动力学

理论与应用

〔美〕 T.R. 凯恩 D.A. 列文松 著

贾书惠 薛克宗 译

Dynamics Theory and Application

清华大学出版社

F312

动 力 学

理论与应用

〔美〕T. R. 凯恩 D. A 列文松 著

贾书惠 薛克宗 译

清 华 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书是美国近年来出版的一本有特色的动力学教科书，主要讲述建立完整及非完整系统数学模型的凯恩方法，以及如何应用电子计算机解决动力学问题；这种途径特别适合于求解现代科学技术提出的复杂系统的动力学问题。书后附有近200个取材新颖的习题。

本书可作为高等工科院校研究生及高班大学生动力学课程的教科书或参考书，也可供与复杂机械装置有关的各工程技术领域中的科研及技术工作者阅读。

Dynamics: Theory and Applications

T. R. Kane　D. A. Levinson

McGraw-Hill Inc 1985

动 力 学

理论与应用

[美] T. R. 凯恩　D. A. 列文松　著

贾书惠　薛克宗　译

☆

清华大学出版社出版

北京　清华园

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

☆

开本：850×1168 1/32　印张：13　字数：324 千字

1988 年 11 月第 1 版　1988 年 11 月第 1 次印刷

印数：0001—3000　定价：2.75元

ISBN 7-302-00366-1/TK·12 (课)

译 者 的 话

本书是凯恩教授等为美国斯坦福大学低年级研究生及高年级大学生所写的动力学教科书，与其他同类教材相比，本书有以下明显的特点。

1. 传统的动力学教科书多局限于讲解经典的方法并只处理简单的机械系统。近二十年来，由于电子计算机的迅速发展，人们完全有可能由复杂的运动微分方程式中得到丰富的有用信息；因此，本书把建立复杂系统的运动方程式及应用计算机进行数值仿真作为讲授现代动力学的重要内容。

2. 本书系统地介绍了一种列写系统动力学方程的方法，通常称为凯恩方法。该法由凯恩教授于 1961 年提出，后来又不断完善。它特别适用于复杂系统，如果应用得当，可以简化建立动力学方程的过程，且所得结果比较简洁，因而便于上机。

3. 本书所举例题中，多数讨论比较复杂的系统，且有一定的工程背景。书后近 200 个取材新颖的习题也有同样性质。这些习题均有答案，许多是数值仿真结果。学习这些例题及习题有助于提高学生解决复杂问题的能力。

当前，国际上有关动力学的教科书及参考书中，富有特色的并不多；凯恩方法已被愈来愈多的人所使用。因此，将这本书介绍到我国来，对我国的力学教育是有益的。不过，本书对传统的动力学内容讲授较少，有些则放到习题中去；希望读者在阅读时加以注意。

本书的前言、第五、六、七章及习题 9—习题 14 由贾书惠译；第一、二、三、四章及习题 1—习题 8 由薛克宗译；贾书惠校。

译 者

前　　言

对现有动力学教科书的不满，多少年来广泛流传在工程界和物理界的教师、学生和毕业生使用单位之间；而且，这种不满目前仍在增长。其主要的原因是，当要求刚进入工业界的工程专业毕业生去解决诸如多体航天器的姿态控制、机器人和复杂机械系统等领域中所提出的动力学问题时，发现他们根据目前流行的教科书所获得的动力学知识并不能有效地帮助他们去解决面临的问题。同样，物理专业的毕业生也常发现：在他们所受的教育中，特别强调为研究量子力学作准备，而对刚体动力学学科又如此忽视，以致使他们在工程和学术研究两方面都有不足；他们不能设计某些实验装置，例如安装到行星卫星上的粒子检测器。在这里，分析检测器扫描运动对卫星姿态运动影响的能力与检测过程本身的物理知识是同样的重要。不仅如此，上述毕业生对他们的动力学知识的贫乏往往是完全意识不到的。这种状况是如何造成的？有没有办法补救？

