

HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高等学校教材



脉冲与 数字电路 (第二版)

MAICHONG YU SHUZIDIANLU

曹汉房 主编

华中理工大学出版社

脉冲与数字电路

(第二版)

曹汉房 主编

华中理工大学出版社

70.1010

内 容 提 要

本书系统地阐述了数字逻辑电路的理论基础——逻辑代数，重点讨论组合逻辑电路和时序逻辑电路的设计与分析方法，对常用的MSI组件和LSI集成片进行了详细介绍，并结合实用数字系统介绍了它们的应用。

全书包括逻辑函数、集成逻辑门、组合逻辑电路及MSI组件、集成触发器、时序逻辑电路及MSI组件、大规模集成电路、脉冲单元电路、数-模及模-数转换等八章。各章均附有内容提要、小结、思考题和习题。

本书可供理工院校有关专业作为技术基础课教材，亦可供工程技术人员参考。

脉冲与数字电路

(第二版)

曹汉房 主编

责任编辑 李凤英

责任校对 卢金锋

•

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂排版

湖北省公安专科学校印刷厂印刷

•

开本：787×1092 1/16 印张：18 字数：423 000

1985年12月第1版 1992年5月第2版 1993年4月第4次印刷

印数：14 001—17 000

ISBN 7-5609-0340-1/T N·11

定价：8.50元

(鄂)新登字第10号

前 言

本书是作者近年来在我院无线电系教学讲义的基础上,根据教育部颁发的《脉冲与数字电路》教学大纲,并参考1984年12月全国工科电工编委会电子线路组厦门会议对本课程大纲讨论的修改意见,作了修改和补充而写成的。

本书在内容上是这样安排的:第一篇脉冲电路,首先介绍双极型和单极型晶体管开关特性,然后讨论典型的脉冲波形变换与产生电路(如钳位器、限幅器、锯齿波扫描电路和张弛振荡电路等)的工作原理和分析方法,同时也介绍一些简单的工程设计方法。对于种类繁多的变形电路和系统的设计方法,只选编有代表性的一部分。本篇的第二、三章的内容,使用者可以在实验课或专题讲座中讲授,这不会影响教学的系统性和连续性。第二篇数字电路,首先介绍逻辑函数,其中对设计数字电路的重要工具——卡诺图的构成和应用作了详细讨论;然后介绍集成逻辑门,紧接着介绍组合电路,并结合我国生产的中、小规模集成电路讨论组合电路的分析与设计方法,例如二进制运算电路、译码电路、数字显示电路、MSI多路选择器、MSI多路分配器和分析MSI全加器、MSI比较器、MSI算术逻辑单元等的设计方法。然后介绍集成触发器,紧接着介绍时序电路,先讨论时序电路的系统设计方法,然后结合国产MSI时序部件(如MSI异步计数器、MSI同步计数器、MSI寄存器和MSI移位寄存器等)讨论功能扩展方法。在中、小规模集成电路之后介绍大规模集成电路,主要介绍RAM、ROM、PLA可编程逻辑阵列等,并重点讨论它们在数字系统设计中的应用及其功能扩展方法,对新型大规模集成电路,如 I^2L 电路(基极注入逻辑)和CCD(电荷耦合器件)也作了一般介绍。这样,可使读者对小、中和大规模集成电路构成的数字电路(系统)有比较完整的了解。最后一章讨论接口电路A/D与D/A转换,主要介绍几种常用的、典型的A/D与D/A转换方法。

本书由无线电工程系曹汉房主编。第一、二、三章由李凤英编写,第四、十章由刘寿文编写,第五、七章由张文凤编写,第六、八、九章和绪论由曹汉房编写。石秀芳参加了各章习题选编。

加*部分为选学内容,为了便于读者自学,章末附有思考题和习题,书末列出参考文献和部分习题参考答案。

本教材初稿经西安第二炮兵技术学院、武汉雷达学院、武汉江汉大学等兄弟院校试用,提出了许多宝贵意见,近几年在我系进修本课程的兄弟院校教师和使用本教材初稿的其他同志也提出许多修改意见,在此一并致谢。

