

7M 85-43
X2f

普通高等教育“九五”国家级重点教材

高等学校教材

高电压绝缘技术

西安交通大学 严 璇 主编
清华 大学 朱德恒

中国电力出版社

前　　言

为适应改革开放、国民经济迅猛发展、教育改革逐步深入的新形势，我们重编了本书。

此书由西安交通大学和清华大学的有关教师合作编写，总结了两校几十年来讲授高电压绝缘方面有关课程的经验及教训，也认真听取了兄弟院校的建议。早在1980年，两校教师已按当时的教学计划及教学大纲共同编写出版了《高电压绝缘》（电力工业出版社），曾获水利电力部优秀教材二等奖等嘉奖。1990年，又根据当时修订的教学大纲重编了《高电压绝缘》，由清华大学出版社出版，至今又有十年了。我国的工农业生产及科学技术都有了新的发展，教育改革的步伐也大步向前，对教材也提出了更高的要求，面向新世纪重编新教材是顺理成章的事。

编写中，不仅力图吸取过去的经验教训，又能适应当前科技发展及教育改革的需要。在以高电压绝缘技术的基本内容为主线的同时，拓宽专业面、充实新内容；并注意启发读者的思路，为今后创新奠定基础。例如增加了设计任何绝缘结构时都会遇到的绝缘配合、绝缘结构的电场分析及优化调整，加强了绝缘结构从设计、试验到运行的全过程的联系。还增加或充实了不少很有发展前景的新技术，例如：有机绝缘子及其防污特性、电负性气体及全封闭组合电器绝缘、交联聚乙烯挤塑电缆及其防树枝化、绝缘在线检测及状态维修、新型液体、固体和复合绝缘材料等。因为高电压绝缘技术既可用于电力工业，也可用于其他部门。

全书分十章。第一章为电场分析；第四章为绝缘配合；第二、三章及第五章阐述气体和沿面放电的基本原理以及SF₆绝缘；第六章分析液体、固体电介质的电气性能；第七章到第九章介绍几种高压电气设备（电容器、电缆、套管、互感器、变压器及高压电机）的绝缘结构；第十章叙述高压电气设备的绝缘试验。

本书的编写分工为：谈克雄编写第一章、第五章及第三章第一至第七节，朱德恒编写第二章、第四章及第三章第八、九节，冯允平编写第六章及第十章，严璋编写绪论及第七章至第九章。全书由严璋及朱德恒主编。叶蜚誉教授仔细审阅了本书并提出不少宝贵意见，作者谨致以深切感谢。

但限于水平，书中不妥之处可能不少，恳切希望读者予以批评指正。

编　者
2000年12月

目 录

前言	
绪论	1
第一章 高电压绝缘技术中的静电场	5
第一节 工程上常见的静电场	5
第二节 静电场的解析计算	6
第三节 静电场的数值计算	18
第四节 静电场的实测和模拟	30
第五节 电场的调整	34
习题	36
第二章 气体击穿的理论分析和空气间隙绝缘	38
第一节 气体放电主要形式简介	38
第二节 带电质点的产生——气体分子的电离和金属的表面电离	39
第三节 带电质点的消失	46
第四节 均匀电场中气体击穿的发展过程	48
第五节 不均匀电场中气体击穿的发展过程	64
第六节 持续作用电压下空气的击穿电压	79
第七节 雷电冲击电压下空气间隙的 击穿电压及伏秒特性	85
第八节 操作冲击电压下空气间隙的击穿电压	92
第九节 提高气体间隙击穿电压的措施	95
习题	105
第三章 气体中的沿面放电和高压绝缘子	108
第一节 绝缘子的性能要求和材料	108
第二节 气体中沿固体介质表面的放电	111
第三节 支柱绝缘子	118
第四节 棒形绝缘子的计算	120
第五节 瓷套管	123
第六节 线路绝缘子	125
第七节 复合绝缘子	129
第八节 介质表面脏污时的沿面放电和污秽地区绝缘	130
第九节 大气条件对外绝缘放电电压的影响	137
第十节 海拔高度对外绝缘放电电压的影响	140
习题	141
第四章 绝缘配合	142
第一节 概述	142
第二节 过电压	142

第三节 绝缘配合的原则	146
第四节 绝缘配合方法	148
第五节 架空输电线路绝缘水平的确定	151
第五章 六氟化硫气体绝缘	156
第一节 引言	156
第二节 均匀及稍不均匀电场中六氟化硫的击穿	158
第三节 极不均匀电场中六氟化硫的击穿	168
第四节 六氟化硫气体的冲击击穿特性	171
第五节 六氟化硫气体中沿固体介质表面的放电	173
第六节 含六氟化硫的混合气体	177
习题	180
第六章 液体、固体电介质的电气性能	182
第一节 液体、固体电介质的极化、电导与损耗	182
第二节 液体电介质的击穿	196
第三节 固体电介质的击穿	202
第四节 电介质的其他性能	212
习题	214
第七章 电力电容器和电力电缆绝缘	216
第一节 电力电容器	216
第二节 电力电缆	220
习题	227
第八章 高压套管和高压互感器绝缘	229
第一节 高压套管	229
第二节 高压电流互感器绝缘	237
习题	240
第九章 变压器和高压电机绝缘	241
第一节 电力变压器绝缘	241
第二节 高压电机绝缘	255
习题	262
第十章 绝缘试验	263
第一节 绝缘电阻测量	264
第二节 介质损失角正切值 ($\tan\delta$) 的测量	269
第三节 电压分布的测量	278
第四节 局部放电测量	280
第五节 绝缘油的电气试验和气相色谱分析	281
第六节 耐压试验	283
第七节 绝缘在线监测	289
习题	293
附录 A 高压输变电设备的绝缘水平及耐受电压	295
参考文献	298

