经济应用数学

JINGJI YINGYONG SHUXUE

主 编 陈斯养
副主编 许汪涛 马 华

西北大学出版社

前　言

本书根据1990年在济南召开的全国电大数学课程教学大纲研讨审定会上审定的《经济数学基础》(经济管理类大专)教学大纲的要求以及“高等数学考核目标(财经类)”(全国高等教育自学指导委员会高等数学题库建设研究组制订)所规定的内容(一元函数微积分)为准，在多年教学实践的基础上，编写了这本适用于经济管理类专业使用的教材。

本教材分为两篇。第1篇系统介绍了一元函数微积分学的基本概念、理论和运算；为了配合读者进一步提高分析问题和解决问题的能力特编写了第2篇“学习辅导与解题技巧”。本书例题较多，分类清晰，且给出了每类题目的解题方法与技巧以及在解题过程中应注意的问题；在每章章末给出了“本章要求”。习题分基本练习题与练习题两大部分，基本练习题是供读者理解、巩固基本理论和基本运算而用的；练习题题目难度较大一些，通过练习题题目的训练，可进一步提高读者的解题思路和方法；在第2篇的每章章末，给出了本章目标测试题，使用者据此可了解自己对于教材中内容掌握的程度。

本书由陈斯养任主编，许汪涛、马华任副主编。本书第1篇的第1章、第2章、第6章以及附录，由许汪涛编写；第3、第4、第5章以及基本练习题由陈斯养编写；第2篇及练习题由马华编写。

鉴于编者水平有限，书中难免有错误与不妥之处，敬请专家和读者批评指正。

编者

1997.5

目　　录

第1篇　一元函数微积分学

第 2 篇 学习方法与解题技巧指导

第 1 篇

一元函数微积分学

第1章　函　　数

在研究经济问题时，我们常常会遇到各种各样的量，这些量之间往往存在着某些关系，其中之一在数学上称为函数关系。函数是经济数学乃至数学的主要研究对象，是最重要、最基本的概念之一。

我们先介绍实数集合的有关基础知识，然后引出函数概念，介绍函数的一些简单性质，给出基本初等函数、初等函数的概念，最后介绍几类常见的经济函数。

1.1　实　数　集

1.1.1　实数与数轴

人们对数的认识是逐步发展的，最先认识的是自然数，然后随着生产及人类认识的发展，将数的领域由自然数扩展到有理数，再进一步又扩展到无理数，它们合起来就是实数。各类数集之间有关系如下：

$$\text{实数 } R\begin{cases}\text{无理数 } R-Q \\ \text{(无限不循环小数)} \\ \text{有理数 } \quad Q \\ \text{(有限或无限循环小数)}\begin{cases}\text{分数} \\ \text{整数 } Z\begin{cases}\text{正整数 } N \\ 0 \\ \text{负整数}\end{cases}\end{cases}\end{cases}$$

为了直观形象，我们建立数集的几何模型——数轴。取一条水平直线，在其上取定一点 O，称为原点，规定一个正方向(通常规定由原点向右的方向为正方向)，再规定一个长度，称为单位长度。这种选定了原点、方向、单位长度的直线称为数轴，如图 1.1-1 所示。

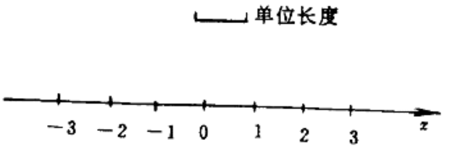


图 1.1-1

有了数轴，就可建立实数与数轴上的点之间的对应关系。任取 $x\in R$，若 $x>0$，规定 x 与数轴上原点右方的一个点 P 对应，此点 P 到原点 O 的线段长度恰为 x；若 $x<0$，规定 x 与数轴上原点左方的一个点 Q 对应，此点 Q 到原点 O 的线段长度恰为 $-x$；若 $x=0$，令其与原点 O 对应。从而，任何一个实数可以在数轴上找到一个点且只有一个点与之对应；反之，数轴上任何一个点也恰对应唯一的一个实数。这样，数轴上的点集与实数集之间就建立了一一对应关系，以后我们就认为实数与

