

工程

经济学中的

数学
方法

天津人民出版社

7

工程经济学中的 数学方法

王 卫 远红军 编著
王卫平 彭武烈

天津人民出版社

江苏工业学院图书馆
藏书章

工程经济学中的数学方法

王 卫 远红军 编著
王卫平 彭武烈
责任编辑 吴轶霞

*

天津人民出版社出版、发行
河南第一新华印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 10.25 印张 219 千字
1997 年 3 月第 1 版 1997 年 3 月第 1 次印刷
印数 1—3000 册
ISBN7-201-02842-1/G·1220

定 价 15.50 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。

前 言

工程经济学是研究工程投资的经济效益的应用性学科，具有很强的技术实用性，无论是工程技术人员，还是投资决策分析人员，都应该对其有所了解和掌握。由于任何一项工程建设，都是为了达到一定的经济目的的，工程建设的设计人员和施工组织人员都应该对自己所负责的建设工程的经济效果有所了解，要达到这种了解，就必须用工程经济学所介绍的技术方法去进行分析。即便不能亲自进行分析，最起码也应该了解和熟知各种技术分析指标与结果的含义及原理，从而在自己的工作中掌握轻重，以期实现工程投资的最优化效果。对于投资决策分析人员，这方面的知识就显得尤为重要，它可以说是投资决策分析人员所应该掌握的最基本的技术分析方法。

工程经济学的分析方向应包括两个方面，一个是宏观效益，一个是微观效益。宏观效益分析是指分析一项工程给整个社会所带来的收益或所能完成或所能发挥的功能，及其与所投资的成本之间的比较。这种分析与评价称为国民经济评价。国民经济评价的出发点是站在政府的立场上，分析的目标是整个社会的收益，而不单单是投资主体的收益。因此，它适用于公共工程的建设项目分析。微观分析是指从投资主体的立场出发，分析该项工程能给投资主体带来的收益，原则

上说，它并不考虑整个社会的受益情况。一般而言，宏观效益与微观效益之间既存在着一致性，又存在着矛盾对立的一面。但是，工程经济学并不涉及这方面的讨论，因此，对一项工程项目的建设投资，我们还必须综合其他方面进行考虑，如资源利用、环境污染等社会效益。

工程经济学的分析方法，是把所有的收益折合为资金的流出流入的变化，从而建立统一的分析比较标准。因此，现金流量图是工程经济学的一个有力的工具，我们完全可以把一个投资系统抽象为一个现金流量图来进行讨论。在这种意义上讲，工程经济学并不涉及具体的投资项目，而仅仅对资金的变化进行分析，从而使不同的投资方案具有了很强的可比性。但工程经济学的内容并不局限于此，它还涉及到投资项目的设计、建设、投产等各个方面，如价值工程分析方法，并据此建立各种分析及测算指标。

工程经济学适用于各种不同的国民经济部门，既适用于工业，也适用于农业、交通运输。它在不同经济部门的运用中，自然也就表现出该部门的技术与经济方面的特点，但是，它的基本原理与基本方法却是相同的。它的基本原理与基本方法是构成工程经济学的基础。工程经济学中研究的主要问题包括：

1. 在有限资源的条件下，如何合理地进行资源配置。
2. 在多项可供选择的方案中，经过比较分析去选择最合理的投资方案。
3. 对于不同的资金来源或有限资金，如何安排资金的筹集与使用。
4. 从经济的观点出发，评价和完善各种政策、技术措施

和技术方案。

上述问题的共同特点是，这些问题都以经济效果做为比较的标准，都必须从可行的方案出发。这些也是工程经济学所涉及的问题的共同特点。

工程经济学是一门综合学科，它必然涉及到各个领域方面的知识。本书主要是介绍工程经济学的技术方法，主要是数学方法，它没有也不可能涉及到工程经济学的所有方面。在叙述方面，对于其中所涉及的数学方法及其原理，尽可能予以比较详细的说明。

工程经济学的很多理论与方法尚不够成熟和完善，有待进一步研究与探讨，我们殷切地希望本书的读者能在实践与研究中对此有所建树。

编者

1996年12月

目 录

第一章 资金的时间价值.....	(1)
第一节 单利.....	(1)
第二节 名义利率与实际利率.....	(5)
第三节 复利.....	(8)
第四节 固定资产折旧	(10)
第五节 贴水与折现	(15)
第六节 资金的机会成本	(17)
第二章 经济效果计算的基本方法	(24)
第一节 现金流量图	(24)
第二节 经济效果计算的基本参数	(26)
第三节 复利终值公式	(28)
第四节 复利现值公式	(29)
第五节 年金终值公式	(30)
第六节 偿债基金公式	(34)
第七节 资金回收公式	(37)
第八节 年金现值公式	(39)
第九节 基本公式中各计算因子的关系	(41)
第十节 基本计算公式的应用	(44)
第十一节 线性插值法应用简介	(47)