就大多数而言，传统动力学教科书只讲解十八世纪的方法和它们对物理上比较简单系统的应用，例如具有固定点的旋转陀螺、双摆等等。出现这种现象的原因是：在计算机出现以前，对学生能力的要求不超过建立这类简单系统的运动方程；这当然是正确的，因为人们尚不能指望从描述更复杂系统的运动方程中提取有用的信息。实际上，即便分析简单系统也需要十分广泛的数学知识和相当高超的解题技巧。因此毫不奇怪，人们把更多的注意力集中到动力学中数学方面的难点上，而把建立运动方程认为是一项常规的事情。今天，由于计算机能使人们从复杂的运动微分方程组中提取很有价值的信息，所有这些就发生了变化。事实上，现在

不能有效地建立运动方程和以前不能求解方程一样，都是解题的大障碍。由此可知，对建立运动方程这个课题应该重新仔细研究。换句话说，现代动力学课程的主要目的是培养这样的学生，他们精通于使用最好的方法去建立运动方程。这个目标怎样达到呢?

在本世纪七十年代，当人们开始大量进行多体结构航天器、机器人装置及复杂科学装置的动力学研究时，就感到直接使用诸如牛顿、拉格朗日、哈密顿等的经典方法会花费人们大量的，有时甚至是不可想象的劳动量；而所得到的运动方程也是十分庞杂，以致在用计算机求解时，由于技术上或经济上的原因而慢得不能接受。现在，当完全克服这个困难似乎是不可能的时候，亦即似乎不会找到一条途径能将建立复杂系统的运动方程简化成一个真正简单的问题时，我们发现，确实存在着一个方法，它优于各种经典方法，使用它不仅能够节省劳动量，而且能得到比较简单的运动方程式。不仅如此，作为一种自成体系的、高度规格化的方法，它也容易讲授。由于把注意力集中到运动而不是位形，它能使我们获得最多的物理内涵。它不象虚功原理那样牵涉到变分，因而可在比较基本的数学水平上表达。除此以外，它还能使我们直接处理非完整系统而不必先引入、接着再消去拉氏乘子。由此可得结论：摆脱我们面临的困境就在于教会学生使用这种方法（常称为凯恩方法），而本书即可作为这种教学的基础。

教科书不但在内容上而且在内容的组织上各不相同，专题编排的顺序可以对讲授和学习一门课程的难易程度产生重要影响。本书的内容组织原则如下。我们把动力学看成一门推理学科，它的知识可使我们定性地和定量地描述机械系统在已知力作用下的运动，或者确定必须对机械系统施加怎样的力才能使它按给定的方式运动。求解动力学问题分两个主要步骤进行，第一步是建立运动方程，第二步是由方程中提取信息。第一步未完成以前，第二步就不能有成效地进行，因此必须清楚地记住两者的区别。本书中从运动方程提取信息的部分放到最后一章，而前几章则介绍为获得有效的运动方程而必须掌握的知识。

在构造运动方程的过程中，各种不同的概念都在起作用。这里，明确地区分各种概念仍然是重要的。我们必须把主要的注意力放到运动学、质量分布和力这些概念上；与此相应，对每一个题目将按照它们自身的重要性来对待。虽然如此，由于向量微分在动力学中起着关键的作用，我们将在第一章中首先讲述这个题目。那里强调指出，向量对标量变量求微分时必须说明参考系，此外，我们还不使用极限，因为使用极限似乎不能弄清问题而只会引起混乱；不过，我们将直接运用学生在标量微积分上的知识。此后，对运动学、质量分布和广义力等题目均用专章讲解。第五章讨论能量函数，第六章讨论运动方程的建立。最后，在第七章中研究从运动方程提取信息。斯坦福大学 20 多年来为一年级研究生所开的一年课程就是以这些材料为基础的。

动力学是一门不作大量习题就不能掌握的学科，为此本书备有 14 个习题集以供读者求解。为了掌握本书的内容，读者应该完成全部无星号的习题，每一个习题都涉及一些其他习题所不涉及的内容。无星号题目的总和完全覆盖了本书所述的理论。如果还完成了带星号的习题(它们并不一定比无星号的难)，则可理解得更加深入。所有的习题都有解答，这样，只要学生未能得到所给的结果，就可以对解题过程进行改正。不过，不管化多大力量，教师和学生双方都要努力作到使学生明确每个习题的要点，而不是单单地求解它。在这方面，对所选习题进行课堂讨论是最有帮助的。