数轴上对应的点是同一个东西，不再加以区别。比如，有理数 r 所对应的数轴上的点称为有理点 r，无理数 i 所对应的数轴上的点称为无理点 i 等。

容易理解，数轴上任意两个有理点 a、b 之间至少有一个有理点(例如 $c=\frac{a+b}{2}$)，从而 a 与 b 之间有无穷多个有理点，即有理点在数轴上是处处稠密的，称为有理数的稠密性。但是有理点不能布满整个实数轴，例如在数轴上原点右方，到原点的线段长度恰好等于单位正方形对角线长度的点$\sqrt{2}$，可以证明它不是有理数，称为无理数。就是说，数轴上除去有理点之外，还有“空隙”，而且任意两个有理数之间有无穷多个“空隙”，这些“空隙”处的点就是无理点。有理点、无理点布满了整个数轴，即实数充满了整个数轴而无“空隙”，这个性质称为实数的连续性或完备性。

1.1.2 绝对值与绝对值不等式

在研究一些问题时，常常用到实数的绝对值的概念，比如下面就要用到含绝对值的不等式来表示实数的范围，或实数的某些集合。

定义 1.1-1 设 $x\in R$，定义

$$|x|=\begin{cases}x，当 x\geqslant 0\\ -x，当 x<0\end{cases}$$

为实数 x 的绝对值。

$|x|$的几何意义表示数轴上点 x 到原点的线段的长度，称为点 x 到原点的距离。一般地，对任意 x，$y\in R$，我们称$|x-y|$为 x 与 y 的距离。

我们不难证明，绝对值及其运算具有下列性质：

(1) $|x|\geqslant 0$；

(2) $|-x|=|x|$；

(3) $|x|=\sqrt{x^2}$；

(4) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$；

(5) 设 $b>0$，那么

$\{x\mid |x|<b\}=\{x\mid -b<x<b\}$，

$\{x\mid |x|\leqslant b\}=\{x\mid -b\leqslant x\leqslant b\}$，

$\{x\mid |x|>b\}=\{x\mid x<-b\}\cup\{x\mid x>b\}$，

$\{x\mid |x|\geqslant b\}=\{x\mid x\leqslant -b\}\cup\{x\mid x\geqslant b\}$；

(6) $|x+y|\leqslant |x|+|y|$；

(7) $|x-y|\geqslant |x|-|y|$；

(8) $|x\cdot y|=|x|\cdot|y|$；

(9) $\left|\frac{x}{y}\right|=\frac{|x|}{|y|}$，$(y\neq 0)$。

证明(我们仅以(6)、(7)为例。)

(6) 由性质(4)我们有

$$-|x|\leqslant x\leqslant |x|,\qquad -|y|\leqslant y\leqslant |y|$$

两式相加得

$$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant (|x|+|y|)$$

再由(5)中的第二个式子即知

$$|x+y| \leqslant |x| + |y|$$

(7) 由性质(6)有

$$|x| = |(x-y)+y| \leqslant |x-y| + |y|$$

移项便得

$$|x-y| \geqslant |x| - |y|$$

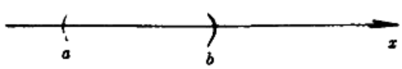
□

1.1.3 区间

区间是实数集 R 的一类特殊形式的子集。

设 a、$b \in R$，且 $a<b$。

(1) 满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数 x 的集合称为以 a、b 分别为左、右端点的开区间，记作 (a,b)，即 $(a,b)=\{x|a<x<b\}$。这个开区间在数轴上可用图 1.1-2 表示。



或

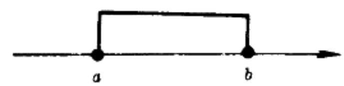


图 1.1-2

(2) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合称为以 a、b 分别为左、右端点的闭区间，记作 $[a,b]$，即 $[a,b]=\{x|a \leqslant x \leqslant b\}$。这个闭区间在数轴上可用图 1.1-3 表示。

