

朱华伟/审订

小学数学

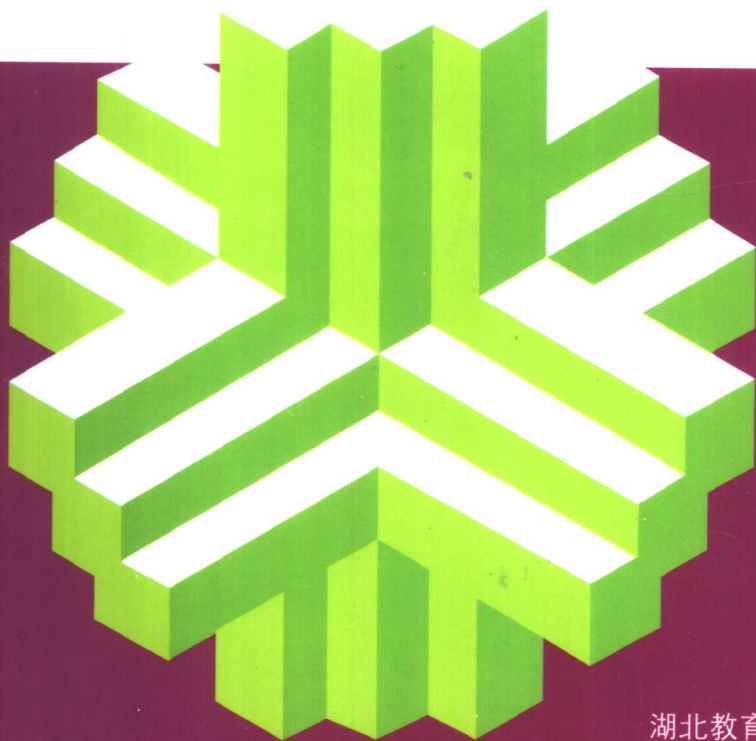
胡兴虎
汪洪 编著



奥林匹克 课课通

一课一级台阶
助你步步高登

五年级下学期



湖北教育出版社

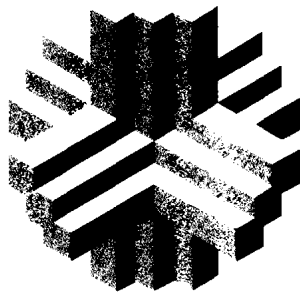
王伟/审订

小学 数学

奥林匹克 课课通

胡兴虎 汪 洪 编著

五年级下学期



湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数学奥林匹克课课通五年级下学期/胡兴虎, 汪洪编著.
—武汉: 湖北教育出版社, 2002

ISBN 7-5351-3247-2

I. 小… II. ①胡…②汪… III. 数学课—小学—教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 042164 号

出版 发行: 湖北教育出版社
网 址: <http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编: 430015 传真: 027-83619605
邮购电话: 027-83669149

经 销: 新 华 书 店
印 刷: 武汉大学出版社印刷总厂
开 本: 850mm×1168mm 1/32
版 次: 2002 年 7 月第 1 版
字 数: 332 千字

(430015·新华下路 192 号)
12.75 印张
2002 年 7 月第 1 次印刷
印数: 1~6 000

ISBN 7-5351-3247-2/G·2622

定价: 18.00 元

如印刷、装订影响阅读, 承印厂为你调换

前 言

站在新世纪的地平线上,人类社会迎来知识经济、信息化、全球化的时代,我们的未来一代怎样才能够应对这种新的局面呢?学会做人,学会学习,学会生存,学会创新,即面向发展的未来而努力学习将成为主旋律!而在适应未来发展的人的诸多素质中,数学素质是不可忽视的。

这是因为,当今尖端科学的研究需要数学,大规模的社会化生产倚重于数学,新世纪许多重要的开发研究都需要通过数学模型进行探索、试验和优化选择,提高人才的数学素质已成为一项迫在眉睫的重要任务。世界各地兴盛的数学奥林匹克、数学建模竞赛活动,从一个侧面反映了全世界对提高大、中、小学生数学素质的高度重视。

我国十多年来的数学奥林匹克竞赛活动,使千百万青少年参与其中,极大地激发了他们学习数学,崇尚科学的兴趣,给数学教育注入了新的活力,促进了大面积素质教育质量的提高;同时也给我国中小学数学教育带来了深刻的变化。从这个意义上讲,数学奥林匹克竞赛活动不是单一的知识教育,更不是家庭教育式的业余补课,而是一种智能教育、素质教育。这种活动的结果,不只是体现在解题方法上,而更体现在学生对数学本质的洞察力、创造力和数学的机智等创新型思维能力的形成上。而这种能力的形成与发展,其作用不仅仅对学生学习数学有益,更将对学生综合素质的提高大有裨益。

