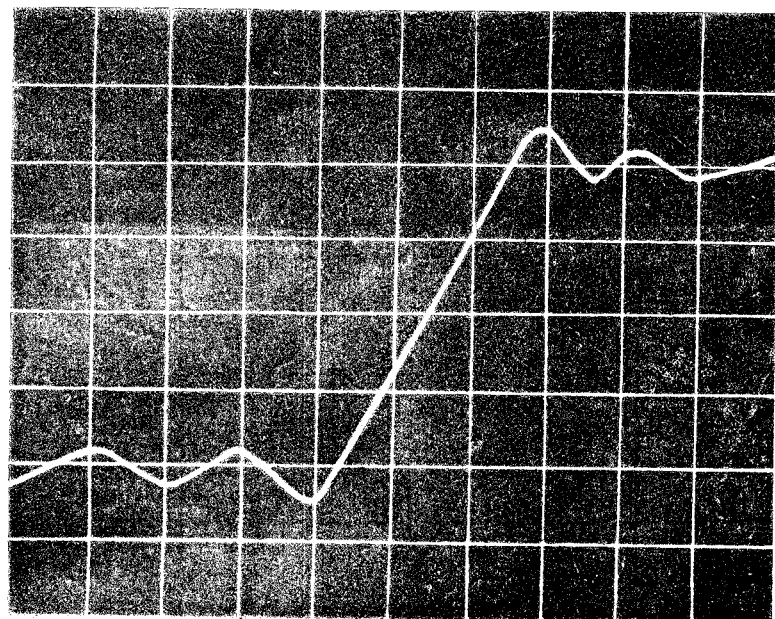


高等学校试用教材



# 信号与线性网络分析

下册

西安电子科技大学 吴大正主编

人民邮电出版社

## 内 容 提 要

本书根据1977年12月高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议拟定的《信号与线性网络分析》大纲写成。

全书共分九章：即绪论、谐振电路、双口网络、传输线、时域分析、频域分析、复频域分析、状态变量分析和离散系统分析。分上、下两册出版，上册包括前四章，是网络分析；下册为后五章，是信号与系统分析。

本书承合肥工业大学芮坤生教授主审，经1979年10月安徽九华山审稿会议通过，作为李瀚荪编《电路分析基础》的后续试用教材，供高等工业学校无线电技术类专业使用，也可供有关科技人员参考。

本书责任编辑 王忠民

高等学校试用教材

### 信号与线性网络分析

下 册

西北电讯工程学院 吴大正主编

\*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张13.5 字数 320,000

1980年6月第1版 1980年12月第1次印刷

印数 00,001—17,000

书号 15012·0257 定价 1.35 元

# 目 录

|                         |                                     |
|-------------------------|-------------------------------------|
| <b>第五章 时域分析</b> ..... 1 | 四 傅里叶级数的指数形式.....79                 |
| § 5.1 引言.....1          | § 6.2 周期信号的频谱.....81                |
| § 5.2 线性网络方程.....2      | 一 周期信号的频谱.....81                    |
| 一 网络元件.....2            | 二 周期信号的功率.....88                    |
| 二 初始值.....6             | § 6.3 非周期信号的频谱.....95               |
| 三 强迫跃变时的初始值.....10      | 一 傅里叶变换.....95                      |
| 四 微分方程及其解.....12        | 二 奇偶性.....100                       |
| § 5.3 阶跃响应和冲激响应.....22  | 三 $\delta(t)$ 、 $U(t)$ 等的频谱.....103 |
| 一 阶跃函数和冲激函数.....22      | § 6.4 傅里叶变换的性质                      |
| 二 初始条件等效为信号源.....28     | 和定理.....112                         |
| 三 阶跃响应.....31           | 一 线性.....113                        |
| 四 冲激响应.....34           | 二 偶函数的对称性.....114                   |
| 五 $rLC$ 串联电路的阶跃和冲激      | 三 频移特性.....117                      |
| 响应.....39               | 四 延时特性.....119                      |
| § 5.4 卷积积分.....43       | 五 时频展缩(反比特性).....123                |
| 一 时域分析——卷积积分.....43     | 六 卷积定理.....125                      |
| 二 卷积的图解.....46          | 七 时域的微分和积分.....127                  |
| 三 卷积的运算规则.....53        | 八 能量密度.....131                      |
| 四 与冲激函数的卷积.....55       | § 6.5 周期信号的傅里叶                      |
| § 5.5 杜阿密尔积分.....58     | 变换.....134                          |
| 一 时域分析——杜阿密尔            | 一 正弦、余弦函数的傅里叶                       |
| 积分.....58               | 变换.....134                          |
| 二 杜阿密尔积分的卷积性质.....62    | 二 周期函数的傅里叶变换.....136                |
| 习题.....63               | § 6.6 线性系统的频域分析.....140             |
| <b>第六章 频域分析</b> .....69 | 一 频域分析.....140                      |
| § 6.1 傅里叶级数.....70      | 二 时域分析与频域分析.....144                 |
| 一 周期信号的分解.....70        | 三 无失真传输.....145                     |
| 二 傅里叶系数.....72          | 四 理想低通滤波器的响应.....146                |
| 三 奇、偶函数与傅里叶系数.....74    | 五 取样定理.....152                      |