或

图 1.1-3

(3) 满足不等式 $a<x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为左、右端点的左开右闭区间，记为 $(a,b]$，即 $(a,b]=\{x|a<x \leqslant b\}$。这类区间在数轴上可用图 1.1-4 表示。

或

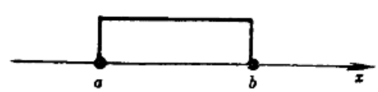


图 1.1-4

满足不等式 $a \leqslant x<b$ 的所有实数 x 的集合，称为以 a、b 为左、右端点的左闭右开区间，记作 $[a,b)$，即 $[a,b)=\{x|a \leqslant x<b\}$。这类区间在数轴上可用图 1.1-5 表示。

左开右闭区间和左闭右开区间通常简称为半开区间，或半闭区间，或半开半闭区间。

上述三类区间均称为有限区间，其特征是区间的左、右端点均是有限实数。有限区间的右端点 b 与左端点 a 之差 $b-a$，称为区间的长度。

除了有限区间外，还有下述三类无限区间。

(4) 开区间 $(a,+\infty)=\{x|x>a\}$，如图 1.1-6。

图 1.1-5

闭区间$[a,+\infty)=\{x|x\geqslant a\}$，如图 1.1-7。

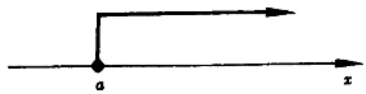


图 1.1-6

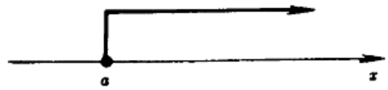


图 1.1-7

(5) 开区间$(-\infty, b)=\{x|x<b\}$，如图 1.1-8。

闭区间$(-\infty,b]=\{x|x\leqslant b\}$，如图 1.1-9。

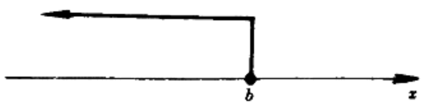


图 1.1-8

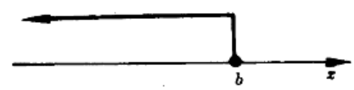


图 1.1-9

(6) 区间$(-\infty,+\infty)=\{x|-\infty<x<+\infty\}$，即实数集 R。

无限区间的长度规定为无穷大，即∞。

1.1.4 邻域

邻域也是实数集 R 的特殊形式的子集，实质上就是有限开区间。

定义 1.1-2 设$x_0\in R$，$\delta>0$。集合$\{x||x-x_0|<\delta\}$称为 x_0 的 δ 邻域，记作 $N(x_0,\delta)$，或简记为 $N(x_0)$。

集$\{x|0<|x-x_0|<\delta\}$称为 x_0 的 δ 空心邻域，记作 $\dot{N}(x_0,\delta)$，或 $\dot{N}(x_0)$。

由于 $N(x_0,\delta)=\{x||x-x_0|<\delta\}=\{x|x_0-\delta<x<x_0+\delta\}$，所以 $N(x_0,\delta)$实质上就是以 x_0 为中心，长度为 2δ 的开区间$(x_0-\delta,x_0+\delta)$；类似可知 $\dot{N}(x_0,\delta)=(x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta)$。它们分别如图 1.1-10 和图 1.1-11 所示。

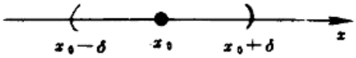


图 1.1-10

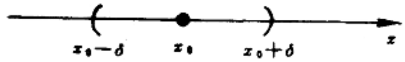


图 1.1-11

例 1 解下列不等式，并用区间和数轴表示出来。

(1) $0<(x-2)^2<4$；

(2) $|ax-x_0|<\delta$，这里 $a>0$，$\delta>0$，x_0 为常数。

解 (1) 不等式两边开方得

$$0<|x-2|<2$$

于是可得不等式组

$$\begin{cases} -2 < x-2 < 2 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