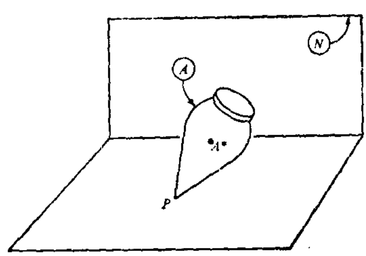

图 i

最后，关于符号说几句话。如果处理的是如图 i 所示陀螺 A 的简单系统，陀螺支承于牛顿参考系 N 中不动点 P，则所需的符号肯定很简单。例如，可令 $\boldsymbol{\omega}$ 表示 A 在 N 中的角速度，$\mathbf{v}$ 表示 A 的质心 A^* 在 N 中的速度。事实上，不会采用比这更复杂的符号，

因为那将带来不必要的书写负担。但是，如果我们必须分析复杂系统的运动，例如伽利略航天器，它的模型是由八个刚体 A，B，···，H 按图 ii 所示方式耦合而成；则除非使用比 $\boldsymbol{\omega}$，$\mathbf{v}$ 更加复杂的符号，否则就不能区分下面这些量：例如 A 在牛顿参考系 N 中的角速度，B 在 N 中的角速度，B 在 A 中的角速度，而所有这些角速度都可在分析过程中出现。还有，如果 A^*，B^* 是 A 及 B 上

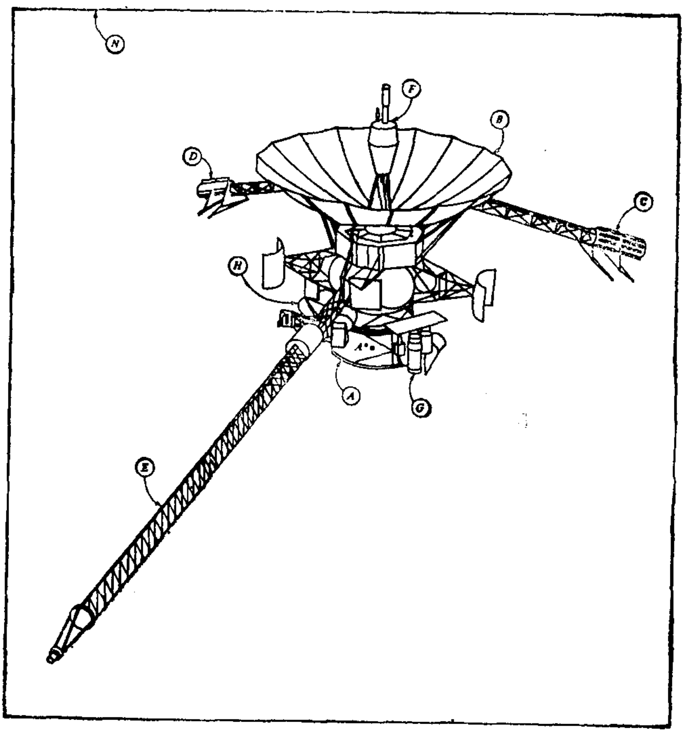

图 ii

我们感兴趣的点，或是相应的质心，这时就需要一种记号来区分 A^* 在 N 中的速度，B^* 在 N 中的速度及 B^* 在 A 中的速度。为此，贯穿全书我们采用一些便于应用的记号方法。特别是，表示刚体在某一坐标系中的角速度或角加速度的矢量有两个上标，右上标

代表刚体，左上标代表参考系。有时，“参考系”和“刚体”这两个名词也可交换使用。亦即，每个刚体均可作为参考系使用，而每个参考系也可看成是无质量的刚体。例如，图 ii 所示系统中的三个角速度，即 A 在 N 中的角速度，B 在 N 中的角速度及 B 在 A 中的角速度分别用 ${}^N\boldsymbol{\omega}^A$，${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ 及 ${}^A\boldsymbol{\omega}^B$ 表示。同样，表示点在参考系中速度或加速度的矢量其右上标是点的名称，而左上标指明了参考系。例如前述 A^* 在 N 中的速度写为 ${}^N\mathbf{v}^{A^*}$，而 ${}^A\mathbf{v}^{B^*}$ 表示 B^* 在 A 中的速度。关于角动量、动能等等，将遵守类似的约定。

虽然我们研究动力学的方法和传统方法之间有明显的不同，但新老两者之间并无根本的冲突。相反，本书中的材料与经典文献是完全相容的。因此，本书的目的不仅在于用知识和技巧武装学生，使他们能有效地处理现代动力学问题，而且还在于使他们能够和按常规方法培养的学生协调地共同工作。