张肃文教授对本书编写给予了全面指导,编者在此表示衷心感谢。

由于编者水平有限,书中一定有不少缺点与错误,恳请读者批评指正。

作 者

1984年5月

再版前言

本书是作者1984年编写的“脉冲与数字电路”的修订版本，新版本保留初版书的基本内容，同时也努力保持深入浅出、理论联系实际、着重阐述物理概念和分析逻辑关系、便于自学等特色。本书根据教委课程指导委员会1987年颁发的“脉冲与数字电路”课程基本要求和广大读者意见，对全书编写体系和内容作了较大调整。在体系方面，以数字电路内容为线索，在系统地介绍数字电路之后，再介绍脉冲单元电路，最后再介绍数-模及模-数转换技术；在内容方面，大幅度地减少脉冲电路的篇幅，并且删除分立元件构成的脉冲电路内容，重点介绍集成脉冲电路；扩充了MSI组件和LSI集成片的内容；增加了用中、大规模集成电路设计实用数字系统等内容；重新精选组合电路和时序电路分析的实例以及各章例题。此外，作者将近年来在教学与科研方面的部分研究心得也编入新版本，如多输出函数简化方法（乘积卡诺图法）、逻辑电路设计中“灵活设计法”的应用、数字通信帧同步系统的设计、码位交织系统的设计、高速高精度ADC以及 E^2 PROM、可变长度移位寄存器等。

本书由华中理工大学信息工程系曹汉房主编。其中第一章由刘寿文执笔，第二章由屈万里执笔，绪论、第三、四、五、六章和§1.6由曹汉房执笔，第七章由李凤英执笔，第八章由刘寿文、屈万里执笔。最后由曹汉房统审定稿。

加*部分为选学内容。为了便于自学，章首增加了内容提要，章末增加了小结，各章均附有思考题和习题。书末列出了参考文献及部分习题参考答案。

本书初版自1985年问世以来，承蒙华中理工大学、华南理工大学、西安第二炮兵技术学院、郑州信息学院、武汉水利电力学院、江西大学、暨南大学、江汉石油学院、江门大学、湖北广播电视学校、武汉河运学校、湖南教师进修学院、电子部27所等院校（所）作为教材使用，提出了许多宝贵意见，这些有益的意见将反映在新版本之中，借此次再版机会，对兄弟院校（所）及广大读者的支持和帮助致以衷心感谢。

由于作者水平有限，加之时间仓促，书中一定有不少错误，恳请读者批评指正。

作者

1988年4月

目 录

绪论	(1)
第一章 逻辑函数	(3)
§ 1.1 数制.....	(3)
(一) 数制的表示方法	(3)
(二) 数制转换	(5)
§ 1.2 逻辑代数基础	(6)
(一) 逻辑代数的基本运算	(7)
(二) 逻辑代数的公理、定理及规则	(9)
§ 1.3 几种常用逻辑门	(11)
(一) 三种基本逻辑门	(11)
(二) 几种组合逻辑门	(12)
(三) 正逻辑与负逻辑	(14)
§ 1.4 逻辑函数的标准型.....	(15)
(一) 最小项、最大项及其两种标准型	(15)
(二) 最小项与最大项的性质	(16)
(三) 将逻辑函数展开为两种标准型的方法	(17)
§ 1.5 逻辑函数之简化	(18)
(一) 逻辑代数简化法	(18)
(二) 逻辑函数的卡诺图简化法	(19)
§ 1.6 逻辑函数简化中的特殊问题	(25)
(一) 无反变量输入时的简化方法	(25)
(二) 多输出函数的简化方法	(26)
本章小结	(28)
思考题和习题	(28)
第二章 集成逻辑门	(31)
§ 2.1 二极管的开关特性.....	(31)
(一) 二极管开关	(31)
(二) 反向恢复过程	(32)
(三) 二极管限幅器	(33)
(四) 二极管钳位器	(35)
§ 2.2 三极管的开关特性.....	(37)
(一) 三极管的静态特性及其大信号等效电路	(37)
(二) 三极管的开关特性	(39)
(三) 三极管开关参数	(40)
(四) 用加速电容改善开关特性	(40)
§ 2.3 场效应管	(43)
(一) 场效应管的特性	(43)
(二) nMOS管负载倒相器	(44)
(三) cMOS倒相器	(46)

