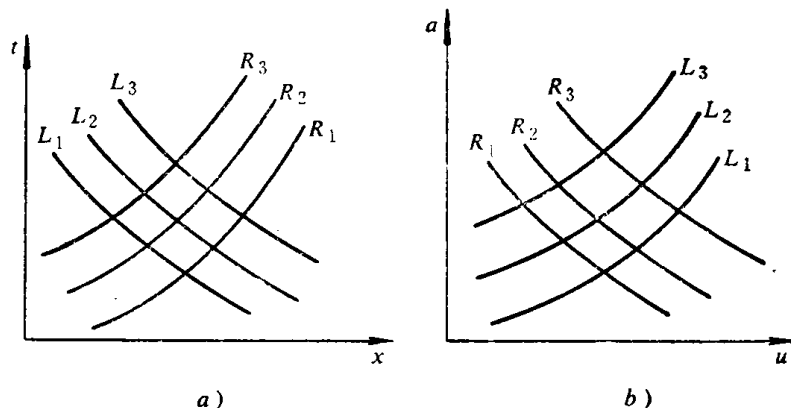


图1-2 特征线的表示法

a) 位置平面 b) 状态平面 R—右行压力波 L—左行压力波

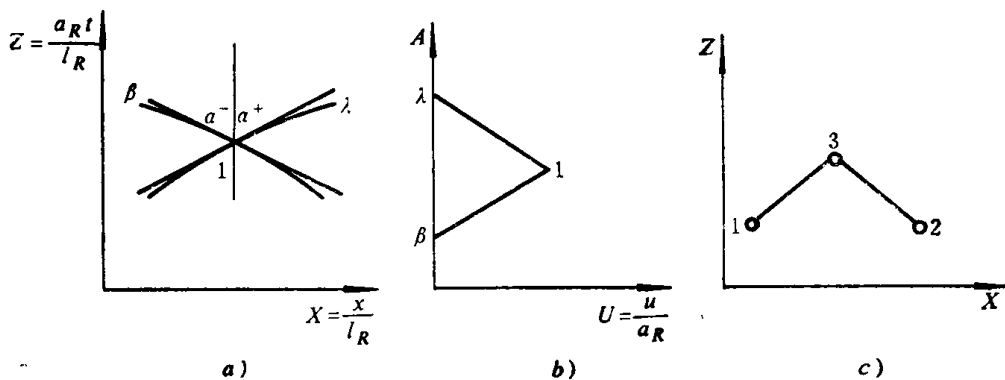


图1-3 在无因次平面上特征线的表示法

a) 无因次位置平面 b) 无因次状态平面 c) 已知1、2点, 求3点的黎曼变量

$$\beta = A - \frac{k-1}{2} U \quad (1-21)$$

上式中的 λ 和 β 称为黎曼变量, 分别用来表示右行特征线和左行特征线。在图 1-3 b 上, 令 $U = 0$ 时, 可得纵坐标轴 A 上所标出的 λ 和 β 值的大小。

由式 (1-20) 和式 (1-21) 得

$$A = \frac{\lambda + \beta}{2} \quad U = \frac{\lambda - \beta}{k-1} \quad (1-22)$$

对 λ 特征线有

$$\left. \frac{dX}{dZ} \right|_{\lambda} = U + A = \left[\frac{k+1}{2(k-1)} \right] \lambda - \left[\frac{3-k}{2(k-1)} \right] \beta = b\lambda - a\beta = 3\lambda - 2\beta \quad (1-23)$$

对 β 特征线有

$$\left. \frac{dX}{dZ} \right|_{\beta} = U - A = \left[\frac{3-k}{2(k-1)} \right] \lambda - \left[\frac{k+1}{2(k-1)} \right] \beta = a\lambda - b\beta = 2\lambda - 3\beta \quad (1-24)$$

式中

$$a = \frac{3-k}{2(k-1)} = 2 \quad (\text{当 } k=1.4)$$

$$b = \frac{k+1}{2(k-1)} = 3 \quad (\text{当 } k=1.4)$$

很明显, $\left. \frac{dX}{dZ} \right|_{\lambda}$ 是代表 λ 特征线在 $X-Z$ 平面上 1 点 (图 1-3 a) 处 α^+ 角的正切值,