第十二节	等差数列复利公式	(49)
第十三节	等比数列复利公式	(58)
第三章	投资的经济效果评价	(62)
第一节	静态评价方法的评价指标	(62)
第二节	动态评价方法一——现值法	(69)
第三节	动态评价方法二——年值法	(75)
第四节	动态评价方法三——未来值法	(79)
第五节	动态评价方法中的关键因素 ——四种收益率	(81)
第六节	动态评价方法四——投资收益率法	(83)
第七节	动态评价方法五——投资回收期法	(90)
第八节	动态评价方案比较中的几个问题	(95)
第四章	经济评价的基础数据与公共 工程的效益费用分析	(102)
第一节	工业企业的投资费用测算	(102)
第二节	工业企业的产品成本	(106)
第三节	企业经济评价的基础数据、 现金流量表与财务报表	(110)
第四节	效益费用分析的基本评价指标	(113)
第五节	单项方案的效益费用分析举例	(117)
第六节	互斥方案的效益费用比较分析	(121)
第七节	多项独立方案的效益费用分析	(127)
第八节	多用途工程项目的效益费用分析	(130)
第五章	经济寿命分析方法	(135)
第一节	投资寿命的几个重要概念	(135)
第二节	计算经济寿命的静态方法	(137)

第三节	计算经济寿命的动态方法·····	(141)
第四节	资产的更新分析·····	(144)
第五节	企业改、扩建的更新分析·····	(156)
第六章	价值工程·····	(161)
第一节	价值工程的基本概念·····	(161)
第二节	价值工程的实施·····	(168)
第七章	经济预测方法·····	(189)
第一节	定性预测方法·····	(189)
第二节	简单的定量预测方法·····	(193)
第三节	滑动分析法·····	(197)
第四节	应用趋势线法·····	(213)
第五节	一元线性回归法·····	(217)
第八章	经济决策分析方法·····	(227)
第一节	确定型决策方法·····	(227)
第二节	不确定型决策方法·····	(233)
第三节	风险型决策方法·····	(240)
第四节	决策问题的可靠性分析·····	(254)
第九章	经济统计方法·····	(261)
第一节	总论·····	(261)
第二节	统计调查和统计整理·····	(265)
第三节	总量指标和相对指标·····	(276)
第四节	平均指标和标志变异指标·····	(280)
第五节	时间数列·····	(290)
第六节	统计抽样·····	(300)

第一章 资金的时间价值

处于运动状态的资金会发生价值上的变化，即处于不同的时点坐标下的同一数量的资金可以具有不同的价值。或者说，在不同时点坐标下的不同数量的资金可以具有同样的价值。我们把这种状况称为资金的时间价值。引起资金价值变化的原因很多，如通货膨胀、利息或利润的形成、企业经营的亏损、汇率的变化等等。在这里，我们抛弃种种引起资金价值变化的原因，仅从数量关系上去进行分析与研究。另外，对资金价值的含义也可以有多种理解，如某种货币的购买力、某种货币的数量变化等等。在这里我们也不探究资金价值的含义，仅仅把它们抽象为一种数量上的变化。虽然我们不去考虑资金价值变化的原因与测量其变化的参照标准，但是我们约定是在同一参照标准下去讨论这一问题的。此外，在具体的事件中我们会涉及到产生变化的原因，但它仅仅只是为了研究问题的方便而已。

第一节 单 利

首先考察一个例子。

某人把 100 元存入银行，存期一年，年利率 8%，一年后他将得到 8 元利息，其本息和为 108 元。

这个例子说明了下述两个问题：(1) 现在 100 元到一年

以后变为 108 元。(2) 一年后的 108 元相当于现在的 100 元。

我们对上述的问题用公式表示：

(1) 现在的 100 元 = 1 年后的 108 元

(2) 1 年后的 108 元 = 现在的 100 元

如果忽视等号两端的差异，我们可以认为 (1) 与 (2) 表述了同样一个问题，即现在的 100 元与 1 年后的 108 元是等值的。

但是，从另一个角度来看，这两个公式之间存在着一些不同。如果我们把现在资金数量记为 P ，称为现值，1 年后的资金的数量记为 F ，称为未来值，那么上述公式 (1) 可视为一种方法：由 P 去求 F ；(2) 则为另一种方法：由 F 去求 P 。由 F 去求 P 称为折现。