§ 2.4 TTL逻辑门	(46)
(一) 基本TTL与非门电路	(47)
(二) 浅饱和TTL与非门电路	(48)
• (三) 抗饱和TTL与非门电路	(49)
(四) TTL逻辑门的性能指标	(49)
§ 2.5 TTL电路的其它形式	(51)
(一) OC门	(51)
(二) 三态TTL电路	(53)
§ 2.6 射极耦合逻辑门(ECL)	(54)
(一) ECL门的基本工作原理	(54)
(二) 实际电路	(55)
§ 2.7 MOS集成门	(56)
(一) CMOS倒相器的性能	(56)
(二) CMOS门	(58)
(三) NMOS门	(60)
• § 2.8 集成逻辑门使用中的几个问题	(62)
(一) 多余输入端的处理	(62)
(二) 逻辑电平匹配	(62)
本章小结	(63)
思考题和习题	(64)
第三章 组合逻辑电路及其MSI组件	(69)
§ 3.1 组合逻辑电路的设计	(69)
(一) 二进制运算电路	(69)
(二) 编码与编码器	(72)
(三) 码组转换电路	(73)
(四) 译码与译码器	(80)
(五) 数码显示电路	(83)
§ 3.2 组合逻辑电路的分析	(83)
(一) 组合电路分析方法	(83)
(二) 已知组合电路, 求逻辑函数表达式	(88)
(三) 分析实例	(90)
§ 3.3 中规模集成组合逻辑部件	(92)
(一) 中规模集成多路选择器	(92)
(二) 中规模集成多路分配器	(96)
(三) 中规模集成四位全加器	(97)
(四) 中规模集成四位数码比较器	(99)
(五) 中规模集成四位算术逻辑单元	(101)
§ 3.4 组合逻辑电路的冒险	(106)
(一) 组合电路中的竞争与冒险	(106)
(二) 逻辑冒险的发现和消除	(107)
(三) 功能冒险的发现和消除	(108)
本章小结	(109)
思考题和习题	(110)
第四章 集成触发器	(114)
§ 4.1 RS触发器	(114)
(一) 基本RS触发器	(114)

(二) 时钟RS触发器	(115)
(三) 主从RS触发器	(117)
§ 4.2 主从JK触发器	(118)
(一) 电路结构及逻辑功能	(118)
(二) 状态转换表和特征方程	(119)
§ 4.3 D触发器	(120)
(一) 电路结构及逻辑功能	(120)
(二) 异步置1、置0	(121)
§ 4.4 T和T'触发器	(122)
(一) T触发器	(122)
(二) T'触发器	(122)
§ 4.5 边沿触发器	(123)
• § 4.6 CMOS集成触发器	(124)
(一) CMOS D触发器	(124)
(二) CMOS JK触发器	(125)
§ 4.7 使用集成触发器中的几个问题	(126)
(一) 激励表和文字填表法	(126)
(二) 触发器转换	(126)
(三) 如何画工作波形	(127)
本章小结	(127)
思考题和习题	(128)
第五章 时序逻辑电路及其MSI 组件	(131)
§ 5.1 时序逻辑电路概述	(131)
§ 5.2 同步时序电路的设计	(132)
(一) 原始状态表拟定	(133)
(二) 状态简化	(136)
(三) 状态分配	(138)
(四) 触发器选型	(141)
(五) 设计举例	(143)
§ 5.3 同步时序电路的分析	(146)
§ 5.4 异步时序电路	(150)
(一) 概述	(150)
(二) 脉冲异步时序电路的分析	(151)
(三) 脉冲异步时序电路的设计	(152)
(四) 异步串行计数器的设计	(155)
§ 5.5 常用的时序逻辑部件的设计	(159)
(一) 寄存器	(159)
(二) 同步计数器	(161)
• (三) 序列信号发生器	(171)
§ 5.6 中规模集成时序逻辑部件	(175)
(一) 概述	(175)
(二) 中规模集成异步计数器	(176)
(三) 中规模集成同步计数器	(177)
(四) 中规模集成寄存器	(183)
(五) 中规模集成移位寄存器	(185)
本章小结	(189)

思考题和习题	(190)
第六章 大规模集成电路	(194)
§ 6.1 动态MOS倒相器	(194)
(一) 动态有比型MOS倒相器	(194)
(二) 动态无比型MOS倒相器	(195)
* § 6.2 动态MOS移存器	(196)
(一) 同相有比型动态移存器级	(196)
(二) 两相无比型动态移存器级	(196)
(三) 动态CMOS移存器级	(197)
(四) 动态MOS移存器的应用	(197)
§ 6.3 随机存取器(RAM)	(198)
(一) RAM的基本结构	(198)
(二) 存取单元	(199)
§ 6.4 只读存取器(ROM)	(203)
(一) 双极型ROM	(204)
(二) MOS-ROM	(205)
(三) 可编程序只读存取器(PROM)	(206)
(四) 可擦可编程只读存取器(EPROM)	(207)
(五) 电可编程序只读存取器(E ² PROM)	(207)
(六) ROM的功能扩展	(208)
(七) ROM的应用	(209)
§ 6.5 可编程序逻辑阵列(PLA)	(212)
(一) ROM的缺点及改进	(212)
(二) PLA工作原理	(213)
(三) PLA的应用	(215)
* § 6.6 集成注入逻辑(I ² L)	(217)
(一) I ² L基本结构和工作原理	(217)
(二) I ² L逻辑电路	(218)
§ 6.7 中/大规模集成电路在数字系统设计中的应用	(219)
(一) 数字通信帧同步系统	(220)
(二) 卫星直播电视码位交织系统	(224)
本章小结	(228)
思考题和习题	(228)
第七章 脉冲波形变换与产生电路	(231)
§ 7.1 概述	(231)
(一) 脉冲信号与脉冲电路	(231)
(二) 脉冲波形的的主要参数	(231)
(三) 分析脉冲电路的数学方法	(232)
§ 7.2 集成逻辑门构成的脉冲单元电路	(232)
(一) TTL与非门在脉冲电路中常用的几个参数	(232)
(二) 施密特触发器	(233)
(三) 单稳态触发器	(235)
(四) 自激多谐振荡器	(241)
§ 7.3 集成运算放大器构成的脉冲单元电路	(245)
(一) 集成运算放大器的传输特性	(245)
(二) 施密特触发器	(246)