T. R. 凯　恩

D. A. 列文松

致　读　者

本书共七章，每一章均分为若干节。节的标号是中间有小数点的两个数字，第一个数字表示该节所在的章，第二个数字则指明在章中的节数。所以，标号 2.14 表示第 2 章第 14 节。

方程式在每节中按顺序标号。例如在节 2.14 及节 2.15 中的方程式分别标为 (1)—(31) 及 (1)—(50)。在引证方程式时，可能引证本节的，也可能引证其他节的。在第一种情况下，只用一个方程式标号；而在第二种情况下还需增加节号，因而共有三个数字。例如，在节 2.14 中引证本节的方程式 (2) 时，只需标明"方程式 (2)"；但如果在节 2.15 中引证上述方程式，则需标明"方程式 (2.14.2)"。

每章中图的标号也考虑了易于识别该图在哪节出现。例如，节 4.8 中的两个图分别用"图 4.8.1"及"图 4.8.2"标出。为避免把这些图和习题集及附录中的图搞混，习题集中的图号前加字母 P(Problem)，附录中的图号前加字母 A(Appendix)。字母 P 后面的两个数字表示该图属于哪一个习题，例如，图 P12.3 表明该图是属于习题 12.3 的。同样，表 3.4.1 说明它是节 3.4 的一个表格，表 P14.6.2 则与习题 14.6 有关。

T. R. 凯　恩

D. A. 列文松

目　录

第一章 矢量微分

动力学学科研究各种变化，诸如质点在参考系中的位置变化，机械系统的位形变化等等。为了表征这些变化，我们使用矢量的微分运算。这也是一门学科，它可以看成是通常以标量函数的微分运算为题而讲授的内容的推广。这一推广主要在于作出若干规定，以适应以下事实，亦即在动力学中对我们感兴趣的许多矢量来说，**各种参考系**起着重要的作用。例如，令 A 与 B 是彼此作相对运动的两个参考系，但却始终有一个共同点 O。再令 P 是 A 中某个确定的点，这样它在 B 中就是运动的。因此，P 在 A 中的速度等于零，而在 B 中的速度却异于零。现在这两个速度都是同一矢量 $\mathbf{r}^{OP}$ (由 O 至 P 的矢径) 的时间导数，所以如果简单地说 $\mathbf{r}^{OP}$ 的时间导数就毫无意义了。十分明显，对矢量进行的微分运算，必须使人有可能把在参考系 A 中对某标量变量的微分和在参考系 B 中对同一变量的微分区别开来。

当运用诸如牛顿第二定律或角动量原理这些动力学的基本原理时，只需要对矢量进行常微分运算，亦即只涉及将矢量对单个标量变量（一般来说是时间）微分的理论。研究高等动力学原理，例如本书的后面章节中所提出的一些原理，却还需要把矢量对几个标量变量，例如广义坐标和广义速度，进行**偏微分**。与此相应，本章致力于叙述后面章节所需要的定义，以及由这些定义推出的结论。

1.1 矢量函数

若矢量 $\mathbf{v}$ 在参考系 A 中或大小或方向与标量变量 q 有关，则

把 **v** 称为 A 中 q 的矢量函数。相反，就说 **v** 在 A 中与 q 无关。

例 在图 1.1.1 中，P 表示位于刚性球 S 表面上的动点。球 S 像任一刚体一样，可以看成参考系（不要把参考系与坐标系相混淆。在给定的参考系中可以建立许多坐标系）。若 **p** 为由 S 的中心至点 P 的矢径，q_1 及 q_2 为如图所示的角度，则因为 **p** 在 S 中的方向与 q_1，q_2 有关，所以它就是 q_1，q_2 的矢量函数，而 **p** 却与 S 中的 q_3 无关。这里，q_3 是由 C 至图示 R 点的距离。由 C 至 R 的矢径 **r** 是 S 中 q_3 的矢量函数，而与 S 中的 q_1，q_2 无关。然则由 P 至 R 的矢径 **q** 为 S 中 q_1，q_2 及 q_3 的矢量函数。