|               |     |
|---------------|-----|
| § 6.7 已调信号的频谱 | 156 |
| 一 振幅调制        | 156 |
| 二 角度调制        | 159 |
| 习题            | 167 |

## 第七章 复频域分析

|                      |     |
|----------------------|-----|
| § 7.1 拉普拉斯变换         | 177 |
| 一 双边拉普拉斯变换           | 177 |
| 二 收敛域                | 179 |
| 三 单边拉普拉斯变换           | 182 |
| § 7.2 拉普拉斯变换的性质      | 186 |
| 一 线性                 | 186 |
| 二 复频移特性              | 187 |
| 三 延时特性               | 188 |
| 四 时频展缩               | 192 |
| 五 时域中导数的变换<br>(微分定理) | 193 |
| 六 时域中积分的变换<br>(积分定理) | 195 |
| 七 卷积和乘积的变换           | 197 |
| 八 $s$ 域中的导数和积分       | 201 |
| 九 初值和终值定理            | 203 |
| § 7.3 拉普拉斯反变换        | 207 |
| 一 变换表                | 212 |
| 二 展开定理               | 213 |
| 三 留数法                | 217 |
| § 7.4 复频域分析          | 224 |
| 一 微分方程的变换解           | 224 |
| 二 运算等效电路             | 227 |
| 三 $\mathcal{L}$ 法举例  | 232 |
| 四 $rLC$ 电路的高频响应      | 245 |
| § 7.5 $F(s)$ 的极点与响应  | 250 |
| 一 $F(s)$ 的零点与极点      | 250 |

|               |     |
|---------------|-----|
| 二 极点与时域响应     | 251 |
| 三 零、极点与频域响应   | 257 |
| § 7.6 周期性稳态响应 | 261 |
| 习题            | 270 |

## 第八章 状态变量分析

|                  |     |
|------------------|-----|
| § 8.1 状态方程       | 279 |
| 一 状态变量和状态方程      | 279 |
| 二 动态方程的一般形式      | 282 |
| 三 高阶微分方程与状态方程    | 285 |
| § 8.2 状态方程的直观编写法 | 289 |
| 一 状态变量的选取        | 289 |
| 二 状态方程的编写        | 291 |
| 三 输出方程           | 296 |
| § 8.3 特征矩阵和矩阵函数  | 297 |
| 一 几个基本定义和符号      | 297 |
| 二 伴随矩阵和逆矩阵       | 299 |
| 三 特征矩阵           | 301 |
| 四 凯莱-哈密顿定理       | 303 |
| 五 矩阵的指数函数        | 306 |
| 六 $e^{At}$ 的计算   | 308 |
| § 8.4 状态方程的解     | 313 |
| 一 状态方程的时域解       | 313 |
| 二 状态方程的变换解       | 322 |
| 习题               | 330 |

## 第九章 离散系统分析

|                 |     |
|-----------------|-----|
| § 9.1 离散信号和离散系统 | 334 |
| 一 离散信号          | 334 |
| 二 离散系统          | 337 |
| 三 离散系统的描述       | 338 |
| § 9.2 离散系统的时域分析 | 341 |
| 一 零输入响应         | 341 |
| 二 单位函数与单位响应     | 344 |

|                            |     |                           |     |
|----------------------------|-----|---------------------------|-----|
| 三 零状态响应 .....              | 347 | § 9.6 离散系统的 $z$ 域分析 ..... | 376 |
| § 9.3 $Z$ 变换 .....         | 351 | 一 零输入响应 .....             | 376 |
| 一 拉普拉斯变换与 $Z$ 变换 .....     | 351 | 二 零状态响应 .....             | 377 |
| 二 $Z$ 变换 .....             | 353 | 三 $s$ 域与 $z$ 域的关系 .....   | 381 |
| 三 绝对收敛域 .....              | 355 | 四 系统函数 .....              | 383 |
| § 9.4 $Z$ 变换的性质 .....      | 359 | 五 稳态频率响应 .....            | 386 |
| 一 线性 .....                 | 359 | § 9.7 离散系统的状态分析 .....     | 390 |
| 二 移位定理 .....               | 360 | 一 差分方程和状态方程 .....         | 390 |
| 三 时域乘 $k$ ( $z$ 域微分) ..... | 364 | 二 状态方程的时域解 .....          | 392 |
| 四 乘以 $a^k$ .....           | 366 | 三 $A^k$ 的计算 .....         | 394 |
| 五 卷积定理 .....               | 366 | 四 状态方程的变换解 .....          | 401 |
| § 9.5 $Z$ 反变换 .....        | 368 | 习题 .....                  | 403 |
| 一 直接展开法(长除法) .....         | 368 | <b>参考书目</b> .....         | 409 |
| 二 部分分式展开法 .....            | 370 | <b>习题答案</b> .....         | 410 |
| 三 反演公式法(留数法) .....         | 373 |                           |     |