我们现在转而讨论 P 与 F 之间的数量关系。在前面的例子中，涉及到如下概念：本金、利率、存期、利息、本息和，其中本金即我们所说的资金的现值。本息和即我们所说的资金未来值。利率一般记为 i ，尽管在不同的场合它具有不同的含义。存期用 n 表示，一般以年做单位。利息表示本息和与本金之差，在此我们不对利息做更多的研究。

在上面的问题中有：

$$108 \text{ 元} = 100 \text{ 元} \times (1 + 8\% \times 1)$$

$$\text{即：本息和} = \text{本金} \times (1 + \text{利率} \times \text{存期})$$

(1.1-1)

如果用字母表示可以记为：

$$F = P (1 + ni) \quad (1.1-2)$$

公式 (1.1-1)、(1.1-2) 事实上是同一个公式。它们被称为单利公式。由它可以推导出下面的一些公式：

本金 = 本息和 ÷ (1 + 利率 × 存期)

即
$$P = \frac{F}{1 + ni} \quad (1.1-3)$$

利率 = (本息和 - 本金) ÷ (本金 × 存期)

$$i = \frac{F - P}{nP} \quad (1.1-4)$$

存期 = (本息和 - 本金) ÷ (利率 × 本金)

$$n = \frac{F - P}{iP} \quad (1.1-5)$$

n 、 i 、 P 、 F 是计算资金时间价值中的四个基本因素，一般是用其中三个要素去求另外一个要素。

利率 i 是一个很重要的基本因素。我们上面讲的利率是年利率，在实际上还有日利率、月利率。年利率对应的存期单位是年，常用百分数表示；月利率的存期单位是月，常用千分数表示；日利率的存期单位是日，常用万分数表示。它们之间的关系如下：

$$\text{年利率} = \text{月利率} \times 12 = \text{日利率} \times 360$$

$$\text{月利率} = \text{年利率} \div 12 = \text{日利率} \times 30$$

$$\text{日利率} = \text{年利率} \div 360 = \text{月利率} \div 30$$

【例 1】某银行在资金市场拆借资金 150 万元，年利率为 12%，拆借时间为 10 天，试求 10 天后应还款多少。

解：日利率为：

$$12\% \div 360 = 3.33\text{‰}$$

应还款

$$150 \times (1 + 10 \times 3.33\text{‰}) = 150.50 \text{ (万元)}$$

【例 2】某银行拆借资金 360 万元，一个月后，还款 372

万元，试求拆借资金的年利率。

解：月利率为：

$$\frac{372-360}{360} = 33.33\%$$

年利率为：

$$33.33\% \times 12 = 40.00\%$$

我们在前面曾指出利率 i 在不同场合具有不同的含义，下面举几个例子来说明。

【例 3】某项设备原价 120 万元，年末残值为 100 万元，试求其折旧率。

解：折旧率为：

$$\frac{100-120}{120 \times 1} \approx -16.67\%$$

在例 3 中 i 表示折旧率，为负值。

【例 4】某项设备现在购买需花 120 万元，一年前购买只需付 98 万元，试求通货膨胀率。

解：通货膨胀率为：

$$\frac{120-98}{98 \times 1} \approx 22.45\%$$

这里 i 表示通货膨胀率。

【例 5】某项投资为 750 万元，年末可收回 825 万元，试求其收益率。

解：收益率为：
$$\frac{825-750}{825 \times 1} \approx 9.09\%$$

在例 5 中 i 表示投资收益率。

第二节 名义利率与实际利率

我们首先通过一个例子来说明问题。

一个企业的银行贷款 100 万元，年利率为 12%，即其一年的利息为 12 万元。银行在这笔贷款上的收息为 12 万元。但事实上却不一定如此，因为还有一个收息的方式需要确定。如果一年收一次息，那么与上面的计算结果相同，即银行收益为 12 万元。但是如果每个月收一次息，月利率为 $12\% \div 12 = 10\%$ 。

$$100 \times 10\% = 1 \text{ (万元)}$$

即每月应收 1 万元，那么一年也是收 12 万元。按单利公式计算，期末本息和为：

$$100 \times (1 + 10\% \times 12) = 112 \text{ (万元)}$$

与上面一年计一次息的方式的结果完全一致，但事实上并非如此。如果我们做另一种考虑，即银行在收到利息之后又以同样的利率贷出，那么收到的月利息就可产生新的利息，即我们平常所说的利上生利。逐月收息银行得的利息，应是多少，我们留到以后再做讨论。在此，我们只要求认识到这样一个结论：在同一利率条件下，由于付息的方式不同，其效益是不同的。这就产生了实际利率与名义利率的概念。

下面的一个例子则具体地说明实际利率与名义利率的差异。

贷款 100 万元，年利率 10%，期限一年，有两种付息方式：(1) 期末付息；(2) 期初付息。第一种付息方式，其到期收益为 10 万元，第二种也是 10 万元。但是如果仔细考虑