解之得 $0<x<4$ 且 $x \neq 2$。用区间表示即为 $(0,2) \cup (2,4)$；其图形如图 1.1－12。

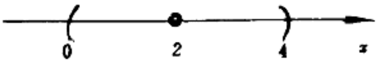


图 1.1－12

(2) 原不等式可化为

$$-\delta < ax - x_0 < \delta$$

或

$$x_0 - \delta < ax < x_0 + \delta$$

由于 $a>0$，从而

$$\frac{x_0-\delta}{a} < x < \frac{x_0+\delta}{a}$$

用区间表示即为 $\left(\frac{x_0}{a}-\frac{\delta}{a}, \frac{x_0}{a}+\frac{\delta}{a}\right)$，其图形如图 1.1－13。

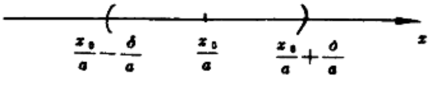


图 1.1－13

例 2 求 -1 的 $\frac{1}{2}$ 邻域及空心邻域。

解
$$N\left(-1, \frac{1}{2}\right) = \{x \mid |x-(-1)| < \frac{1}{2}\}$$
$$= \{x \mid |x+1| < \frac{1}{2}\}$$
$$= \{x \mid -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}\}$$
$$= \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$
$$\dot{N}\left(-1, \frac{1}{2}\right) = \{x \mid 0 < |x-(-1)| < \frac{1}{2}\}$$
$$= \{x \mid -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq -1\}$$
$$= \left(-\frac{3}{2}, -1\right) \cup \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$$

其图形分别如图中 1.1－14 中的 (a)、(b) 所示。

图 1.1－14

1.2 函数概念及表示

我们在研究运动、发展变化的客观世界时，会遇到反映客观世界的各种各样的量；这

些量不仅在不断发展变化，而且许多量是相互关联的。精确地、具体地刻画、表达量之间的这种相互制约、相互依存关系的，正是本节要讨论的函数关系。本节将在集合知识的基础上，从分析变量开始，给出函数的定义及其表示方法。

1.2.1 常量与变量

在数学问题中的量，尽管千差万别，各种各样，但从运动的角度来看，这些量可大体分为两类。有一类量在我们研究过程中，其数值可以保持不变，这一类量我们称为常量；另一类量在研究过程中，其数值在不断变化，这一类量我们称为变量。

例如，我们在考察一个工厂的生产情况时，人数、设备数、日产量可以不变，是常量，但其总产量是变量。

再如，我们在统计一个商店的销售情况时，各种商品的单价是常量，但商品的销售量及营业额是变量。

又如，我们在观察民航班机从甲地飞往乙地的飞行过程中，乘客数目、行李重量等都是常量，而飞行高度，飞机离两地的距离以及汽油的储存量都是变量。

一个量是常量还是变量，一般说不是绝对的，要根据具体的场合而定；同一个量，在某个过程中可能是常量，但在另外一个过程中就可能是变量。例如，考察某种商品在某个短时间内的市场行情时，其单价可以是常量；但在较长时间内考察时，其单价就可能是变量了。再如，我们若考察某架民航班机的飞行情况时，其乘客数是个常量；但若考察各个航班的飞行情况时，不同飞机的乘客数就是变量。当然也有些量在各种场合均保持常值，例如圆周率 $\pi=3.141\ 592\ 6\cdots$、自然对数的底 $e=2.718\ 28\cdots$等。

数学中，常用字母 a，b，$c\cdots$和 x，y，t，u，p，$q\cdots$等来表示常量和变量。

1.2.2 函数的定义

为了研究客观世界的规律，我们对反映客观世界的各种量，最为关心的不是这些量的具体数值，而是这些量之间的依赖关系。

例 1 某厂某种产品每日最多生产 100 吨，固定成本为 1 000 元，每多生产一吨，成本增加 15 元，那么每日生产的总成本 C 与总产量 q 之间有如下的关系：

$$C = 15q + 1\ 000$$

当 q 在生产能力容许的范围$[0, 100]$内取定某一数值时，总成本 C 也随之有一确定的数值与之对应。比如当 $q=20$ 吨时，总成本

$$C = 15 \times 20 + 1\ 000 = 1\ 300(\text{元})$$

例 2 某家电商场 1995 年的销售报表中列出了全年 12 个月的每月电视机销售情况：

月　　份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 y(台)	453	315	297	205	275	198	180	153	263	375	286	424