$\left. \frac{dX}{dZ} \right|_{\beta}$ 是代表 β 特征线在 1 点处 α^- 角的正切值。

上述式 (1-20), 式 (1-21), 式 (1-22), 式 (1-23), 式 (1-24) 就构成了一维不定常等熵气流的基本计算公式。

运用黎曼变量 λ 、 β 进行不定常气流问题的计算是非常方便的, 例如已知流场内任意两点 1 和 2 的黎曼变量分别为 (λ_1, β_1) 和 (λ_2, β_2) , 则两条特征线的交点 3 就很易求出 (图 1-3 c)。

由于 1 点和 3 点处于同一右行特征线上,

故

$$\lambda_3 = \lambda_1$$

由于2点和3点处于同一左行特征线上,

故

$$\beta_3 = \beta_2$$

求得 λ_3 和 β_3 以后,应用式(1-22)就可求出3点的 A , U 等参量的值。

因此,对等截面不定常等熵管流,只要知道各点的 λ , β 值,就等于已知该点上流体的全部参量。

§ 1-2 简单的边界条件

只有在一定的起始条件和边界条件下,才能求得描写一维不定常气流运动偏微分方程组的确定解。起始条件一般比较简单,例如对管道内静止的压力等于大气压的气体($A = 1$, $U = 0$),则起始条件为 $\lambda = \beta = 1$;而边界条件形式繁多,并且工程实际问题的求解精度主要取决于边界条件的物理模型是否合理、公式中经验系数的试验数据是否完备,因此对边界条件的研讨必须十分重视,本节先讨论一些最常用的,简单的边界条件。

在边界条件计算中,一般进入边界的黎曼变量是已知的,要求的是离开边界的黎曼变量,而边界可以在管子的右端,也可以在管子的左端,为统一符号起见,把进入边界的黎曼变量记为 λ_{in} ,把离开边界的黎曼变量记为 λ_{out} ,并把流向边界的气流速度 U 定为正方向(图1-4)。

由式(1-22)可知

$$A = \frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2} \quad (1-25)$$

$$U = \frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{k - 1} \quad (1-26)$$

例如对管子左端边界(图1-4a),按照上节规定的符号标记,则 $\lambda_{in} = \beta$, $\lambda_{out} = \lambda$,而对右端边界则 $\lambda_{in} = \lambda$, $\lambda_{out} = \beta$,设在这两种情况下, λ_{in} 均大于 λ_{out} (图1-4b, c),因此气流流入边界,速度 U 均为正值。以后将会看到,运用这种符号约定方法,在应用电子计算机计算时可节约计算时间,但要注意此时左端边界上 U 的正方向正好与 x 轴的正方向相反。

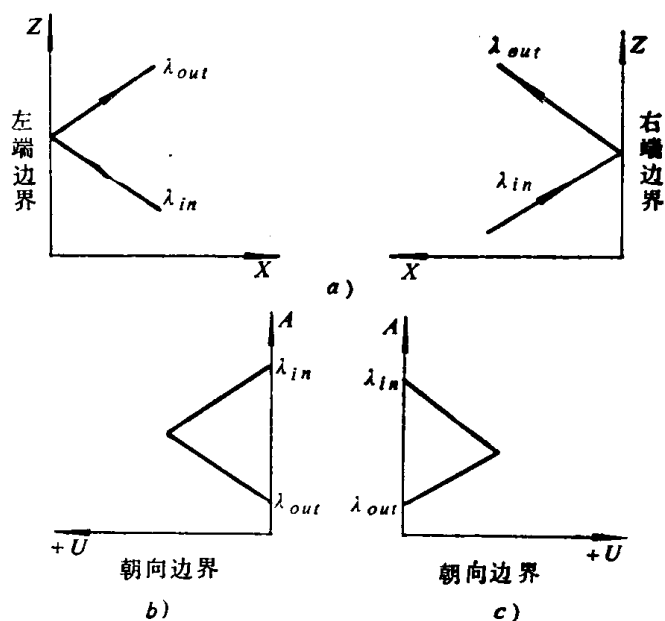


图1-4 边界上的黎曼变量

a) 位置平面 b) 状态平面, 气流流入左端边界 c) 状态平面, 气流流入右端边界

一、封闭管端 (图 1-5)