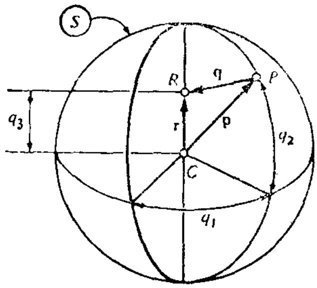

图 1.1.1

1.2 几种参考系

矢量 **v** 在一个参考系中可以是变量 q 的函数，而在另一个参

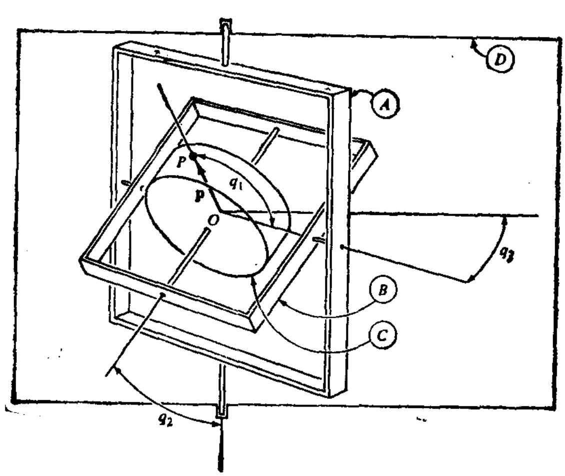

图 1.2.1

考系中则会与 q 无关。

例 图 1.2.1 所示为陀螺的外框架 A，内框架 B 及转子 C，其中每一件都可以作为参考系。若 $\mathbf{p}$ 是由点 O 至 C 上某点 P 的矢径，则 $\mathbf{p}$ 无论在 A 中还是在 B 中都是 q_1 的函数，但在 C 中却与 q_1 无关；$\mathbf{p}$ 在 A 中是 q_2 的函数，而在 B 和 C 中均与 q_2 无关；$\mathbf{p}$ 在 A，B，C 这每一个参考系中均与 q_3 无关，但在参考系 D 中是 q_3 的函数。

1.3 标量函数

给定参考系 A 及 A 中与 n 个标量变量 q_1，$\cdots$，q_n 有关的矢量函数 $\mathbf{v}$。令 $\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ 为一组与 A 固结的非平行、非共面(但不必要相互垂直)单位矢量，这样就存在与 q_1，$\cdots$，q_n 有关的三个单值标量函数 v_1，v_2，v_3，且有

$$\mathbf{v} = v_1\mathbf{a}_1 + v_2\mathbf{a}_2 + v_3\mathbf{a}_3 \tag{1}$$

这个方程可以做为联系标量分析同矢量分析的桥梁。它为把标量分析中各个熟知的重要概念，例如连续性、可导性等，推广到矢量分析提供了一个方便的手段。矢量 $v_i\,\mathbf{a}_i$ 称为 $\mathbf{v}$ 的 $\mathbf{a}_i$ **分量**。v_i 叫做$\mathbf{v}$的 $\mathbf{a}_i$ **测量数**（$i = 1, 2, 3$）。

当 $\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ 是相互垂直的单位矢量时，据式 (1) 得到，$\mathbf{v}$ 的 $\mathbf{a}_i$ 测量数为

$$v_i = \mathbf{v}\cdot\mathbf{a}_i \qquad (i = 1, 2, 3) \tag{2}$$

因此，式 (1) 可以写为

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{a}_1\mathbf{a}_1 + \mathbf{v}\cdot\mathbf{a}_2\mathbf{a}_2 + \mathbf{v}\cdot\mathbf{a}_3\mathbf{a}_3 \tag{3}$$

反之，若 $\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ 是相互垂直的单位矢量，且式 (2) 被认为是 v_i（$i = 1,2,3$）的定义，则据式 (3) 得知，$\mathbf{v}$ 可表为式 (1)。

例 图 1.3.1 所示为在节 1.2 的例题中曾考察过的陀螺。$\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ 和 $\mathbf{b}_1$，$\mathbf{b}_2$，$\mathbf{b}_3$ 分别表示与 A 和与 B 固结的相互垂直单位矢量。矢量 $\mathbf{p}$ 即可表为

$$\mathbf{p} = \alpha_1\mathbf{a}_1 + \alpha_2\mathbf{a}_2 + \alpha_3\mathbf{a}_3 \tag{4}$$