根据报表，当 x 取定 1～12 中的任一个整数时，y 都有一个确定的数与之对应。

上述两个例子中涉及到的是不同的问题，涉及到的量也不相同，但它们有一个共同的特点，当一个量(例 1 中的 q，例 2 中的 x)在某个范围内取定一个数值时，另外一个量(例 1

中的 C，例 2 中的 y)都有一个确定的数值与之对应。我们将问题的实际意义撇开，抽象出其共同特征，便得到：

定义 1.2-1 设 D、Z 是两个非空数集，如果存在一个对应法则 f，使得对 D 中的每一个元素 x，按照 f，都有 Z 中(唯一)的元素 y 与之对应，则称 f 是从 D 到 Z 的一个函数，记作

$$f:D\to Z,$$

而 y 称为函数 f 在点 x 的值，即函数值，记为

$$y=f(x)。$$

x 的取值范围 D 称为函数 f 的定义域，记为 $\mathscr{D}(f)$，y 的取值范围 Z 或 Z 的子集 $\{y\mid \exists\, x\in D;y=f(x)\}$ 称为函数 f 的值域，记为 $\mathscr{Z}(f)$；x 称为自变量，y 又可称为因变量。

由定义我们容易看到，定义域、对应法则和值域是函数的三要素；但是这三个要素的作用并不相同，其中定义域、对应法则是最主要的，只要定义域，对应法则确定了，我们就可确定出值域来。因此我们判定两个函数是否相同，可以只看定义域和对应法则，如果两者都相同，那么这两个函数相同；如果定义域和对应法则中至少有一个不相同，则这两个函数就不相同。另外，如果两个函数的值域不相同，则可以肯定这两个函数不相同。

但是，对应法则有时比较抽象，无法或不容易清楚、具体地表达出来(如例 2)；而我们研究函数时，实际上总是通过对应的函数值来考察的；因此在考察两个函数是否相同时，先判断定义域是否相同，若定义域相同，则进一步看对定义中的每一个元素 x，对应的函数值是否相同，若都相同，则是相同函数，否则就是不同的函数。

在定义 1.2.1 中，我们实际上是把对应法则 f 称为函数，而把对应值 $y=f(x)$ 称为函数值。严格讲，这是两个不同的概念，对应法则是规则而不是元素，而函数值是元素。比如 $y=\sin x$，这里 y 或 $\sin x$ 都只是函数值，而不能说是 x 的函数，函数是 sin。但既然在研究函数时，实际上总是通过对应的函数值来考察，因此为了方便，我们就把函数与函数值不加区分，y 或 $f(x)$ 也称作 x 的函数。

函数一般用字母 f，g，φ，ψ 等表示，不同的字母一般表示不同的函数。

例 3 下面的函数是否是同一函数？

(1) $f(x)=|x|$，$g(x)=\sqrt{x^2}$；

(2) $f(x)=x$，$g(x)=\sqrt{x^2}$；

(3) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$；

(4) $f(x)=\sqrt{x^4-x^3}$，$g(x)=x\sqrt{x-1}$。

解 (1)首先 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域均是 $(-\infty,+\infty)$；其次，对任意 $x\in(-\infty,+\infty)$，当 $x\geqslant 0$ 时有

$$f(x)=|x|=x=\sqrt{x^2}=g(x)$$

当 $x<0$ 时有

$$f(x)=|x|=-x=\sqrt{x^2}=g(x)$$

故 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同函数。

(2) $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$ 虽然有相同的定义域 $(-\infty,+\infty)$，但当 $x<0$ 时，$f(x)=x<0$，$g(x)=\sqrt{x^2}=-x>0$，即对应法则不同，故不是同一函数。

(3) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$的定义域是$(-\infty, 1)\cup(1, \infty)$，而$g(x)=x+1$的定义域是$(-\infty, +\infty)$，故$f(x)$与$g(x)$不是同一函数。