## 第五章 时域分析

从这一章起,我们将研究集中参数的线性时不变系统(网络)的分析问题,本章主要讨论连续时间系统的时域分析。

### § 5.1 引言

系统分析讨论的主要问题是,在给定的激励(输入)作用下系统将产生什么样的响应(输出)。为了确定一个线性连续时间系统对给定激励的响应,有两个主要步骤,即建立描述该系统的线性微分方程和求出该方程满足给定初始状态的解。

如第一章所说,线性系统(网络)对于给定激励  $f(t)$  和初始状态  $\{x(t_0)\}$  的响应  $y(t)$  可以写为

$$y(t) = y_x(t) + y_f(t) \quad (5.1-1)$$

式中  $y_x(t)$  是系统的零输入响应,  $y_f(t)$  是系统的零状态响应<sup>①</sup>。如果将初始状态看作是另一种输入,根据线性系统具有的这种分解特性,在分析线性系统时,可以分别求出其零输入响应和零状态响应,然后再相加。从分析方法的角度来说,求解系统的零输入响应与求解系统的零状态响应没有什么原则区别,因此我们主要讨论系统的零状态响应。

线性系统还具有零状态线性性质,任何波形复杂的给定激励可以分解为一系列基本信号之和(或积分),而系统的响应就是这些基本信号各自的响应的迭加(或积分)。

这里所用的基本信号是单位冲激函数和单位阶跃函数,这二

---

<sup>①</sup> 下标  $x$  表示仅由状态引起的响应,即零输入响应;下标  $f$  表示仅由输入引起的响应,即零状态响应。

者有密切的关系。在单位冲激函数作用下,系统的零状态响应称为冲激响应。以冲激函数为基本信号,求给定激励作用下系统的零状态响应的方法是卷积积分。在单位阶跃函数作用下,系统的零状态响应称为阶跃响应。以阶跃函数为基本信号,求给定激励作用下系统的零状态响应的方法是杜阿密尔积分。以上信号的两种分解和处理都是在时间范围中进行的,统称为时域分析法。

下面首先讨论描述线性时不变系统的微分方程及其解的有关问题<sup>①</sup>,然后再讨论两种基本信号和线性系统的时域分析。

## § 5.2 线性网络方程

### 一 网络元件

在线性时不变网络中,各元件参数( $R$ 、 $L$ 、 $C$ 等)都是常数,它们既不是时间的函数,也不是电流或电压的函数。

#### 电阻

根据欧姆定律,在任意时刻  $t$ , 电阻  $R$  两端的电压  $u_R(t)$  与流经该电阻的电流  $i_R(t)$  的关系是

$$u_R(t) = Ri_R(t) \quad (5.2-1)$$

其电压、电流的正方向(参考方向)规定如图 5.2-1 所示。

式(5.2-1)表明,电阻是无记忆元件,在任意时刻,电阻上的电压(或电流)仅取决于该时刻的电流(或电压)而与它们过去的历史无关。

在任意时刻  $t$ , 电阻消耗的功率

$$p(t) = u_R(t) \cdot i_R(t) \quad (5.2-2)$$

#### 电容

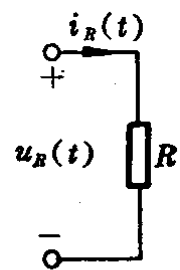


图 5.2-1

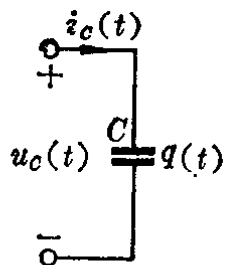
<sup>①</sup> 这些问题,在李瀚荪编《电路分析基础》上册,第五、六、七章中已经讨论过,这里仅作复习性的叙述和适当的深入讨论。

电容是贮存电能的元件。在任意时刻  $t$ , 电容  $C$  上聚集的电荷  $q(t)$  与电容两端的电压  $u_c(t)$  的关系是

$$q(t) = Cu_c(t) \quad (5.2-3)$$

电容引线上的电流

$$i_c(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (5.2-4)$$



其电荷、电压、电流的正方向规定如图 5.2-2 所示。

对式(5.2-4)进行积分, 并设  $u_c(-\infty) = 0$ , 可得 图 5.2-2

$$u_c(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c(\tau) d\tau \quad (5.2-5)$$