那么,怎样才能让小朋友轻松愉快地学好数学奥林匹克,且能独立自主地学习它呢?其中的一个关键是要为小朋友们提供一套适用性很强而又通俗易懂的学习工具书,以帮助他们自主学习。基于以上认识与想法,编著者以自身十余年的竞赛数学教学与辅导的成功经验为基

础,以众多的国内外小学数学竞赛文献为源泉,参照现行的九年义务教育小学数学教学大纲的教学进度,按年级分册编著了这套小学生自主学习竞赛数学的必备工具书——《小学数学奥林匹克课课通》(四年级至六年级共六册)。以此献给全国的小朋友和辛勤教育他们的老师们、家长们。

本书具有以下三个特点:

一、内容齐全

全书集近年的国内外小学数学奥林匹克的最新思想、最新理念、最新资料、最新素材之精华,融竞赛数学的理论、方法与应用为一体,精心编撰出 3180 道题,归入 636 课(题型),按单元、节、课(题型)分六册编写。全书涵盖了小学数学奥林匹克的所有知识点、所有解题思想方法及所有题型,并使之系统完整,不重复亦不遗漏,是目前此类图书中覆盖知识面最广、教学内容最全、学习效率最高、实用性最强的不可多得的小学数学竞赛训练教材。

二、安排合理

本着减轻负担与儿童可接受性原则,以及四年级学生已经掌握了一些最基本的数学知识和思想方法,并且具备了一定的阅读能力,在辅导老师的指导下,有能力学习竞赛数学材料等因素,本书内容的编排从四年级上学期开始。

在内容安排上,四年级上学期 50 课时,下学期 80 课时,约每周 3 课时;五年级上学期 110 课时,下学期 120 课时,约每周 5 课时;六年级上学期 160 课时,下学期 116 课时,约每周 7 课时。每一课时,一般情况下只需要半小时左右就能够学好。这样的阅读与学习量,对大多数孩子讲,还是承受得了的,至于学有余力的孩子,就更显得轻松了。

在知识衔接上,力争做到与最新通用小学数学教材同步配套,从学生已有的知识结构与思维发展水平的实际出发,紧密配合课堂教学,由浅入深、由易到难、循序渐进地介绍竞赛数学的知识与方法,使之成为课堂教学的延伸与发展,把课内和课外有机结合起来,以帮助学生扩展知识视野,提高数学素质与创新思维能力。这样,学生不需要超前学习课本数学知识,就能学好相应学年段的竞赛数学知识。因此,本书更利

于学生课外自主学习。

三、课型科学

整套书按题型对应课时进行编排,每一课前,详细列出解题要领,包括重要概念、知识要点、解题思想方法等,以作为打开该课题解大门的金钥匙;每一课内,均编有5道题(有的增添了部分小题),尽量从不同的侧面,揭示出该题型的变化的一般规律,集中解决一个问题;每一道题,又有详细的分析与解答过程,有的还给出了多种解法。这些题目,既有传统的佳题,又有近年国内外涌现的好题,还有编著者根据自己的教学实践编撰的新题,很有代表性,也极有学习价值,更有一定难度;但经过按题型分类编排之后,学习起来,就容易多了。这种课型设计,题量精当,费时不多,不仅利于教师教学与家长辅导,更便于学生利用课余时间自主学习与复习。

怎样使用好本书:

对执教者而言,要充分利用本书编写体例上的独特优势,变“教”为“导”,在指导学生读书、启发学生思考、引导学生议论的过程中,使学生在“学会”的同时逐步达到“会学”的目的。学完一课后,应鼓励学生根据自身的实际情况,挑出其中适量的题独立解答,以利于深化理解,形成能力。

对自学者而言,先要熟悉与了解每课金钥匙的内容,然后逐题学习。题下的分析旨在帮助学生理清思路,提高分析能力。学生应认真理解。由于题目内容的限制,分析或一题一析,或数题一析,亦有少数题未作分析,这在体例上虽略有参差,但应更便于学生理解吸收。在学习的过程中,要一边读,一边思,既要弄清楚该题是怎样做的,更要搞明白为什么要这样做。学完一课后,同样要根据学习的情况,挑出其中适量的题独立解答,以便巩固所学知识 with 形成能力。