第二种付息方式, 银行只需要贷出 90 万贷款, 即可得到 10 万元的收益, 而第一种付息方式银行需要付出 100 万元才能得到 10 万元的收益。对于第二种付息方式, 其名义利率虽为 10%, 但是其实际利率为

$$\frac{10}{90} = 11.11\%$$

由上面的例子我们可以得到这样的结论: 名义利率与实际利率有时是一致的; 有时是不一致的, 在具体的投资方案中, 名义利率不具备可比性, 需要折算为实际利率方可进行比较。

【例 1】 某项贷款数额 100 万, 期限一年, 名义利率为年利率 12%, 但需要半年付息一次, 试计算其实际利率。

解: 月利率: $12\% \div 12 = 10\%$

半年应付息:

$$100 \times 10\% \times 6 = 6 \text{ (万元)}$$

这 6 万元若按同样的利率贷出, 半年后会得到的利息为:

$$6 \times 10\% \times 6 = 0.36 \text{ (万元)}$$

所以一年共计得到利息为:

$$6 \times 2 + 0.36 = 12.36 \text{ (万元)}$$

故其实际利率:

$$12.36 \div 100 = 12.36\%$$

实际利率与计息次数有关。在例 1 中计息次数改为两次, 那么我们可以通过下面的计算公式来计算实际利率。

$$(1 + 12\% \div 2)^2 - 1 = 1.06^2 - 1 = 12.36\%$$

如果记名义利率为 i , 实际利率 r , 计息次数为 m , 那么则有实际利率为 r :

$$r = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1 \quad (1.2-1)$$

一般地，如果把本节开始给出的例子的实际利率计算出来，则为：

$$\begin{aligned} r &= (1 + 12\% \div 12)^{12} - 1 \\ &= 12.6825030\% \approx 12.68\% \end{aligned}$$

我们不要认为实际利率总是大于名义利率，有时名义利率会大于实际利率。

【例 2】五年期国债年利率为 8%，不计复利，到期一次付息还本，试计算其实际利率。

解：五年付一次息，平均每年付 $1 \div 5 = 0.2$ 次息，那么代入公式 (1.2-1)，则有：

$$\begin{aligned} r &= (1 + 8\% \div 0.2)^{0.2} - 1 \\ &= 6.9610376\% \approx 6.96\% \end{aligned}$$

在例 2 中实际利率就小于名义利率。如果为了避免计算其指数为小数的指数运算，我们可以采用下面的计算公式：

$$\begin{aligned} r &= (1 + im)^{\frac{1}{m}} - 1 \\ &= \sqrt[m]{1 + im} - 1 \end{aligned} \quad (1.2-2)$$

其中 m 表示期限。对于例 2，则有：

$$r = \sqrt[5]{1 + 8\% \times 5} - 1 \approx 6.96\%$$

通过以上的分析，我们可以得到以下的结论：如果名义利率以年为单位，那么：(1) 当计息次数为一年一次时，则名义利率等于实际利率；(2) 当计息次数为一年一次以上时，则名义利率小于实际利率；(3) 如果存期为一年以上，且不计复利，而到期一次还本付息，那么名义利率大于实际利率；(4) 如果利息实行贴水，即预先扣除利息，那么实际利

率大于名义利率。

由于名义利率与实际利率的差异，在投资谈判中应以实际利率做为比较标准。因此不仅应考虑利率标准，还应考虑付息方式。在具体情况下，要进行综合考虑，计算实际利率的方式很多，要结合具体情况，灵活运用本节中介绍的思考方法去分析，不可生搬硬套。

第三节 复 利

复利的实际含义就是“利生利”，它是目前国外通用的计算公式。一般以年为单位，其计息方式为：

$$F = P (1+i)^n \quad (1.3-1)$$

其中 F 为本息和或称未来值， P 为现值或本金， i 为年利率， n 为存期。

【例 1】某项贷款 100 万元，利率为 10%，期限三年，按复利计息，到期应归还本息和为多少？

解： $F = 100 \times (1+10\%)^3 = 133.10$ （万元）

答：到期应归还本息和 133.10 万元。

名义利率与实际利率之差也反映单利与复利的差异。从投资的实际情况来看，复利更符合资金运动的客观性，实际利率的计算公式（1.2-1）、（1.2-2）事实上就是把单利折算为复利计算的，在某种意义讲，它是公式（1.3-1）的变形。

复利的计算公式可以通过单利公式（1.2-2）导出，我们把推导过程表述如下：

记本金为 P ，一年后的利息为 Pi ，一年后的本息和为：