(三) 单稳态触发器	(248)
(四) 自激多谐振荡器	(249)
(五) 集成运放锯齿波电压发生器	(251)
本章小结	(255)
思考题和习题	(255)
第八章 数-模及模-数转换	(258)
§ 8.1 概述	(258)
§ 8.2 数字-模拟转换(DAC)	(259)
(一) DAC的基本原理	(259)
(二) 电压型T形网络DAC	(260)
(三) 电流型倒T形网络DAC	(260)
§ 8.3 模拟-数字转换(ADC)	(262)
(一) ADC的基本原理	(262)
(二) 并行ADC	(264)
(三) 并串型ADC	(265)
(四) 逐次比较ADC	(267)
• § 8.4 集成模-数转换器	(269)
(一) 微机兼容的集成A/D转换器	(269)
(二) 高速高精度A/D转换器	(272)
本章小结	(273)
思考题和习题	(274)
习题参考答案	(274)
参考文献	(277)

绪 论

在无线电技术发展初期，一般都应用正弦波，很少采用其它波形。但是，随着无线电技术应用领域的扩大，如在雷达、电视等出现之后，正弦信号已不能满足要求，同时还需要应用一些非正弦信号（见图7-1-1）。广义地说，这些非正弦信号统称为脉冲，产生与变换这些脉冲波形的电路称为脉冲电路。这里，我们研究的不仅是脉冲信号的有无，而且还要研究它的波形，所以脉冲电路处理的是模拟信号，它属于模拟电路范围。

脉冲技术发展极为迅速，现在脉冲电路所使用的主要器件是晶体管、集成电路和其它半导体管，因而具有体积小、重量轻、耗电少、可靠性高和特性多样化等一系列优点。所以，不仅在雷达、电视里，而且在数字通信、自动控制、电子仪器和其它许多电子设备中，都广泛应用脉冲技术。

随着无线电技术的发展和应用领域不断扩大，数字信号的传输和处理已成为新的研究课题，供处理数字信号用的数字电路也就应运而生。数字电子设备（主要由数字电路组成）与模拟电子设备比较，前者稳定性好、可靠性高、维护方便，尤其便于存贮信息而且容量很大，其数据适宜于用计算机处理，其操作适宜于用计算机控制，所以数字电路出现之后就以惊人的速度发展。因此，本课程的重点是数字电路。

数字信号只有1和0两种状态，用开关电路的两种稳定状态能方便地表示它们。数字电路的作用就是完成0和1两种逻辑状态的产生、变换及各种逻辑运算。布尔代数是分析和设计数字电路的数学工具，也是数字电路的理论基础。现在，数字电路使用的器件都是数字集成电路，按单片包含的元件数目多少，分为大规模集成电路(LSI)、中规模集成电路(MSI)和小规模集成电路(SSl)，但是它们的基本单元是集成门和触发器，本书对这些基本单元的逻辑功能及其特性作了专门介绍。用SSI、MSI和LSI来设计数字电路（或系统）是本书讨论的主要内容。

数字电路的传统研究方法是经典法，即先对设计任务进行逻辑分析，求出函数与变量之间的逻辑关系（一般称它为逻辑函数），然后利用布尔代数法或卡诺图法或Q-M法对逻辑函数进行简化，最后用集成器件实现逻辑函数。这样设计出来的逻辑电路具有使用器件和连线最少等优点，但是这种方法只适宜于用小规模集成电路来设计数字电路（或数字部件）。中、大规模集成电路的问世使这种传统的设计方法有很大改变，用中、大规模集成电路来设计数字电路或系统时，只需拟定系统总体框图，然后选择能完成各方框逻辑功能的中、大规模集成电路组装。所以设计者追求的目标是使用的中、大规模集成电路模块数目最少。尽管在这种情况下无需进行逻辑设计，但中、大规模集成电路本身却是通过逻辑设计得到的，所以逻辑设计方法仍然是必须掌握的基本方法，也是本书讨论的重点。书中还结合实用数字系统介绍了中、大规模集成电路在数字系统设计中的应用，重点是讨论设计思路和中、大规模集成电路的使用及功能扩展方法。

