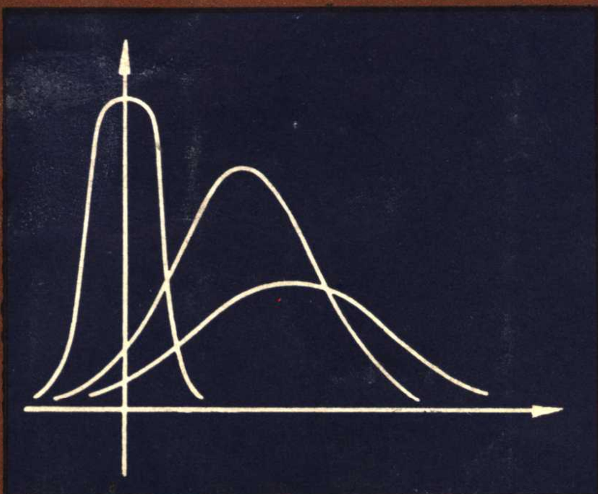
概率统计基础



田耀吾 著

電子工業出版社

概率统计基础

田耀吾　编著

電子工業出版社

内 容 简 介

本书系概率论与数理统计知识的简明读物。内容包括：概率统计预备知识（集合、排列与组合、二阶行列式等）、事件与概率、随机变量、概率分布、数字特征、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验、方差分析和回归分析等。为帮助读者复习与巩固学习内容，本书还附有适量习题及习题选解。书中的一些附表可供一般统计分析工作使用。

本书可作为一般具有初中以上数学基础知识的经济管理工作人员、企业管理领导干部和有关科技人员学习的参考书，也可供中等财经学校师生教学参考。

概率统计基础

田耀吾　编著

责任编辑：夏仁麟

*

电子工业出版社出版　（北京市万寿路）

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

山东电子工业印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/32　印张：8.81　字数：197千字

1984年3月第1版　　1984年9月第1次印刷

印数：30300册　定价：1.15元

统一书号：17290·55

前　言

为满足培训在职的计划统计干部、财务会计干部与其他经济管理人员的需要，特编写了这本《概率统计基础》。

本书介绍了概率论与数理统计的基础知识及其常用方法。内容包括：预备知识(集合、排列与组合、二阶行列式)，事件与概率，随机变量，概率分布，数字特征，数理统计的基本概念，参数估计，假设检验，方差分析和回归分析等。这些内容取材于书后所列的参考书籍，大多经过编者加工修订，但也有些内容是直接引用的。为适应读者的不同需要，书中标“*”号部分在初学时可以略去。

本书在介绍概率论与数理统计的基础知识时，力求深入浅出，从剖析实例出发引出基本原理，避开了微积分的数学推导。各章配有适量习题，并对典型习题或较难习题作了参考解答。可作为具有初中以上数学基础知识的经济管理工作者的自学参考书。其中概率论部分可供企业领导干部和政工干部参考。

编者近几年来给浙江省统计学会数理统计讲习班、杭州市统计局统计干部进修班讲授了概率统计课程，本书系以这些课程的讲义及讲课稿为基础整理而成，限于编者水平，书中缺点和错误在所难免，敬希读者批评指正。

田耀吾

1983年8月于

杭州电子工业学院工业经济系

目　　录

第一章 概 述

初学一门新知识的读者，总希望能够尽快对这门学科得到一个大略的了解。为此，我们先对概率论与数理统计（以下简称概率统计）的研究对象、基本内容及其应用作一个概括的介绍。

第一节 概率论的研究对象

在自然界和人类社会中，广泛地存在着两类不同的现象：确定性现象和随机现象。

所谓确定性现象，就是在一定条件下一定会出现某一种肯定结果的现象。例如，在标准大气压下，水加热到100℃时必然沸腾。又如，在其他条件不变的情况下，工人技术水平越高，劳动生产率必然越高。这些都是确定性现象。

所谓随机现象，就是在一定条件下，具有多种可能的结果，而事先并不能肯定究竟会发生哪一种结果的现象。因此，在相同条件下，做若干次试验，它们的结果可能是不一样的。例如，即使是同一条稳定的生产线上生产出来的收音机，其灵敏度和选择性也是有差异的。又如，在测量一个物体的长度时，即使我们用同一仪器，重复测量多次，因为存在平时我们所说的测量误差，结果也常会有微小的差异，测量误差就是一种随机误差。

随机现象虽然有其偶然性的一面，但并非不可捉摸和无规可循的。恩格斯说过：“在表面上是偶然性在起作用的地方，这种偶然性始终是受内部的隐蔽着的规律支配的，而问题只是在于发现这些规律。”①例如，生男还是生女，就个别来说是不确定的，但通过大量的人口统计，男婴与女婴的比例，接近1：1。又如，多次测量同一物体的长度时，其结果虽略有差异，但当测量次数很大时，就会发现数据集中在某个值的附近，它们相当对称地分布在这个值的两侧。

由此可见，虽然个别现象是无规律的，但是大量重复观测的结果却是有规律的，这种规律性叫做统计规律性。因此，随机现象都具有偶然性和必然性。概率论就是研究随机现象数量规律的数学分支。