气流遇到封闭管端的瞬间, 气流速度 $U = 0$, 由式 (1-26) 可知

$$\lambda_{out} = \lambda_{in} \tag{1-27}$$

即在已知 λ_{in} 时可利用式 (1-27) 求出 λ_{out} 。

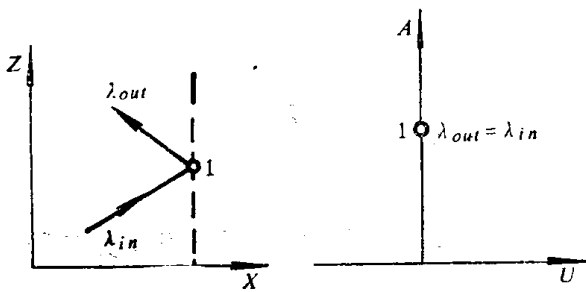


图1-5 封闭管端的黎曼变量

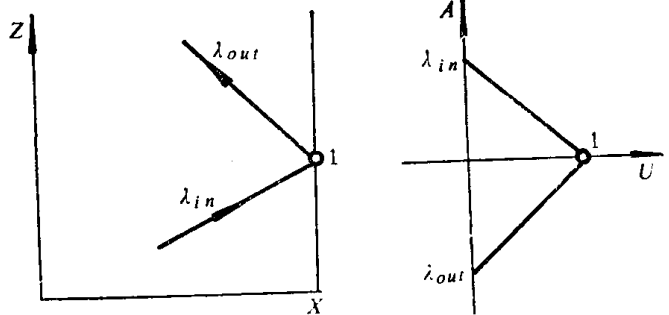


图1-6 开口管端的黎曼变量

二、开口管端 (图 1-6)

开口管端处的压力等于大气压力, 因此

$$A = \frac{a}{a_R} = \left(\frac{p}{p_R} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = 1$$

由式 (1-25), $\frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2} = 1$

$$\lambda_{out} = 2 - \lambda_{in} \tag{1-28}$$

三、气流从高压容器流入管道 (图 1-7)

在分析这一边界条件之前需要先说明一下分析边界条件上气体流动所常用的一个假定——拟定常流动。由于边界区域与整个管道相比, 长度短得多, 但截面有可能作较大的变化, 因此可以认为气流流经边界时, 参量随 x 的变化比随 t

的变化大得多, 即 $\frac{\partial}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial t}$

, 因而可设 $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ 。从

物理概念上说, 拟定常流动的含义是: 就整个气体流动而言, 通过边界区的流动是不定常流动, 但在某一时间间隔内, 可以认为通过边界的流动是定常

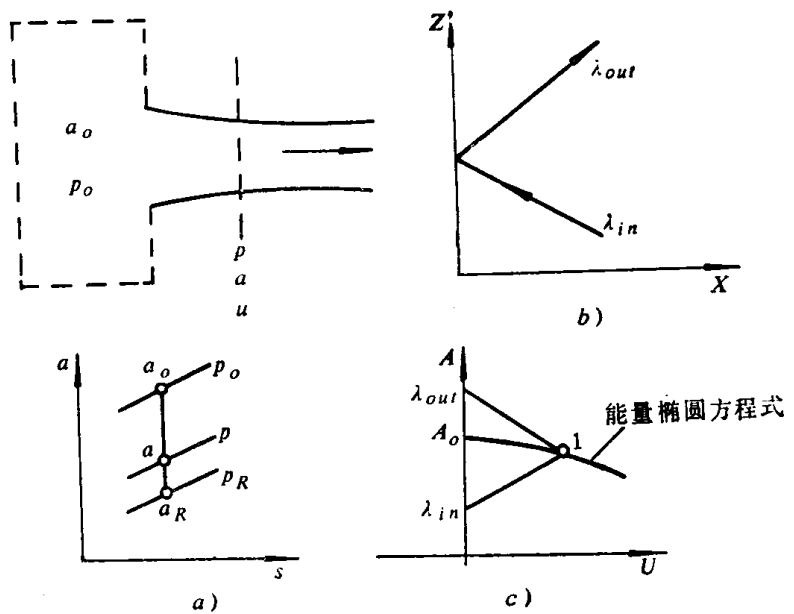


图1-7 气流从高压容器流入管道时边界条件上的黎曼变量
a) $a-s$ 图 b) 位置平面图 c) 状态平面图

流动。

由图 1-7，设高压容器内空气的滞止状态参数为 a_0 ， p_0 ，气流作等熵膨胀流入管道，根据边界区域拟定常流动的假定，可以应用定常流动的能量方程式

$$\frac{a_0^2}{k-1} = \frac{a^2}{k-1} + \frac{u^2}{2}$$

$$a_0^2 = a^2 + \frac{k-1}{2} u^2$$

化为无因次形式

$$A_0^2 = A^2 + \frac{k-1}{2} U^2 = \left(\frac{p_0}{p_R} \right)^{\frac{k-1}{2k}} \quad (1-29)$$