必须指出，数字电路的发展与数字器件的发展密切相关。目前，MSI组件的种类齐全，LSI产品的集成度和速度都达到相当高的水平，国际市场上已有256K位RAM、256K位

ROM、256K位CCD循环存储器、单片微型计算机等商品出售。有关情报透露，日本和美国已研制出1M位RAM，并着手研制4M位RAM。速度和集成度更高，性能更好的新型集成器件不断问世。这就有力地推动数字技术向新的应用领域发展，目前数字电路已经广泛用于计算机、数字通信、数字雷达、卫星电视、遥控、遥测、测量仪表、宇航通信、生物工程及医学等许多技术领域。在日常生活的各个方面也广泛应用，如交通自动控制、数字电话、商用数字秤及自动结账显示机、家庭炊具自动控制等等。数字电路在人类迈向信息社会的进程中将起重要作用。

本课程是理工院校有关专业的一门重要技术基础课，在电子类专业的教学计划中更占有重要地位，它是许多后续课程（如微机原理及应用、通信系统、信号编码及其应用、数字图象处理、光电混合图象处理等）的基础知识，所以本课程所包含的基本理论、基本的设计方法、基本的实验技能（由实验课解决）都是电子类专业大学生所必须掌握的。最后还须指出，本课程是一门实践性很强的技术基础课，除要求掌握基本原理和基本设计方法之外，更重要的是灵活运用，因此在学习过程中必须通过习题和实验来巩固所学知识，培养分析问题、独立设计和解决工程中实际问题的能力。

第一章 逻辑函数

本章重点讨论逻辑代数的基本概念、主要定理和常用的运算规则，在此基础上介绍了几种逻辑函数的简化方法，其中卡诺图简化法是重点内容，它是分析和设计数字电路的基础。本章最后讨论了无反变量输入及多输出函数的简化方法。

数字电路是处理数字信号的电路，它主要用于对数字信号进行存贮，变换和运算。数字电路的基本单元是开关器件，或作为开关应用的各种电子器件。开关器件只有“接通”和“断开”两种状态，因此便相应采用新的进位计数制度——二进制。逻辑代数是数学上概括和研究二进制运算的一种工具，它是由英国科学家乔治·布尔 (George Boole) 在 1847 年首先提出来的，因此又称为布尔代数。由于当时技术水平的限制，布尔本人未能把它用于实践。1938 年，克劳德·香农 (Claude E. Shannon) 将布尔代数用于电话继电器开关电路的设计，因此在应用中又称它为开关代数。现在布尔代数已成为分析和设计逻辑电路的数学基础，是研究数字电路的一种主要的数学工具。

§ 1.1 数 制

数制是进位计数制度的简称。我们日常生活中有许多不同的数制。例如，最早采用的是十进制，“逢十进一”；钟表计时采用六十进制、即六十秒为一分，六十分为一小时；十二英寸为一英尺，则采用的是十二进制等等。

每一种数制的应用决不是偶然的，它要适应人们的习惯和便于使用。人的十个手指，自然成为人们最方便的原始计数工具，所以十进制是使用最早的一种主要的计数制度。二进制是“逢二进一”，每一位仅有二个数字符号 0 和 1，这就特别适合于用电子器件和电路的状态来表示。例如晶体管的导通与截止，电位的高低，脉冲的有无等等，都可以用来表示二进制数，只要我们约定一种状态代表 0，另一种状态代表 1 就行了。一般来说，制造两个确定状态的器件比制造多值器件（具有多个确定状态）要容易得多。但随着多值函数理论的完善和数字技术的发展，多值电子器件和电路可能在计算设备中得到应用，因而也就会采用与之相适应的进位计数制度。

(一) 数制的表示方法

1. 十进制

例如一个十进制数 357.45，大家可以立刻读出这个数，数码“3”代表三百，数码“5”代表五十等等，显然这是由某个数码在数字中处在不同的位置（数位）所决定的。此数也可用一个多项式来表示，即

$$357.45 = 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

一般地对于一个任意 n 位整数， m 位小数的十进制数 $(N)_{10}$ 可以表示为

$$(N)_{10} = a_{n-1}a_{n-2}\cdots a_0a_{-1}\cdots a_{-m} \quad (1.1.1a)$$

或
$$(N)_{10} = a_{n-1} \times 10^{n-1} + a_{n-2} \times 10^{n-2} + \cdots + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} +$$

$$\cdots + a_{-m} \times 10^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i \times 10^i \quad (1.1.1b)$$

a_i 表示相应数位的数码, 可以是 0, 1, $\dots$, 9 十个数码中的任意一个, 记作 $0 \leq a_i \leq 9$, n 、 m 为正整数, 并分别代表整数位数和小数位数; $(N)_{10}$ 的下标 10 表示十进制数。