本书可供小学中、高年级中等及中等以上程度的学生课外自学用,也可供家长辅导、小学数学教师课堂教学中开发学生智力使用,还可作为数学兴趣小组及数学竞赛讲座的教材。

本书在编写过程中,参考并引用了有关资料中的优秀题目,为求简明,书中未一一注明出处。在此,谨向原题编者表示崇高的敬意。

由于笔者水平有限,书中难免会有疏漏或错误之处,诚挚欢迎读者批评与指正。

胡兴虎 汪洪

2002年2月28日于深圳南山

目 录

第一单元 整除问题	1
第一节 数的整除	1
第 241 课 能被 2、3、5、6、9 整除的数	1
第 242 课 较复杂能被 2、3、5、6、9 整除的数	3
第 243 课 复杂能被 2、3、5、6、9 整除的数	6
第 244 课 能被 4、25 整除的数	9
第 245 课 能被 8、125 整除的数	12
第 246 课 能被 11 整除的数	15
第 247 课 较复杂能被 11 整除的数	18
第 248 课 复杂能被 11 整除的数	21
第 249 课 能被 7、11、13 整除的数	24
第 250 课 数的整除性质	28
第 251 课 复杂数的整除性质	30
第 252 课 数字排列	34
第 253 课 复杂数字排列	36
第 254 课 超多位数的整除	39
第 255 课 条件推理	42
第 256 课 复杂条件推理	46
第 257 课 两数和	49
第 258 课 复杂两数和	52
第 259 课 两数积	54
第 260 课 包含与排除	57
第二节 质数与合数	61
第 261 课 基本题	61
第 262 课 变式题	64

第 263 课	较复杂题	67
第 264 课	复杂题	70
第三节	奇数与偶数	73
第 265 课	基本题	73
第 266 课	变式题	76
第四节	分解质因数	79
第 267 课	若干个数的积	79
第 268 课	周长与面积	82
第 269 课	应用题	84
第 270 课	巧求自然数	87
第 271 课	巧求积末尾零的个数	90
第 272 课	巧求约数的个数	93
第 273 课	复杂巧求约数的个数	96
第 274 课	巧求所有约数的和	100
第五节	最大公约数	104
第 275 课	基本题	104
第 276 课	辗转相除法	107
第 277 课	应用题	111
第 278 课	复杂应用题	114
第 279 课	巧求自然数	116
第 280 课	复杂巧求自然数	118
第六节	最小公倍数	122
第 281 课	基本题	122
第 282 课	应用题	125
第 283 课	较复杂应用题	127
第 284 课	复杂应用题	130
第 285 课	巧求自然数	135
第 286 课	复杂巧求自然数	137
第七节	最大公约数与最小公倍数	142
第 287 课	基本题	142

第 288 课	变式题	145
第 289 课	复杂题	148
第 290 课	分数题	153
第八节	带余除法	157
第 291 课	巧求被除数	157
第 292 课	巧求除数	160
第 293 课	巧求余数	163
第 294 课	巧用枚举筛选法求被除数	167
第 295 课	巧用中国剩余定理求被除数	170
第 296 课	整除周期求余数	174
第 297 课	余数周期求余数	177
第九节	同余问题	181
第 298 课	若干个被除数中巧求除数	181
第 299 课	若干个被除数中巧求余数	183
第 300 课	乘积中巧求余数	185
第 301 课	乘方数中巧求余数	187
第 302 课	复杂乘方数巧求余数	188
第二单元	几何问题	191
第一节	图形的分割	191
第 303 课	直线分割图形	191
第 304 课	巧用对称法分割正方形	193
第 305 课	巧用对称法分割组合图形	196
第 306 课	巧用等分法分割图形	199
第 307 课	巧用算法分割图形	201
第二节	图形的切拼	204
第 308 课	巧用反推法切拼正方形	204
第 309 课	巧用算法切拼正方形	208
第 310 课	巧用算法切拼长方形	212
第 311 课	巧用勾股法切拼正方形	215
第三节	合理下料	218

第 312 课	分割中合理下料	218
第 313 课	复杂分割中合理下料	220
第 314 课	切拼中合理下料	224
第 315 课	复杂切拼中合理下料	227
第四节	图形覆盖	231
第 316 课	能否覆盖	231
第 317 课	巧求最少值	234
第 318 课	巧求方法数	237
第五节	巧求度数	241
第 319 课	基本题	241
第 320 课	变式题	243
第 321 课	较复杂题	247
第 322 课	复杂题	250
第六节	巧求周长	252
第 323 课	基本题	252
第 324 课	变式题	255
第 325 课	较复杂题	258
第 326 课	复杂题	261
第七节	格点与面积	264
第 327 课	正方形格点面积	264
第 328 课	复杂正方形格点面积	268
第 329 课	正三角形格点面积	271
第 330 课	图形计数求面积	274
第八节	长方形与正方形的面积	277
第 331 课	长宽增减变化	277
第 332 课	比例法	280
第 333 课	巧用“弦图”求面积	284
第九节	三角形的等积变形	289
第 334 课	基本题	289
第 335 课	变式题	293