(4) 首先$f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}$与$g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$的定义域都是$(-\infty, +\infty)$，且对任意$x\in(-\infty, +\infty)$，有

$$f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}=\sqrt[3]{x^3(x-1)}=x\sqrt{x-1}=g(x)$$

故$f(x)$与$g(x)$是同一函数。

注： (1) 上例中的(2)还可做如下解答：

因为$f(x)=x$的值域是$(-\infty,+\infty)$，而$g(x)=\sqrt{x^2}$的值域是$[0, +\infty)$，值域不同，故$f(x)$与$g(x)$不是同一函数。

(2) 若值域相同，即使定义域也相同，也未必是同一函数，比如$f(x)=\sin x$与$g(x)=\cos x$有相同的定义域$(-\infty, +\infty)$和值域$[-1, 1]$，但它们显然不是同一函数。

1.2.3 函数的表示法

两个变量之间的函数关系可以用多种方法表示，最常用的表示方法有解析法（又称公式法）、图像法、表格法。

1. 解析法

用数学式子表示变量之间函数关系的方法叫做解析法（或公式法）。如$S=\pi r^2$，$y=\sqrt{4-x}+\mathrm{tg}\ x$等。用解析法表示函数关系，其优点是简明、准确，便于运算，便于理论分析；缺点是不直观，有时计算繁杂，有些实际问题中的函数关系很难甚至不能用解析法表示。解析法是用得最多的表示方法。

2. 图像法

例4 一天中气温T与时间t是两个变量。气温自动记录仪记录了这两者的关系，如图1.2-1所示。

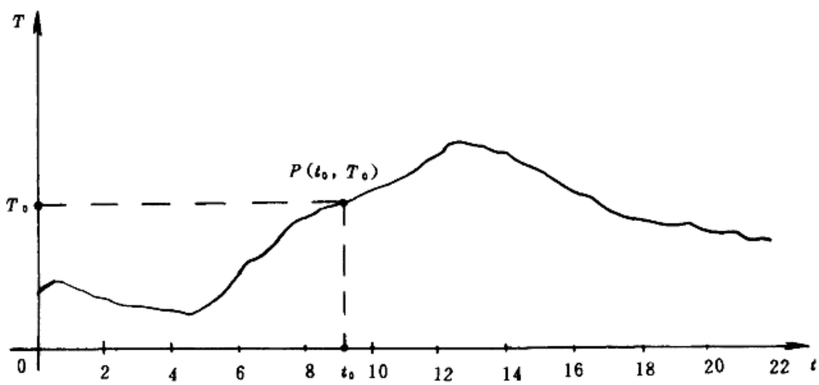


图1.2-1

根据上图，我们可以求出0～24小时内任一时刻t_0的温度T_0。

像这种借助坐标系，将变量之间的关系用图形来刻画的方法叫图像法。图像法的优点是直观、形象，函数的变化规律明确，缺点是不够精确，不能进行数学运算，不便于理论分

析。

函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图像可以用集合方法表示如下：

$$G=\{(x,\ f(x))\mid x\in D\}。$$

3. 表格法

像上面的例 2，将两个变量之间的关系用表格表示出来的方法，称为表格法。如大家熟悉的三角函数表、对数表等都是用表格法表示函数的例子。

利用表格法，可以直接从自变量的值查到对应的函数值，避免繁杂的数学计算；表格法可以表示那些难以用解析法表示的函数。但是表格法比较局限，不可能列出全部函数值；不易看出函数的变化规律，不便于进行理论研究。

上述 3 种函数表示法，是经济学中最常用的表示方法。在实际运用中，3 种方法可以结合使用。

1.2.4 分段函数

用解析法表示函数时，有时可以用一个统一的数学表达式表示；但是有时候，函数对于其定义域内自变量 x 不同的值，不能用一个统一的式子表达，而要在不同范围内用不同的式子表达。

例 5 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$

这个函数称为绝对值函数，其图像如图 1.2－2。

例 6 $y=\mathrm{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x=0\\ -1, & x<0\end{cases}$