式(1.1.1a)称为十进制数的位置计数法或称并列表示法; 式(1.1.1b)称为十进制数的多项式表示法, 或称按权展开式。

10^i 称为数码 a_i 具有的“权”。例如: 数码 a_2 的权为 $10^2 = 100$; 数码 a_0 的权为 $10^0 = 1$ 。显然, 处在不同数位上的数码具有不同的“权”。

a_i 可取十个不同数码中的一个, 我们把“10”称为十进制的基数。所谓“基数”是指在一个数制中可能用到的数码个数。例如, 二进制的基数是“2”, R 进制的基数是“ R ”。

2. 二进制

(1) 二进制数的运算 二进制数的运算规则与十进制数相类似, 只是二进制是“逢二进一”。其加法运算规则如下:

$$0+0=0 \quad 0+1=1 \quad 1+1=10$$

例 1.1.1 求 1011 与 1110 之和

解 将末位对齐逐位相加。即:

$$1011 + 1110 = 11001$$

其减法运算亦是末位对齐逐位相减, 当某数位减数大于被减数时, 需向高位借位, 并且是借一当二。例如 $1011 - 110 = 101$ 。

乘除运算规则与十进制相同。

以上讨论的二进制数均限于正数, 对于负数的运算不作讨论, 将在有关计算机课程中介绍。

(2) 二进制数的表示方法 和十进制数一样, 二进制数的表示也有两种方法: 位置计数法和多项式表示法。如

$$1101.01 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

等式左边是位置计数法, 等式右边是多项式表示法。

一般地, 对于一个任意 n 位整数和 m 位小数的二进制数 $(N)_2$ 可以表示为

$$(N)_2 = b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_0b_{-1}\cdots b_{-m} \quad (1.1.2a)$$

$$\text{或} \quad (N)_2 = b_{n-1} \times 2^{n-1} + b_{n-2} \times 2^{n-2} + \cdots + b_0 \times 2^0 + b_{-1} \times 2^{-1} + \cdots$$

$$+ b_{-m} \times 2^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \times 2^i \quad (1.1.2b)$$

$(N)_2$ 下标 2 表示二进制。式中 b_i 表示相应数位的数码, n 、 m 为正整数, n 代表整数位数, m 代表小数位数。 2^i 称为数码 b_i 的权。

3. 任意进制

对于一个 n 位整数, m 位小数的任意进制数 $(N)_R$ 可以表示为

$$(N)_R = C_{n-1}C_{n-2}\cdots C_0C_{-1}\cdots C_{-m} \quad (1.1.3a)$$

$$\text{或} \quad (N)_R = C_{n-1} \times R^{n-1} + C_{n-2} \times R^{n-2} + \cdots + C_0 \times R^0 + C_{-1} \times R^{-1} + \cdots$$

$$+ C_{-m} R^{-m} = \sum_{i=-m}^{n-1} C_i R^i \quad (1.1.3b)$$

式中 $(N)_R$ 的下标 R 表示 R 进制； C_i 可以是 $0, 1, \dots, (R-1)$ 中任一数码； n, m 为正整数， R^i 称为 C_i 具有的权。

(二) 数制转换

将一个数从一种进制表示转换为另一种进制表示称为数制转换。由于不同的情况要求用不同的数制，例如，我们日常习惯于采用十进制，而数字电路却是按二进制工作的，这就需要将十进制转换为二进制。在不同的场合，其他进制之间的转换也往往是需要。下面着重介绍二进制数与十进制数之间的转换，其转换方法也适用于任意进制与十进制之间的转换。

1. 二进制数转换为十进制数

由二进制数转换为十进制数只要采用 $(1.1.2b)$ 式，将被转换的二进制数按权相加即可。

例1.1.2 将 $(11011.101)_2$ 转换成十进制数。

解 根据 $(1.1.2b)$ 式

$$\begin{aligned}(11011.101)_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-3} \\ &= 16 + 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.125 = 27.625\end{aligned}$$

$$\therefore (11011.101)_2 = (27.625)_{10}$$

上述方法可以推广到任意进制向十进制的转换，这时只要采用 $(1.1.3b)$ 式将其按权展开然后相加即可。

二进制数的位数决定了所能表示的最大十进制数值。例如 n 位二进制数所能表示的最大十进制数为 $(2^n - 1)$ 。例如， $n = 4$ ，则可以表示最大十进制数为 $2^4 - 1 = 15$ 。