这里, 我们将积分号内的时间变量  $t$  用  $\tau$  来代替, 以区别于积分上限  $t$ 。式(5.2-5)表明, 电容是记忆元件, 在任意时刻  $t$ , 电容两端电压的值  $u_c(t)$  取决于电流  $i_c(t)$  的全部历史(即从  $-\infty$  到  $t$  所有时刻的电流值)。

式(5.2-5)还表明, 电容的端电压和电容上的电荷是电流的积分, 因此, 若在闭区间  $[t_1, t_2]$ ① 的所有时间内, 电流为有界(即  $|i_c(t)| \leq M$ ,  $M$  为有限常数), 则在开区间  $(t_1, t_2)$  内, 电容端电压和电荷都是连续函数, 也就是说, 在电流值为有界时, 电容上电压和电荷的值都不能跃变。

式(5.2-5)也可以写为

$$\begin{aligned} u_c(t) &= \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i_c(\tau) d\tau + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\tau) d\tau \\ &= u_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.2-6)$$

式中

---

① 闭区间  $[t_1, t_2]$  系指区间  $t_1 \leq t \leq t_2$ , 它包含边界点  $t_1$  和  $t_2$ ; 开区间  $(t_1, t_2)$  系指区间  $t_1 < t < t_2$ , 它不包含边界点。



$$u_c(t_0) = \frac{1}{C}q(t_0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i_c(\tau) d\tau \quad (5.2-7)$$

$u_c(t_0)$ 和 $q(t_0)$ 分别称为在初始时刻 $t_0$ 的电压初始值和电荷初始值,它们反映了初始时刻的贮能状况,也称为初始状态。式(5.2-6)表明,若已知初始状态 $u_c(t_0)$ [或 $q(t_0)$ ]和 $t \geq t_0$ 的电流 $i_c(t)$ ,就能够完全地确定 $t \geq t_0$ 时电容端电压 $u_c(t)$ [或 $q(t)$ ],而不必了解在 $t_0$ 以前电流的历史情况。

式(5.2-6)还表明,任何初始状态为 $u_c(t_0) = U_0$ 的电容,在 $t \geq t_0$ 时,可看作是恒定电压源 $u_s = U_0$ 与初始状态为零的同一电容器相串联,如图5.2-3所示。

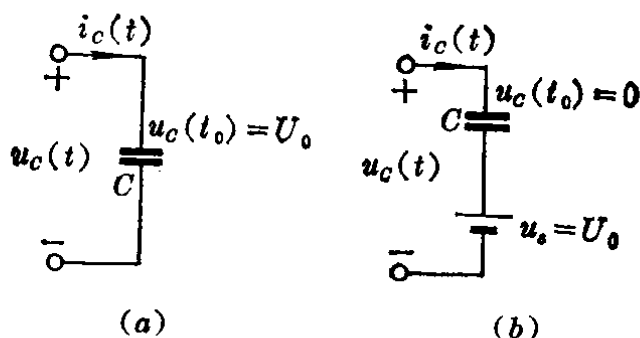


图 5.2-3  $t \geq t_0$  时电容的等效电路

在任意时刻 $t$ , 电容贮存的电能

$$w_e(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \quad (5.2-8)$$

### 自感

自感是贮存磁能的元件。在任意时刻 $t$ , 自感 $L$ 中的磁链 $\Psi(t)$ 与流过自感的电流 $i_L(t)$ 的关系是

$$\Psi(t) = L i_L(t) \quad (5.2-9)$$

自感两端的电压

$$u_L(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (5.2-10)$$

其电压、电流正方向规定如图5.2-4所示, 电流与磁链的正方向符合右手螺旋法则。

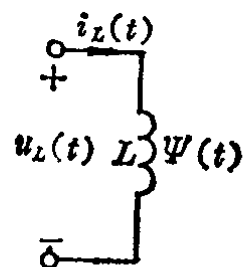


图 5.2-4

对式(5.2-10)进行积分, 并设  $i_L(-\infty) = 0$  得

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \Psi(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L(\tau) d\tau \quad (5.2-11)$$

式(5.2-11)表明, 自感是记忆元件, 在任意时刻  $t$ , 自感中的电流  $i_L(t)$  取决于电压  $u_L(t)$  的全部历史。

式(5.2-11)还表明, 若在闭区间  $[t_1, t_2]$  的所有时间内, 端电压  $u_L(t)$  为有界, 则在开区间  $(t_1, t_2)$  内, 自感中的电流和磁链是连续函数, 也就是说, 在电压值为有界时, 自感中的电流和磁链都不能跃变。