称为符号函数，其图像如图 1.2－3 所示。

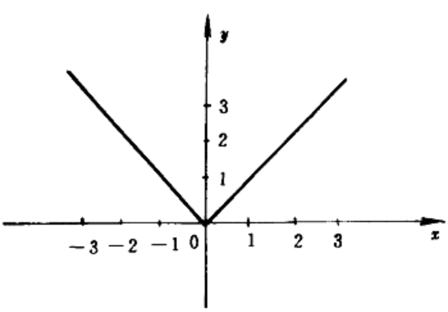


图 1.2－2

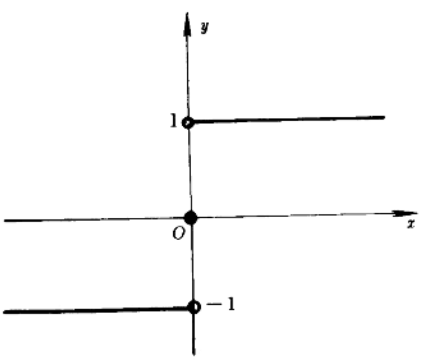


图 1.2－3

例 7 $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x<0\\ x^2-2 & 0<x\leqslant 2\\ 2 & 2<x\leqslant 4\end{cases}$

其图像如图 1.2－4 所示。

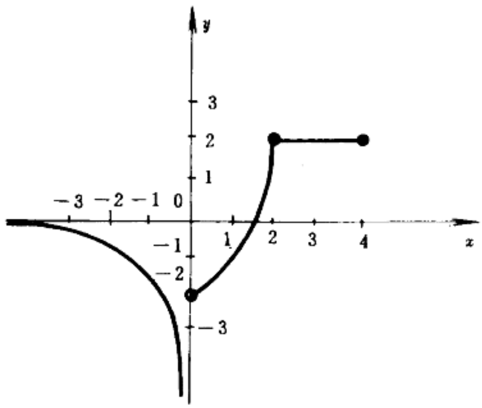


图 1.2-4

像上面这 3 个例子中的函数，在定义域的不同范围内要用不同的式子表示，我们称为分段函数；不同范围的分界点称为分段点；分段函数的定义域就是各分段定义域之并。如例 7 中，$x=0$ 与 $x=2$ 是分段点，其定义域是$(-\infty,0)\cup(0,2]\cup(2,4)=(-\infty,0)\cup(0,4)$。

1.2.5 函数求值问题

函数 $y=f(x)$在 $x=x_0$ 时的函数值记作

$$f(x_0) \quad 或 \quad y|_{x=x_0}$$

$f(x_0)$的具体值可由自变量 x_0 通过函数的对应法则求得。如果函数关系由解析法给出，那么由公式通过运算求得 $f(x_0)$，其中对于分段函数，首先要看 x_0 属于哪个分段，然后根据该段的对应法则再去求 $f(x_0)$；如果函数关系由图像法给出，那么通过图像中横坐标 x_0 的点的纵坐标求得 $f(x_0)$；若函数关系由表格法给出时，可通过查表求得 $f(x_0)$。

例 8 设 $f(x)=3x^2-2x+1$，求 $f(0)$，$f(-2)$、$f(2)$。

解 该函数(确定的对应法则)是

$$f(\quad)=3(\quad)^2-2(\quad)+1$$

从而

$$f(0)=3\times0^2-2\times0+1=1$$
$$f(-2)=3\times(-2)^2-2\times(-2)+1=17$$
$$f(2)=3\times2^2-2\times2+1=9$$

□

例 9 设 $f(x)=e^{-x}+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，求 $f(0)$、$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(\frac{\pi}{3}\right)$。

解

$$f(0)=e^0+\sin\left(0+\frac{\pi}{2}\right)=1+1=2$$

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=e^{-\left(-\frac{\pi}{2}\right)}+\sin\left(-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=e^{\frac{\pi}{2}}+\sin0=e^{\frac{\pi}{2}}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=e^{-\frac{\pi}{3}}+\sin\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$