第 336 课	较复杂题	296
第 337 课	复杂题	301
第 338 课	综合题	306
第十节	组合图形的面积	310
第 339 课	巧用加减法求面积	310
第 340 课	巧用部分与整体的关系求面积	314
第 341 课	巧列方程求面积	318
第 342 课	巧用等量代换求面积	322
第 343 课	巧用比例求面积	326
第三单元	智能应用题	332
第一节	倒推问题	332
第 344 课	基本题	332
第 345 课	复杂题	335
第二节	保证返回问题	339
第 346 课	基本题	339
第四单元	平均数问题	343
第一节	简单平均数问题	343
第 347 课	基本题	343
第 348 课	复杂题	346
第二节	部分平均数与全体平均数问题	350
第 349 课	基本题	350
第 350 课	复杂题	354
第三节	从平均数求个别数问题	357
第 351 课	基本题	357
第 352 课	复杂题	361
第五单元	计算问题	365
第一节	分数数列求和	365
第 353 课	巧求 $\frac{1}{n(n+1)}$ 型分数和	365
第 354 课	巧求 $\frac{1}{n(n+k)}$ 型分数和	370

第 355 课	巧求 $\frac{k}{n(n+k)}$ 型分数和.....	375
第 356 课	巧求 $\frac{1}{n(n+k)(n+2k)}$ 与 $\frac{2k}{n(n+k)(n+2k)}$ 型 分数和.....	377
第 357 课	巧求 $\frac{1}{n(n+k)(n+2k)(n+3k)}$ 与 $\frac{3k}{n(n+k)(n+2k)(n+3k)}$ 型分数和	381
第 358 课	巧求综合型分数和.....	385
第二节	最简分数的个数与和.....	388
第 359 课	巧求最简分数的个数.....	388
第 360 课	巧求最简分数的和.....	392

第一单元 整除问题

第一节 数的整除

第 241 课 能被 2、3、5、6、9 整除的数

【金钥匙】

1. 整除的意义

对于整数 a 和不为零的整数 b , 如果 a 除以 b 的商是整数且没有余数(余数为 0), 我们就说 a 能被 b 整除, b 能整除 a , 记作 $b|a$; a 叫做 b 的倍数, b 叫做 a 的约数。显然, 零是任何自然数的倍数, 1 是任何整数的约数。

关于整除, 有多种不同的表述方式, 但意思都一样, 如, a 被 b 整除, b 整除 a , a 是 b 的倍数, b 是 a 的约数, a 除以 b 的商是整数且没有余数(余数为 0)等。

2. 能被 2、3、5、6、9 整除的数的特征

(1) 一个整数的个位上是 0、2、4、6、8 中的某个数, 这个整数能被 2 整除。

(2) 一个整数各数位上数字的和能被 3 或 9 整除, 那么这个整数也能被 3 或 9 整除。

例如, 9813672 的各数位上数字的和是 $9+8+1+3+6+7+2=36$, 36 既能被 3 整除, 也能被 9 整除, 那么 9813672 能被 3 或 9 整除。

(3) 一个整数的个位上是 0、5 中的某一个数, 这个整数能被 5 整除。

(4) 一个整数既能被 2 整除又能被 3 整除, 则这个数能被 6 整除;

反之,一个整数能被6整除,这个数就一定能被6的约数(1、2、3、6)整除。

【自主学】

题 1201 四位数 $\overline{57A1}$ 能被9整除。求A的值。

分析 运用被9整除的特征解题。

解 $\overline{57A1}$ 的各位数字之和为 $5+7+A+1=A+13$ 。

因为四位数 $\overline{57A1}$ 能被9整除,所以 $A+13$ 应是9的倍数。

因为 $0 \leq A \leq 9$,所以 $13 \leq A+13 \leq 22$ 。

故 $A+13=18$,所以 $A=18-13=5$ 。

答:A的值是5。

题 1202 从0、3、5、7四个数字中任选3个,排成能同时被2、3、5整除的三位数。这样的三位数共有哪几个?

解 因为所求的三位数能同时被2、5整除。所以这个三位数的个位数字为0。又因为所求的三位数能被3整除,所以这个三位数的各位数字之和应是3的倍数。

故所求的三位数为570或750,共两个。

答:这样的三位数共有570、750这两个数。

题 1203 五位数 $\overline{4D97D}$ 能被3整除,它的最末两位数字组成的 $\overline{7D}$ 又能被6整除,求这个五位数?