式(5.2-11)也可以写为

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{L} \Psi(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u_L(\tau) d\tau + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau \\ &= i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5.2-12)$$

式中

$$i_L(t_0) = \frac{1}{L} \Psi(t_0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t_0} u_L(\tau) d\tau \quad (5.2-13)$$

$i_L(t_0)$  和  $\Psi(t_0)$  称为在初始时刻  $t_0$  的初始值, 它们反映了初始时刻的贮能状况, 也称为初始状态。式(5.2-12)表明, 若已知初始状态  $i_L(t_0)$  [或  $\Psi(t_0)$ ] 和  $t \geq t_0$  的电压  $u_L(t)$ , 就能够完全地确定  $t \geq t_0$  时自感中的电流  $i_L(t)$  [或  $\Psi(t)$ ], 而不必了解在  $t_0$  以前的电压历史情况。

式(5.2-12)还表明, 任何初始状态为  $i_L(t_0) = I_0$  的自感, 在

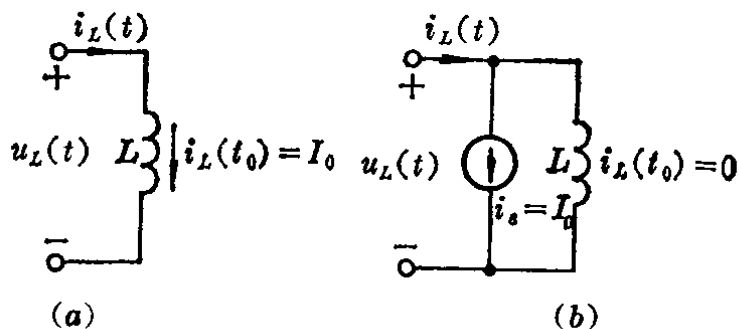


图 5.2-5  $t \geq t_0$  时自感的等效电路

$t \geq t_0$  时可看作是恒定电流源  $i_s = I_0$  与初始状态为零的同一电感相并联, 如图 5.2-5 所示。

在任意时刻  $t$ , 自感贮存的磁能

$$w_m(t) = \frac{1}{2} L i_L^2(t) = \frac{1}{2L} \Psi^2(t) \quad (5.2-14)$$

## 二 初始值

为求解描述网络的微分方程, 必须知道初始条件, 这些初始条件可根据网络的具体情况由电容端电压(或电荷)和电感电流(或磁链)的初始值来确定。

网络中发生的接通、断开、接线的改变或是电路参数、电源的突然变化等统称为“换路”。常常选换路的瞬间(即初始时刻)为时间坐标的起点, 即选该时刻为  $t = t_0 = 0$ 。如前所述, 如果网络中的电容电流和电感电压是有界的, 那么电容端电压和电感电流以及电荷和磁链都是连续的, 它们不能跃变。因此它们在换路后(即  $t = 0_+$ )的值应等于其换路前( $t = 0_-$ )的值, 即

$$\left. \begin{aligned} u_C(0_-) &= u_C(0_+) \\ i_L(0_-) &= i_L(0_+) \end{aligned} \right\} (5.2-15)$$

和

$$\left. \begin{aligned} q(0_-) &= q(0_+) \\ \Psi(0_-) &= \Psi(0_+) \end{aligned} \right\} (5.2-16)$$

这常称为换路定律。式(5.2-16)实用的范围更广泛, 它不仅适用于线性时不变网络, 也适用于线性时变网络, 而式(5.2-15)仅适用于线性时不变网络<sup>①</sup>。

① 在线性时变网络中, 由于电容  $C$  和自感  $L$  也都是时间  $t$  的函数, 因而电容电

$$i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} + u_C \frac{dC}{dt} \neq C \frac{du_C}{dt}$$

而自感电压

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt} + i_L \frac{dL}{dt} \neq L \frac{di_L}{dt}$$

因而式(5.2-15)不再成立, 而式(5.2-16)仍成立。

需要指出,除电容电压和电感电流外,网络中其它各处的电压、电流都不受“连续”的约束,在换路前后,它们都可能跃变。因此也不可能依据它们自身在换路前( $t=0_-$ )的值来确定其换路后( $t=0_+$ )的值。当需要这些电压、电流的初始值时,可按照换路后的网络,应用基尔霍夫定律,根据电容电压和电感电流的初始状态以及 $t=0_+$ 时刻的输入求得。