2. 十进制数转换为二进制数

转换的方法很多，下面仅介绍基数乘除法。基数乘除法包含两个内容，即基数除法和基数乘法。前者用于整数转换，后者用于小数转换。如果某数包含整数和小数两部分，则须将它们分别转换，然后合并起来。

(1) 整数转换 采用基数除法。众所周知一个等式两边同除以一个非零的数，等式仍然成立，并且等式两边商数部分和余数部分应分别相等。这就是我们采用基数除法的依据。

将十进制数转换为二进制数就是要建立下面等式关系：

$$(N)_{10} = (N)_2 = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \times 2^i$$

将等式两边同除以二进制基数2，等式仍然成立。即

$$(N)_{10}/2 = b_{n-1} \times 2^{n-2} + b_{n-2} \times 2^{n-3} + \dots + b_1 + b_0/2$$

$$\text{令 } N_1 = b_{n-1} \times 2^{n-2} + b_{n-2} \times 2^{n-3} + \dots + b_1 \quad (1.1.4)$$

则 N_1 是 $(N)_{10}/2$ 的商， b_0 是 $(N)_{10}/2$ 的余数，其值只能是1或0。再用2除 $(1.1.4)$ 式两边得：

$$N_1/2 = b_{n-1} \times 2^{n-3} + b_{n-2} \times 2^{n-4} + \dots + b_2 + b_1/2$$

$$\text{令 } N_2 = b_{n-1} \times 2^{n-3} + b_{n-2} \times 2^{n-4} + \dots + b_2 \quad (1.1.5)$$

则 N_2 是 $N_1/2$ 的商， b_1 是 $N_1/2$ 的余数，其值为1或0。重复这个过程，直到商为0， b_i 被完全确定为止。

例1.1.3 将 $(49)_{10}$ 转换为二进制数。

解 将 $(49)_{10}$ 连除以2，直到商为0，所得余数即相应的二进制数。

$$\begin{array}{r}
2 \overline{) 49} \text{ 余数 } (b_i) \\
2 \overline{) 24} \quad 1 \quad b_0 \\
2 \overline{) 12} \quad 0 \quad b_1 \\
2 \overline{) 6} \quad 0 \quad b_2 \\
2 \overline{) 3} \quad 0 \quad b_3 \\
2 \overline{) 1} \quad 1 \quad b_4 \\
\quad \quad 0 \quad 1 \quad b_5
\end{array}$$

$$\therefore (49)_{10} = (110001)_2.$$

(2) 小数转换 采用基数乘法。将十进制小数转换为二进制小数，即建立如下等式关系：

$$(N)_{10}(\text{小数}) = b_{-1} \times 2^{-1} + b_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m} \quad (1.1.6)$$

将等式两边同乘以基数2，等式仍然成立，且整数部分与小数部分分别相等。

$$2(N)_{10} = b_{-1} + b_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+1}$$

$$\text{令 } N_1 = b_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+1} \quad (1.1.7)$$

则 $2(N)_{10} = b_{-1} + N_1$ ， N_1 为 $2(N)_{10}$ 的小数部分， b_{-1} 为其整数部分，其值为0或为1。

再将(1.1.7)式两边同乘以2，得

$$2(N_1) = b_{-2} + b_{-3} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+2}$$

$$\text{令 } N_2 = b_{-3} \times 2^{-1} + \cdots + b_{-m} \times 2^{-m+2} \quad (1.1.8)$$

则 N_2 为 $2(N_1)$ 的小数部分； b_{-2} 为 $2(N_1)$ 的整数部分。如此重复下去，直至达到要求的精度。

例1.1.4 试将 $(0.435)_{10}$ 转换为二进制数，取小数五位。

解 $(N)_{10} = 0.435$

$$2(N)_{10} = 0.87, \quad b_{-1} = 0, \quad N_1 = 0.87$$

$$2 \times N_1 = 1.74, \quad b_{-2} = 1, \quad N_2 = 0.74$$

$$2 \times N_2 = 1.48, \quad b_{-3} = 1, \quad N_3 = 0.48$$

$$2 \times N_3 = 0.96, \quad b_{-4} = 0, \quad N_4 = 0.96$$

$$2 \times N_4 = 1.92, \quad b_{-5} = 1, \quad N_5 = 0.92$$

$\therefore (N)_{10} = 0.01101 + \varepsilon$ (ε 为小于 2^{-5} 的剩余误差)，即

$$(0.435)_{10} \approx (0.01101)_2$$

一个包含有整数和小数的十进制数，可按上述方法将两部分分别转换，然后相加。例如，将 $(49.435)_{10}$ 转换为二进制数，按上述方法转换可得 $(49.435)_{10} \approx (110001.01101)_2$ 。