解 要使 $\overline{4D97D}$ 能被3整除,那么 $4+D+9+7+D=20+2D$ 必能被3整除。用0到9中的某个数分别代入计算,D可以取2、5或8。又因为 $\overline{7D}$ 要被6整除,故根据被6整除的数的特征,D只能取2或8。

当 $D=2$ 时,要求的五位数是42972。

当 $D=8$ 时,要求的五位数是48978。

答:这个五位数是42972或48978。

题 1204 五位数 $54 \square 7 \square$ 中的方框内填上什么数字后才能被3整除,且含有约数5? 写出这些数。

解 个位上只能填0或5。当个位填上0时,百位上可填2、5、8;当个位上填5时,百位上可填0、3、6、9。

所以,符合条件的数是 54270、54570、54870、54075、54375、54675、54975,共 7 个。

答:符合条件的数是 54270、54570、54870、54075、54375、54675、54975,共 7 个数。

题 1205 在 $\square$ 里填上适当的数字,使 $78\square\square$ 既能被 9 整除,又能被 2 整除。

分析 因为 $9|78\square\square$, $2|78\square\square$, 所以 $\square + \square$ 的和必然是 3 或 12, 而它的个位必然是偶数。

不难发现,当 $\square + \square = 3$ 时,十位可能填 3,个位填 0,十位或填 1,个位填 2。当 $\square + \square = 12$ 时,十位可能填 8,个位填 4;十位若填 4,个位填 8;十位若填 6,个位也填 6。

解 $\square + \square = 3$ 或 12。

当 $\square + \square = 3$ 时,结果为 7830、7812。

$\square + \square = 12$ 时,结果为 7884、7848、7866,共 5 种可能答案。

答:所求的数为 7830、7812、7884、7848、7866。

第 242 课 较复杂能被 2、3、5、6、9 整除的数

【金钥匙】

整除的性质

整数 a , 能分别被 b 和 c 整除, 如果 b 与 c 互质, 那么 a 能被 $b \times c$ 整除。

例如: 72 能分别被 3 和 4 整除, 因 3 与 4 互质, 72 能被 3 与 4 的乘积 12 整除。

本性质中, “两数互质”这一条件是必不可少的。72 分别能被 6 和 8 整除, 但不能被乘积 48 整除, 这就是因为 6 与 8 不互质, 6 与 8 的最大公约数是 2。

根据本性质, 我们常常运用如下解题思路:

要使 a 被 $b \times c$ 整除,如果 b 与 c 互质,就可以分别考虑, a 被 b 整除与 a 被 c 整除。

【自主学】

题 1206 用数码 $1, 2, 3, \dots, 9$ 各 10 个,随意排成一个 90 位数 n ,试判断 n 能否被 9 整除?

分析 要判断 n 能否被 9 整除,根据被 9 整除的特征,考虑 n 的各位数字之和能否被 9 整除。

解答的诀窍还在于注意:用所说的 90 个数码无论怎样排,得到的 90 位数 n 的数码之和不变。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & 10 \times 1 + 10 \times 2 + 10 \times 3 + \dots + 10 \times 9 \\ &= 10 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 450\end{aligned}$$

它被 9 整除,所以 n 也能被 9 整除。

答: n 能被 9 整除。

题 1207 四位数 $\overline{7a4b}$ 能被 18 整除,要使这个四位数尽可能的小, a 和 b 是什么数字?

解 $18 = 2 \times 9$, 并且 2 与 9 互质,根据整除的性质,可以分别考虑被 2 和 9 整除。

要被 2 整除, b 只能是 $0, 2, 4, 6, 8$ 。

再考虑被 9 整除, 4 个数字的和就要被 9 整除,已有 $7 + 4 = 11$ 。

如果 $b = 0$,只有 $a = 7$,此数是 7740 。

如果 $b = 2$,只有 $a = 5$,此数是 7542 。

如果 $b = 4$,只有 $a = 3$,此数是 7344 。

如果 $b = 6$,只有 $a = 1$,此数是 7146 。

如果 $b = 8$,只有 $a = 8$,此数是 7848 。

因此其中最小数是 7146 。

答:其中最小数是 7146 , a 和 b 分别为 1 与 6 。

说明 根据不同的取值,分情况进行讨论,是解决整数问题常用办法,本题就是一个典型。

题 1208 已知 18 能整除 $\overline{a192b}$,其中 $a = b + 3$ 。求 $\overline{a192b}$ 。