**例 5.2-1** 如图 5.2-6(a)的电路,在开关 $K$ 闭合前电路已处于稳定状态,当 $t=0$ 时,开关闭合,求初始值 $i_C(0_+)$ 、 $u_L(0_+)$ 、 $i(0_+)$ 。

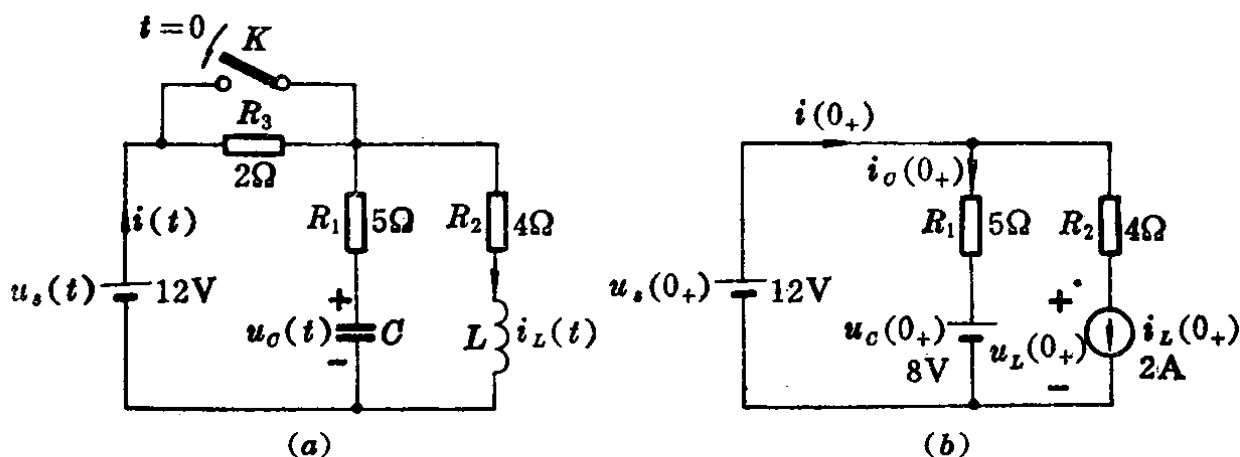


图 5.2-6

**解**

(1) 首先求 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$ 。由于图 5.2-6(a)的电路,在开关闭合前已处于稳态,所以有 $i_C(0_-)=0$ 和 $u_L(0_-)=0$ 。于是可得

$$i_L(0_-) = \frac{U_s}{R_2 + R_3} = \frac{12}{2 + 4} = 2\text{A}$$

$$u_C(0_-) = R_2 \cdot i_L(0_-) = 4 \times 2 = 8\text{V}$$

(2) 作出 $t=0_+$ 时的等效电路,它也称为初始值等效电路。

根据换路定律,得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 2\text{A}$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 8\text{V}$$

根据置换(替代)定理,在  $t=0_+$  的瞬间,具有初始值  $i_L(0_+)$  的自感相当于一个电流为  $i_L(0_+)$  的电流源,具有初始值  $u_C(0_+)$  的电容相当于一个电压为  $u_C(0_+)$  的电压源。于是可作出初始值等效电路如图 5.2-6(b)所示。

应该注意,如果激励源是时间的函数,在作初始值等效电路时,它也应取  $t=0_+$  时的值。

(3) 根据初始值等效电路,运用直流电阻电路的分析方法可以求得

$$i_C(0_+) = \frac{u_s(0_+) - u_C(0_+)}{R_1} = \frac{12 - 8}{5} = 0.8 \text{ A}$$

$$u_L(0_+) = u_s(0_+) - Ri_L(0_+) = 12 - 4 \times 2 = 4 \text{ V}$$

$$i(0_+) = i_C(0_+) + i_L(0_+) = 0.8 + 2 = 2.8 \text{ A}$$

例 5.2-2 如图 5.2-7 的电路,开关  $K$  闭合前电路已处于稳态。当  $t=0$  时,开关闭合,求初始条件  $i_C(0_+)$  和  $i_C'(0_+)$  ①。

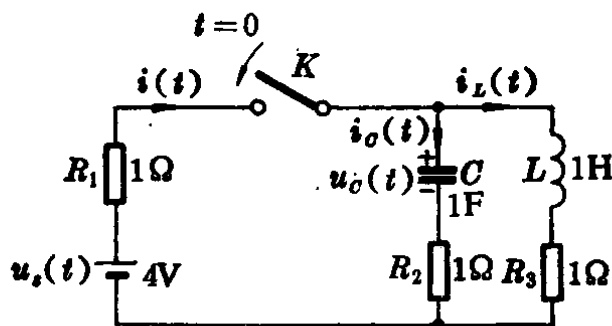


图 5.2-7

解 由于开关闭合前电路已处于稳定状态,很容易求得

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

与前例不同,这里  $i_C'(0_+)$  不能直接用初始值等效电路求得。

① 这里

$$i_C'(0_+) = \left. \frac{di_C(t)}{dt} \right|_{t=0_+}$$

我们设法找到一个用变量  $u_C(t)$ 、 $i_L(t)$  和激励  $u_s(t)$  表示的  $i_C(t)$  的方程, 并对它求导数, 然后再将  $t=0_+$  代入就可求得  $i_C'(0_+)$ 。