把式 (1-25)，式 (1-26) 代入

$$A_0^2 = \left(\frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2} \right)^2 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{k-1} \right)^2$$

应该注意到气流是从容器流入管子，对管子而言，气流速度 U 的方向是离开边界点，根据前述符号规则，此时 U 值为负，因此 $\lambda_{in} < \lambda_{out}$ (图 1-7 c)。

展开上式得

$$\frac{k+1}{k-1} \lambda_{out}^2 - 2 \left(\frac{3-k}{k-1} \right) \lambda_{in} \lambda_{out} + \left[\left(\frac{k-1}{k+1} \right) \lambda_{in}^2 - 4 A_0^2 \right] = 0$$

上式对 λ_{out} 为一个二次方程式，求解时由于要求 $\lambda_{out} > \lambda_{in}$ ，根号前取正号：

$$\lambda_{out} = \left(\frac{3-k}{k+1} \right) \lambda_{in} + \frac{2}{k+1} \sqrt{2(k-1) \left(\frac{k+1}{2} A_0^2 - \lambda_{in}^2 \right)} \quad (1-30)$$

这一流动情况还可能出现两种特例：

1. 反流：当 $\lambda_{in} > A_0$ 时发生，此时边界条件转化为管端开口的情况，而此时下游的压力为 p_0 ，按式 (1-25)

$$A_0 = \left(\frac{p_0}{p_R} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = \frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2}$$

$$\lambda_{out} = 2 A_0 - \lambda_{in} = 2 \left(\frac{p_0}{p_R} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - \lambda_{in}$$

2. 气流阻塞：当喉口流速达到当地声速 $u = a$ 时发生，由式 (1-25) 和式 (1-26)，注意到关于 U 值符号的规定，在括号前加一个负号

$$-\left(\frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{k-1} \right) = \frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2}$$

$$\lambda_{out} = \left(\frac{k+1}{3-k} \right) \lambda_{in}$$

四、气流经部分开口的管端（喷嘴）出流（图 1-8）

气流经部分开启的管口（喷嘴）出流时，仍可假定满足拟定常等熵流动的要求，管口的外面是一个不变的静压力 p_R （例如大气压力），这一边界条件也可视作进气门正流时的边界条件，此时图 1-8 a 上的 F ，将随进气门的开启程度而变化。这一边界条件也可分成下面两种

情况来讨论:

1. 管口的出口流速为亚声速时, 喉口压力 $p_t = p_R$

由能量方程式

$$a_0^2 = a^2 + \frac{k-1}{2} u^2 = a_t^2 + \frac{k-1}{2} u_t^2 \quad (1-31)$$

$$\text{连续方程} \quad \rho u F = \rho_t u_t F_t \quad (1-32)$$

$$\text{声速方程} \quad a^2 = \frac{k p}{\rho} \quad (1-33)$$

把式 (1-31) 写成无因次形式

$$\begin{aligned} A_0^2 &= A^2 + \frac{k-1}{2} U^2 \\ &= A_t^2 + \frac{k-1}{2} U_t^2 \end{aligned} \quad (1-34)$$

等熵条件:

$$\frac{\rho}{\rho_R} = \left(\frac{a}{a_R} \right)^{\frac{2}{k-1}} = A^{\frac{2}{k-1}}$$

把式 (1-32) 写成

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_R} \frac{u}{a_R} &= \frac{\rho_t}{\rho_R} \frac{u_t}{a_R} \frac{F_t}{F} \\ U A^{\frac{2}{k-1}} &= \Psi A_t^{\frac{2}{k-1}} U_t \end{aligned} \quad (1-35)$$