第二节　概率论的基本内容

概率论最基本的概念是随机事件及其概率。对于随机现象通常关心的是在试验或观察中某种结果出现的可能性，这些随机试验的结果就称为随机事件，简称事件。

随机事件发生的可能性有大有小，比如在同一生产条件下，熟练工人和学徒不出废品都是随机事件，但两者的可能性大小不同，前者小而后者大。随机事件可能性的大小可以从重复试验中显示出来（我们总假定试验是可以多次重复的，因为科学只能从重复试验中找出规律）：若随机事件 A 在 n 次独立试验中发生了 k 次，则 k 与 n 的比值叫做频率。实践表明，随着 n 的增大，频率将围绕着某一确定的常数 p 作幅度愈来愈小的波动，这就是所谓频率的稳定性。当 n 很大

① 《马克思恩格斯选集》第四卷，第243页，1972年版。

时，得到的频率就是概率的近似值。一般地，在大量重复进行同一试验时，我们把事件 A 发生的频率所接近的那个常数叫做事件 A 的概率，它表明了随机事件 A 发生的可能性的大小。

在用数学方法研究随机现象过程中，可以用数量来表示试验结果。因为随机试验的结果是不确定的，所以表示试验结果的数量是一个随试验结果而变的变量，这就是随机变量的概念。例如：向桌上抛一枚硬币，以 X 表示出现正反面的情况，则当出现正面时，$X=1$；而当出现反面时，$X=0$。X 就是一个随机变量。X 取值的概率：

$P\{X=1\}=1/2$，$P\{X=0\}=1/2$　叫作 X 的概率分布。

第三节　概率论与数理统计的关系

按数学学科来说，概率论属于“纯粹数学”，而以概率论为基础的数理统计则是“应用数学”的重要分支。两者关系十分密切，很难严格划分界限。

如前所说，概率论是在随机现象的一般数学模型的基础上研究随机事件、概率和随机变量等的基本规律，而数理统计则针对实际处理随机现象的任务提出数学模型，并研究其规律，提出解决问题的方法。一般多是把两者结合起来论述。

数理统计方法有两个明显的特点：

(1) 由部分推断整体。被研究对象的整体在数理统计中叫做总体，其中的一部分叫做样本。通过对样本的统计分析来推断总体的某些性质，就叫数理统计方法。例如，要检验一批灯泡的使用寿命，数理统计方法就是抽取一个样本（比如说

10个灯泡组成的样本）进行检验，从这10个灯泡的耐用时间来推断整批灯泡的寿命。如果把整批灯泡逐个检验，虽然按照日常语言的习惯，这样的全面检验也是一种“统计方法”，可是对如“灯泡使用寿命”这样的对象，全面检验是行不通的，全面检验就会毁掉全部灯泡，只能以数理统计方法进行分析。既然数理统计方法是由部分进行推断，那就不可能以百分之百的把握作结论，但是，这并不影响我们对整体性质的推断。

（2）以接近于1的概率作出推断。这实际上就是把概率接近于1的随机事件当作是一定会发生的。细想一下我们日常生活及生产活动中所说的必然会发生的事件，往往都是可能性很大(即概率接近于1)的事件，而不是绝对必然发生的事件。比如我们说乘车比步行快，若车子出了偶然事故就可能不如步行快，但实际上车子一般不会出事故，或者说车子出事故的可能性很小，即车子不出事故的概率通常接近于1，所以我们认为乘车比步行快。正因如此，概率接近于1的随机事件特别重要。

广义的数理统计泛指概率论在实际中的各种应用。狭义的数理统计则指统计观察方法的拟定和统计资料的分析。

以概率论为理论基础的数理统计是一门关于随机现象资料的收集、整理、分析和推断的科学。大体说来，数理统计由统计资料的收集、整理；统计资料的分析、推断；统计资料的收集方法和分析方法的研究三部分内容组成。

根据问题的要求和对观察数据所采取的不同处理方法，就产生了数理统计的许多分支，如参数估计、假设检验、方差分析和回归分析等，我们将在后面几章中分别给以具体介绍。

第四节　概率统计的应用

由于随机现象广泛存在，各个不同领域中所提出的大量问题，促使概率统计学科蓬勃发展，使它在生产、科研和经济管理等的各个领域获得了广泛而有成效的应用。在当前先进的国家里，概率统计科学已十分普及。在我国，概率统计在自然科学和技术科学方面的大量应用，也是众所周知的事。下面，就它在社会经济科学上的应用作一些介绍：

现实的社会经济现象中，许多数量是属于非确定性的，因而在不同程度上具有随机的性质。社会经济科学在研究这些数量关系时必须运用概率统计所提供的理论与方法。这些理论与方法，在社会经济现象的数据处理、归纳数量特征、分析数量关系、摸清事物发展的内在本质和规律性等方面，都有它的重要作用。