选包含  $u_s(t)$ 、 $R_1$ 、 $C$  和  $R_2$  的回路, 列出开关闭合后该回路的电压方程

$$R_1 i(t) + u_C(t) + R_2 i_C(t) = u_s(t)$$

将  $i(t) = i_C(t) + i_L(t)$  代入上式并加以整理, 得

$(R_1 + R_2) i_C(t) = u_s(t) - u_C(t) - R_1 i_L(t)$  将  $R_1$ 、 $R_2$  的数值代入后, 得

$$i_C(t) = \frac{1}{2} [u_s(t) - u_C(t) - i_L(t)] \quad (5.2-17)$$

对上式求导数, 得

$$\begin{aligned} i_C'(t) &= \frac{1}{2} [u_s'(t) - u_C'(t) - i_L'(t)] \\ &= \frac{1}{2} [u_s'(t) - \frac{1}{C} i_C(t) - \frac{1}{L} u_L(t)] \quad (5.2-18) \end{aligned}$$

利用初始值等效电路, 不难求得

$$i_C(0_+) = \frac{u_s(0_+)}{R_1 + R_2} = \frac{4}{2} = 2\text{A}$$

$$u_L(0_+) = R_2 i_C(0_+) = 1 \times 2 = 2\text{V}$$

考虑到  $L=1\text{H}$ ,  $C=1\text{F}$ , 令式(5.2-17)和(5.2-18)中的  $t=0_+$ , 并代入有关数值得

$$\begin{aligned} i_C(0_+) &= \frac{1}{2} [u_s(0_+) - u_C(0_+) - i_L(0_+)] \\ &= \frac{1}{2} [4 - 0 - 0] = 2\text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_C'(0_+) &= \frac{1}{2} [u_s'(0_+) - i_C(0_+) - u_L(0_+)] \\ &= \frac{1}{2} [0 - 2 - 2] = -2\text{A/s} \end{aligned}$$

### 三 强迫跃变时的初始值

在实际问题中,有时还会遇到所谓“强迫跃变”的情况,例如把一个纯电容与理想电压源接通或把一个含电感的支路骤然扳断。严格的说,这些情况是不存在的。因为在前例中,实际上不存在内阻等于零的无限大功率的理想电压源,而在后例中,当将含电感支路骤然扳断时,必然在开关的触头处出现电弧,延缓了换路时间。不过,从工程实际角度着眼,我们可以分析这类问题,因为它们确实能近似地反映客观实际。例如,当一个电容接到一个容量很大的电源时,电源电压变动非常小,是完全可以忽略的;又如当一个电感线圈的电流被一个快速灭弧断路器切断时,其换路过程所延续的时间也可以忽略不计。当忽略了这些因素后,电容电流和电感电压将为无限大,从而电容电压和电感电流不再是连续的,它们将发生跃变,这时换路定律不便于使用。

强迫跃变主要发生于下列两种情况。

如图 5.2-8。如果电路中存在有全部由纯电容组成的闭合回路(图 a)或由纯电容和理想电压源组成的闭合回路(图 c),那么,当电路发生换路或电压源发生突变(突跳)时,就可能有“强迫跃变”的情况产生,这时电容上的电压会发生跃变。如果电路中存在