式中, 面积比 $\Psi = F_t/F$ 。

合并式 (1-34) 和式 (1-35) 得

$$U^2 = \frac{\frac{2}{k-1} (A^2 - A_t^2)}{\frac{1}{\Psi^2} \left(\frac{A}{A_t} \right)^{\frac{4}{k-1}} - 1} \quad (1-36)$$

对亚声速出流:

$$p_t = p_R$$

$$A_t = \frac{a_t}{a_R} = \left(\frac{p_t}{p_R} \right)^{\frac{k-1}{2k}} = 1$$

因此有

$$U^2 = \frac{\frac{2}{k-1} (A^2 - 1)}{\frac{1}{\Psi^2} A^{\frac{4}{k-1}} - 1} \quad (1-37)$$

2. 管口的出口流速为声速时: $U_t = A_t$

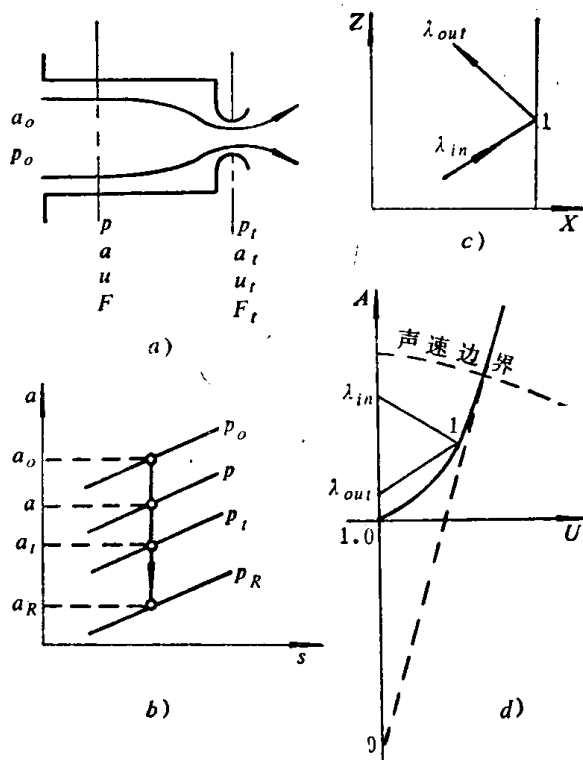


图1-8 气流经部分开启的管口出流

a) 示意图 b) $a-s$ 图 c) 位置平面图 d) 状态平面图

临界压力比为

$$\left(\frac{p}{p_t}\right)_{cr} = \left(\frac{a}{a_t}\right)_{cr}^{\frac{2k}{k-1}} = \left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr}^{\frac{2k}{k-1}}$$

$$\left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr} = \left(\frac{p}{p_t}\right)^{\frac{k-1}{2k}}$$

由式 (1-35)
$$\frac{U}{A_t} = \Psi \left(\frac{A_t}{A}\right)_{cr}^{\frac{2}{k-1}} \quad (1-38)$$

或
$$\frac{U}{A} = \Psi \left(\frac{A_t}{A}\right)_{cr}^{\frac{2}{k-1}} \left(\frac{A_t}{A}\right)_{cr} = \Psi \left(\frac{A_t}{A}\right)_{cr}^{\frac{k+1}{k-1}} \quad (1-39)$$

由能量方程式

$$A^2 + \frac{k-1}{2} U^2 = A_t^2 + \frac{k-1}{2} A_t^2 = \frac{k+1}{2} A_t^2$$

$$\frac{2}{k-1} \left(\frac{A}{A_t}\right)^2 + \left(\frac{U}{A_t}\right)^2 = \frac{k+1}{k-1} \quad (1-40)$$

现有

$$\left(\frac{A}{A_t}\right) = \left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr}$$

把式 (1-38) 代入式 (1-40)

$$\Psi^2 = \left[\frac{k+1}{k-1} - \frac{1}{k-1} \left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr}^2 \right] \left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr}^{\frac{4}{k-1}} \quad (1-41)$$