上述方法可以推广到十进制至任意进制之间转换，这时只需将基数改为 R 。顺便指出，任意 R 进制与二进制之间的转换可以分两步进行，第一步先进行任意 R 进制与十进制之间的转换，然后再进行十进制与二进制之间的转换。

§1.2 逻辑代数基础

所谓逻辑就是一定的规律性，函数关系则是变量之间的因果关系。逻辑函数是研究某种规律的变量之间的因果关系。在这里，我们规定逻辑函数及其变量只有两种可能的取值，即为0或为1。我们把这种二值变量称为逻辑变量（布尔变量，开关变量）或称为变量，一般以字母 $A, B, C, \dots, x, y, z, \dots$ 表示。对于 n 个变量 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的函数，当 n 变量取任意一组确定的值之后，函数 $f(A_1, A_2, \dots, A_n)$ 的值也就唯一地被确定了，我们称函数

$f(A_1, A_2, \dots, A_n)$ 为 n 变量的逻辑函数，或简称为逻辑函数。

例如，一个二变量函数 $f(A, B)$ ，对于变量 A, B 的四种可能的取值 00, 01, 10, 11，函数 $f(A, B)$ 的值被唯一地确定为： $f(00) = f(01) = f(10) = 0$ ， $f(11) = 1$ ，那么函数 $f(A, B)$ 即为变量 A, B 的逻辑函数。将逻辑函数与逻辑变量各种可能取值的一一对应关系列表表示，这种表称为真值表。例如，若将两变量逻辑函数 $f(A, B)$ 与变量 A, B 四种可能取值的对应关系列表表示（见表1·2·1），则表1·2·1即为逻辑函数 $f(A, B)$ 的真值表。

（一）逻辑代数的基本运算

逻辑代数中最基本的运算只有三种：即与逻辑运算，或逻辑运算和非逻辑运算。

1. 与逻辑运算

与逻辑运算简称为与运算，又称为逻辑乘 (Logic multiplication) 通常用符号 “ $\cdot$ ” 表示与运算，读作与。

我们用图1·2·1所示开关电路来说明与运算的含义。开关 A 和 B 是和灯泡串联的。以 F 来描述灯亮与灭，我们规定 $F = 1$ 代表灯亮， $F = 0$ 代表灯灭。又规定用1代表开关闭合（即 $A = 1$ ， $B = 1$ ），0代表开关断开（ $A = 0$ ， $B = 0$ ），显然灯亮的条件是开关 A 与 B 都闭合，否则灯灭。

上述逻辑关系如用一个表达式来描述，即可写作

$$F = A \cdot B \quad (1.2.1)$$

式(1·2·1)就是与运算的定义式。对于 n 变量 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的与运算为

$$F = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n \quad (1.2.2)$$

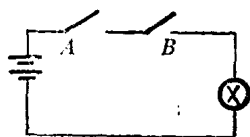


图 1·2·1

表 1·2·1		
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

式(1·2·1)的逻辑关系亦可用真值表来表示（见表1·2·1）。由表可见只有变量 A, B 取值均为1，函数 F 才为1。这是与逻辑运算的显著特点。

2. 或逻辑运算

或逻辑运算简称为或运算，又称为逻辑加 (Logic addition)。通常用符号 “ $+$ ” 表示或运算，读作或。或运算的含义可用图1·2·2所示并联开关电路来表述。

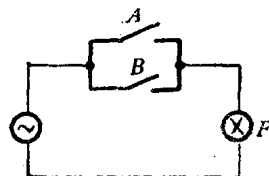


图 1·2·2

图中有两个并联的开关 A, B 和一个灯泡 F ，设 F 为1表示灯亮， F 为0表示灯灭。同样，设 A, B 为1分别表示开关 A, B 接通， A 和 B 为0分别表示开关 A, B 断开。显然只要开关 A 或 B 接通或者 A 和 B 均接通，则灯亮；反之，只有 A, B 均不接通时，则灯灭。这种逻辑关系亦可用一个表达式表示，即

$$F = A + B \quad (1.2.3)$$

式(1·2·3)是或运算的基本定义式。对于 n 变量 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的或运算：

$$F = A_1 + A_2 + \dots + A_n \quad (1.2.4)$$