概率统计所提供的理论与方法，对于科学地安排统计试验、制定抽样调查方案、确定经济数学模型、进行科学的估计和预测（及时把握大量生动活泼的信息，从中得出有用的结论）等都是不可缺少的工具。在社会主义制度下，各项社会经济计划指标虽然可以事先加以安排，但是按计划进行工作的过程中，所涉及的各种因素却并不是完全预先确定的，这就需要用概率统计的方法进行估计和推断。

必须指出，概率统计的作用是帮助我们通过偶然性发现必然性，认识现象规律的表现形式，但它并不能说明现象的本质。因为现象规律性的内容，决定于现象本身事物的矛盾性质，不可能用概率统计来解释。社会经济现象的本质，只

能由历史唯物主义和政治经济学来说明。因此，不能把概率统计作为整个社会经济科学的理论和方法的基础。

习 题 一

1．结合你的工作实践，举一、两个随机现象的例子。它们具备什么特征？

2．“不能肯定未来的天气情况”与“天气可以以一定的准确率进行预报”这两句话有无矛盾？

3．概率统计的研究对象是什么？它们对社会经济科学有何重要作用？

第二章 预备知识

在概率统计中，要用到一些集合、排列与组合、行列式等知识，所以本章就一一介绍这些预备知识。

第一节 集合

概率论中的事件常用集合来表示，并且用集合间的运算来分析事件之间的关系。

一 什么是集合

首先看三个例子。

〔一〕 1、2、3、4；

〔二〕 干训班的全体学员；

〔三〕 某车队的所有汽车。

它们分别是由一些数，一些人和一些物组成的全体，各形成一个集合。也就是说，每一组对象的全体形成一个集合（有时也简称为集）。集合里的各个对象称为这个集合的元素。由上面的三个例子可以知道，组成集合的元素可以是数，也可以不是数。

二 集合的表示法

通常用大写英文字母 $A, B, C, D, \cdots$ 表示集合的名称；而用小写英文字母 $a, b, c, d, \cdots$ 表示集合的元素。

如果 a 是 A 的一个元素，则称 a 属于 A，用记号"$a \in A$"表示。如果 a 不是 A 的元素，则称 a 不属于 A，用记号"$a \bar{\in} A$"

表示。

为了方便，数学上称没有元素的集合为空集合，简称空集，记作ϕ。

集合的具体表示方法，常用的有三种。

（1）列举法：把集合的全部元素在括号{ }中一一列举出来，这种表示方法称为列举法。例如：

$$A=\{a,b,c,d\}$$

表示集合 A 由 a,b,c,d 四个元素组成；

$$B=\{赵、钱、孙、李、周\}$$

表示集合 B 由赵、钱、孙、李、周组成；

$$C=\{电阻、电容、二极管\}$$

表示集合 C 由电阻、电容和二极管组成。

用列举法表示集合时，必须把全体元素都列出来，但元素的顺序可以调动，如：{1，2，3}，{3，2，1}，{1，3，2，}都是相同的集合。

（2）描述法：把描述集合中元素的公共属性或表示集合中元素的规律写在括号{ }内用来表示集合的方法称为描述法。例如：

$$A=\{某电子车间的所有仪表\}$$

表示由某电子车间所有仪表组成的集合；

$$B=\{某机械车间的全体工人\}$$

表示由某机械车间的所有工人组成的集合。

（3）图示法：集合的构成还可以用示意图来表示，这种图称为韦恩（Venn）图。具体表示方法是在平面上画一封闭曲线，并在该封闭曲线内部标出该集合的全部元素。例如：

$$A=\{a,b,c,d\}$$

可用图2.1表示。

三　集合间的关系

集合间的基本关系是相等与包含。

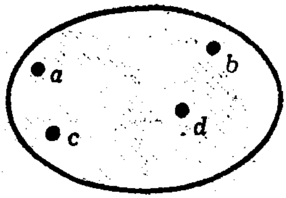


图 2.1　$A=\{a,b,c,d\}$

定义　如果集合 A,B 的元素相同，则称 A,B 相等，记为 $A=B$。如果 A 的元素都是 B 的元素，则称 B 包含 A（或称 A 包含在 B 中），也称 A 是 B 的一个子集合，简称子集，记为“$A\subset B$”或“$B\supset A$”，如图2.2所示。

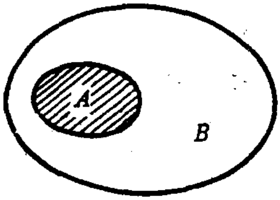


图 2.2　$A\subset B$ 或 $B\supset A$

四　集合的运基本算（并、交、余）

（一）并集

先看三个集合

$A=\{3,5,6,8\}$；

$B=\{4,5,7,8\}$；

$C=\{3,4,5,6,7,8\}$。

显然，集合 C 是由集合 A,B 的元素合起来构成的，我们称集合 C 是集合 A 和集合 B 的并集。

定义　属于 A 或属于 B 的元素的全体，称为 A,B 的并（和）集，记为 $A\cup B$。

在并集中注意重复元素只写一次。例如：

$A=\{$铅笔、橡皮$\}$；

$B=\{$铅笔、刀子　橡皮$\}$。

则

$A\cup B=\{$铅笔、刀子、橡皮$\}$。