上式表明临界值 $\left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr}$ 仅与 Ψ 值有关。

设 A 和 U 的声速边界值为 A_{cr} , U_{cr} , 则由能量方程式可得

$$A_{cr}^2 + \frac{k-1}{2} U_{cr}^2 = \frac{k+1}{2} \quad (1-42)$$

式中
$$A_{cr} = \left(\frac{A}{A_t}\right)_{cr},$$

$$U_{cr} = \left(\frac{U}{A_t}\right)_{cr},$$

$$A_t = 1.0。$$

这样气流经部分开口管端出流的边界条件可归结为式(1-37)、式(1-39)、式(1-41)。亚声速出流和超声速出流的分界线为式(1-42)。

图 1-9 是 $k = 1.4$ 时所绘出的边界条件曲线。

为了把上述边界条件式 (1-

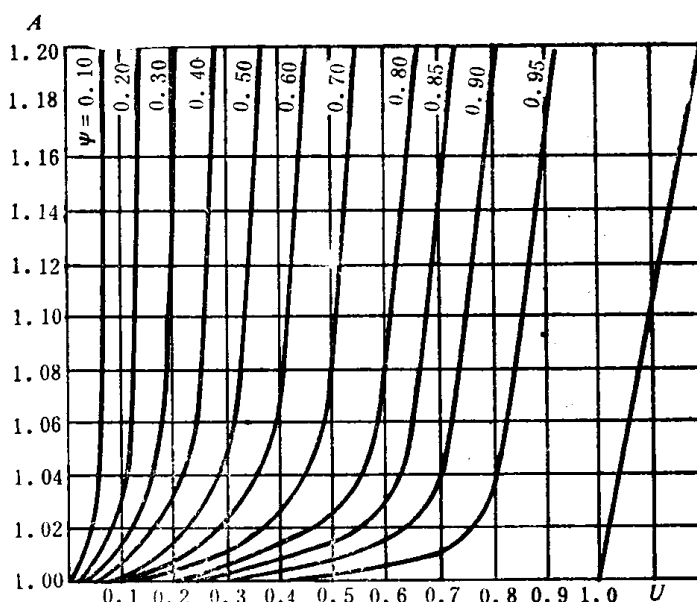


图1-9 气流经部分开启管端出流的边界条件

37), 式 (1-39) 改成用黎曼变量表示的式子, 可采用以下方法。

对亚声速出流的情况, 由 $\lambda_{in} = A + \frac{k-1}{2} U$ 得

$$U = \frac{2}{k-1} (\lambda_{in} - A)$$

代入式 (1-37)

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{k-1} \right)^2 (\lambda_{in} - A)^2 (A^{\frac{4}{k-1}} - \Psi^2) &= \frac{2}{k-1} (A^2 - 1) \Psi^2 \\ (A^{\frac{4}{k-1}} - \Psi^2) (\lambda_{in} - A)^2 - \frac{k-1}{2} (A^2 - 1) \Psi^2 &= 0 \end{aligned} \quad (1-43)$$

由上式很难求得 $A = f(\lambda_{in}, \Psi)$ 的解析解, 只能用数值计算方法求解, 求得 A 值以后, 由

$$\lambda_{out} = 2A - \lambda_{in} \quad (1-44)$$

最后求出 λ_{out} 。

对声速出流的情况, 由式 (1-41) 可得

$$f \left[\left(\frac{A}{A_t} \right)_{cr} \right] = \Psi^2 - \left[\frac{k+1}{k-1} - \frac{1}{k-1} \left(\frac{A}{A_t} \right)_{cr}^2 \right] \left(\frac{A}{A_t} \right)_{cr}^{\frac{4}{k-1}} = 0$$

由上式也无法求出 $\left(\frac{A}{A_t} \right)_{cr}$ 的解析解, 也只能用数值计算方法求解, 在求得 $\left(\frac{A}{A_t} \right)_{cr}$ 的值后, 由式 (1-39) 可得

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{\lambda_{in} + \lambda_{out}} &= \Psi \left(\frac{A_t}{A} \right)_{cr}^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{k-1}{2} = C \\ \lambda_{out} &= \frac{1-C}{1+C} \lambda_{in} = \frac{1 - \frac{k-1}{2} \Psi \left(\frac{A_t}{A} \right)_{cr}^{\frac{k+1}{k-1}}}{1 + \frac{k-1}{2} \Psi \left(\frac{A_t}{A} \right)_{cr}^{\frac{k+1}{k-1}}} \lambda_{in} \end{aligned} \quad (1-45)$$

关于式 (1-43) 和式 (1-41) 的数值计算方法, 将在第二章中讨论。

五、分枝管接头 (图 1-10)