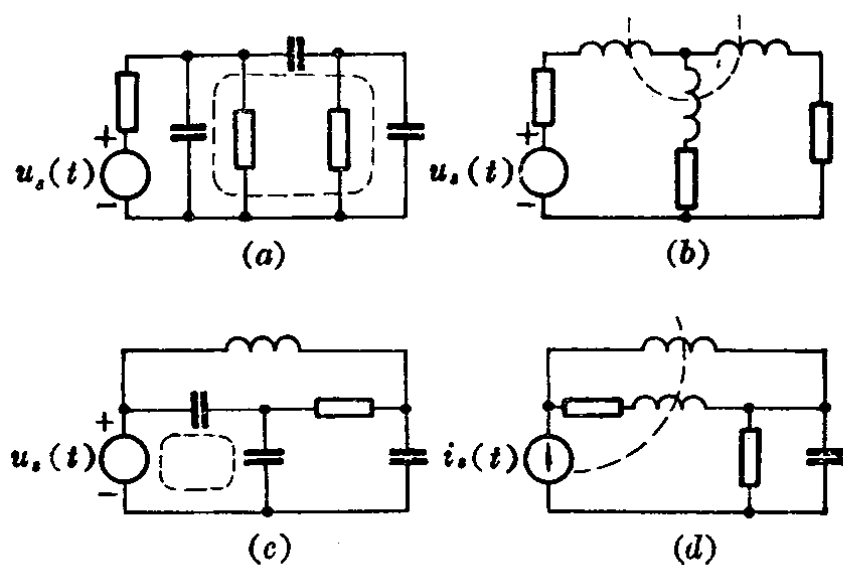


图 5.2-8

有全部由含电感的支路组成的节点(图 *b*) 或由含电感支路和理想电流源组成的节点(图 *d*), 那么, 当电路发生换路或电流源发生突变(突跳)时, 就可能有“强迫跃变”的情况产生, 这时电感中的电流会发生跃变。上面对节点所说的情况也适用于割集。

在发生“强迫跃变”的情况下, 可根据电荷守恒和磁链守恒的规律确定初始值。

**例 5.2-3** 如图 5.2-9 的电路, 在开关 *K* 闭合前, 各电容上的初始电荷为零。当  $t=0$  时, 开关闭合, 求各电容上的电压。

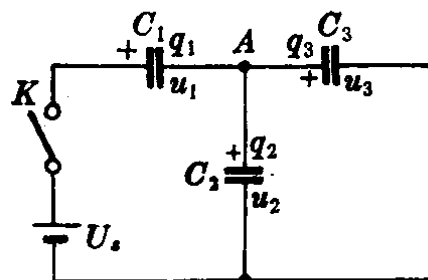


图 5.2-9

**解** 由图 5.2-9 可见, 电路有由纯电容组成的回路和由纯电容与电压源组成的回路, 当开关闭合时, 将发生“强迫跃变”。

设当  $t>0$  时, 电容  $C_1$ 、 $C_2$  和  $C_3$  上的电荷分别为  $q_1$ 、 $q_2$  和  $q_3$ , 电压分别为  $u_1$ 、 $u_2$  和  $u_3$ 。

由于各电容上都没有初始电荷, 故对于节点 *A* 来说, 在  $t=0_-$  时, 与节点 *A* 相联的各电容极板上总电荷为零。当开关闭合后, 各电容即时充电。可是, 对于节点 *A*, 由于没有电流通路, 故与它相联的各电容的极板上的总电荷仍应保持原来的数值 (这就是电荷守恒原理)。在本例中应等于零, 即

$$-q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

由式(5.2-3)知,  $q_1 = C_1 u_1$ ,  $q_2 = C_2 u_2$ ,  $q_3 = C_3 u_3$ , 故上式可以写为

$$-C_1 u_1 + C_2 u_2 + C_3 u_3 = 0$$

根据基尔霍夫定律, 对于图 5.2-9 的两个回路有

$$u_1 + u_2 = U_s$$

$$u_2 - u_3 = 0$$

由以上三个方程可以解得



$$u_1 = \frac{C_2 + C_3}{C_1 + C_2 + C_3} U_s$$

$$u_2 = u_3 = \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3} U_s$$

例 5.2-4 如图 5.2-10 的电路, 如在开关闭合前各自感中没有初始能量。当  $t=0$  时, 开关闭合, 求电感电流的初始值。

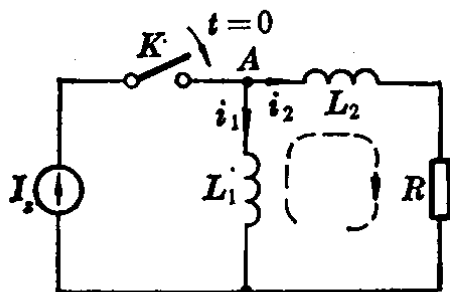


图 5.2-10

解 由图 5.2-10 可见, 联接到节点  $A$  的只有含自感的支路和电流源, 故当开关闭合时, 将发生“强迫跃变”。

由于各电感都没有初始能量, 故在  $t=0_-$  时, 由  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $R$  组成的闭合回路所包含的磁链应等于零。当发生换路时, 任一闭合回路中的总磁链应保持不变 (这就是所谓磁链守恒)。因此在  $t=0_+$  时, 该闭合回路 (如图中虚线所示) 的总磁链应为零, 即

$$-L_1 i_1(0_+) + L_2 i_2(0_+) = 0$$

根据基尔霍夫定律, 在  $t=0_+$  时, 对于节点  $A$  有

$$i_1(0_+) + i_2(0_+) = I_s$$

由以上二式可解得各自感的初始电流为

$$i_1(0_+) = \frac{L_2}{L_1 + L_2} I_s$$

$$i_2(0_+) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} I_s$$

#### 四 微分方程及其解

对于具体的网络, 根据元件上电流、电压间的关系和基尔霍夫定律就可列出描述该网络的微分方程。