对于等熵气流而言, 各支管的熵值水平相同, 并假定接头处的压力和密度对各支管管端均是相同的。

$$p_1 = p_2 = p_3 \quad (1-46)$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 \quad (1-47)$$

在接头处满足连续方程式

$$\sum \rho u F = 0$$

$$\rho_1 u_1 F_1 + \rho_2 u_2 F_2 + \rho_3 u_3 F_3 = 0$$

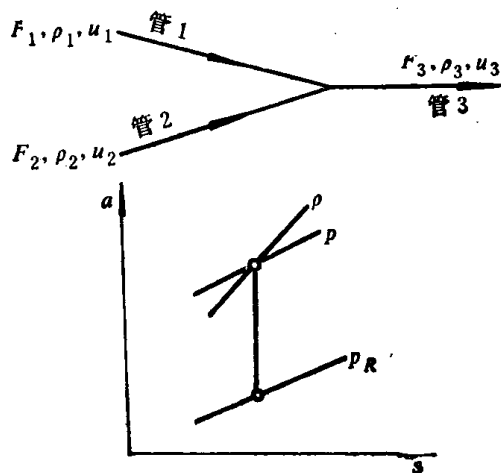


图1-10 三枝管接头

$$u_1 F_1 + u_2 F_2 + u_3 F_3 = 0 \quad (1-48)$$

令
$$U = \frac{u}{a_r}, \quad A = \frac{a}{a_r} = \left(\frac{p}{p_r} \right)^{\frac{k-1}{2k}}$$

由式 (1-46) 可知
$$A_1 = A_2 = A_3 \quad (1-49)$$

由式 (1-48) 可知
$$U_1 F_1 + U_2 F_2 + U_3 F_3 = 0 \quad (1-50)$$

把 $A = \frac{\lambda_{in} + \lambda_{out}}{2}$, $U = \frac{\lambda_{in} - \lambda_{out}}{k-1}$ 代入式 (1-49)

由
$$A_1 = A_2, \quad \lambda_{out2} = \lambda_{in1} + \lambda_{out1} - \lambda_{in2} \quad (1-51)$$

由
$$A_1 = A_3, \quad \lambda_{out3} = \lambda_{in1} + \lambda_{out1} - \lambda_{in3} \quad (1-52)$$

同样由式 (1-50)

$$(\lambda_{in1} - \lambda_{out1}) F_1 + (\lambda_{in2} - \lambda_{out2}) F_2 + (\lambda_{in3} - \lambda_{out3}) F_3 = 0 \quad (1-53)$$

把式 (1-51) 和式 (1-52) 代入式 (1-53)

$$\lambda_{out1} = K_1 \lambda_{in1} + K_2 \lambda_{in2} + K_3 \lambda_{in3} - \lambda_{in1} \quad (1-54)$$

式中
$$K_1 = \frac{2 F_1}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{2 F_1}{F_T}$$

$$K_2 = \frac{2 F_2}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{2 F_2}{F_T}$$

$$K_3 = \frac{2 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{2 F_3}{F_T}$$

此外 λ_{out2} 和 λ_{out3} 由式 (1-51) 和式 (1-52) 求出。

显然上述方法可以推广到几支管去, 令

$$F_T = \sum_{q=1}^n F_q, \quad K_q = \frac{2 F_q}{F_T} \quad (q = 1 \sim n)$$

$$\lambda_{outq} = \sum_{q=1}^n K_q \lambda_{inq} - \lambda_{inq} \quad (q = 1 \sim n) \quad (1-55)$$

§ 1-3 四冲程内燃机换气过程中气缸内

压力变化的计算

四冲程内燃机换气过程中, 由于进气、排气、活塞运动等原因, 使气缸内的压力不断变化, 为计算方便起见, 可设气缸内的压力、温度和气体成分均达到瞬时平衡, 气缸内工质为理想气体, 并不计气缸和周围介质的热交换。现把气缸视为“控制容积”, 应用热力学第一定律于这一可变容积开口系统之中 (图 1-11)。

$$\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} + \dot{m}_e h_{oe} - \dot{m}_r h_{or} \quad (1-56)$$

式中 $\dot{E}$ ——控制容积中总能量的增加率,

$$\dot{E} = \frac{d}{dt} (m_z u_z)$$

u_z ——气缸内工质的内能,