绪 论

一、高电压绝缘的研究对象

本书分析研究高电压下的电气绝缘问题。绝缘的作用是将电位不等的导体分隔开，从而都能保持不同的电位。因此绝缘是电气设备结构中的重要组成部分，具有绝缘作用的材料为电介质（绝缘材料），而由这些材料构成了电气设备的绝缘结构。

高电压绝缘应用于国民经济的许多部门，其中最大量的是用于电力工业。建国 50 多年来，我国电力工业有了飞速发展，如表 0-1 所示；全国的发电设备装机总容量及全年发电量都已跃居世界第二位，平均年增长率分别约为 10.7% 及 12.0%，远高于发达国家同时期的发展速度。但我国人口约占世界人口的 1/5，以人均而言，仅相当于世界平均水平的 1/3。因此随着改革开发、工农业的发展及人民生活水平的提高，我国电力工业的发展仍将保持很高的速度。

表 0-1 我国近 50 年电力工业的发展

年 份	全国装机总容量		全年发电量	
	$\times 10^6 \text{ kW}$	排名	$\times 10^{10} \text{ kWh}$	排名
1949	1.85	21	0.43	35
1999	298	2	123.3	2

随着用电量的上升、输电距离的增长，电力系统的最高电压等级必将进一步提高，有关电气设备的绝缘问题的解决也将日趋困难。当作用电压超过临界值时，绝缘将被破坏而失去绝缘作用。而且工作电压越高，绝缘的费用在设备成本中所占比例将越大、设备的体积及质量也越大；如不采取新技术，甚至有时将无法构成设备绝缘。绝缘又常是电气设备中的薄弱环节，是运行中不少设备事故的发源地。研究绝缘、改善绝缘，不仅是经济问题，更是安全问题。因而努力采用先进技术，既经济合理又安全可靠地解决各种高压电气设备的绝缘问题就显得十分重要了。

正常运行时，电气设备绝缘是长期处于工作电压作用之下的；但电力系统中的电压有时会出现短时的有害于绝缘的电压升高现象，即过电压。常将过电压分成两大类：一类为雷电过电压，指设备遭受雷击，或设备附近发生雷击而感应产生的过电压；另一类为内部过电压，指电力系统中由于操作、事故、改变接线等引起的过电压。虽然过电压的作用时间一般很短，但幅值比工作电压高得多，可能造成绝缘破坏。因而设备绝缘除应能耐受正常工作电压的长期作用以外，还必须能耐受过电压的作用。为确保电气设备能安全可靠地运行，一方面应分析过电压的幅值、波形等参数，采取有效措施降低或限制作用于设备的过电压；另一方面应设法保证及提高绝缘结构的耐受电压，这两方面构成了高电压技术的主要内容。上述的后一方面，包括如何提高设备绝缘的耐受电压、设计出先进的绝缘结

构、努力提高运行可靠性，这就是本书要讨论的主要内容。

为了设计出技术先进、经济合理而又安全可靠的绝缘结构，首先必须掌握各类电介质在电场作用下的电气物理性能，尤其在强电场中的击穿特性及其规律；依此规律进行绝缘结构的设计：如选择结构型式、确定绝缘尺寸等。其次，绝缘的破坏取决于在外施电压下分配在该处的电场强度，因此在满足电气设备基本要求的前提下，应设法改善绝缘结构，使电场尽可能分布均匀。此外，还可引用新型绝缘材料、改进制造工艺等以提高绝缘的介电强度。

为了保证设备绝缘能安全可靠运行，无论在制造厂或运行现场，必须保证一定的工艺条件，最后还应对绝缘进行各种检查及试验。

因此，本书阐述的对象是：

- (1) 电介质的电气物理性能，特别是其击穿过程与规律性；
- (2) 各种高压电气设备的典型绝缘结构、基本型式及分析计算方法；
- (3) 检测及判断设备绝缘质量的主要试验方法。

二、对高压电气设备绝缘电气性能的基本要求

电气设备的造价及运行的可靠性在很大程度上取决于其绝缘，当设备电压等级增高时更是如此。因为高压设备能否可靠运行是由矛盾的两方面决定的：一是外施电压下设备绝缘结构中的电场强度分布情况；二是绝缘本身耐受电压的能力。当作用于绝缘上电压的破坏作用小于绝缘耐受电压的能力时，设备能安全运行；反之，设备绝缘就会受到破坏。各种额定电压等级的设备绝缘所承受的长时电压或短时电压是不同的，亦即要有不同的“绝缘水平”，设计设备绝缘时，必须先选择合理的绝缘水平。

在工作电压的持续作用下，即使电压不超标，但由于绝缘逐渐劣化（老化），最终也能导致绝缘破坏。因此长期工作电压是决定绝缘使用寿命的主要条件，参见国家标准GB311.1—1997《高压输变电设备的绝缘配合》的规定值（见附录表A1、表A2）。

电力系统中还可能出现多种过电压，为检验绝缘在雷电过电压下能否安全运行，常采用冲击电压发生器进行雷电过电压模拟试验，以检验绝缘的雷电冲击绝缘水平（见附录表A3）。由于电力系统中都装有避雷器等限制过电压的保护设备或保护措施，因此设备绝缘的雷电冲击绝缘水平要求以及相应的雷电冲击耐受电压要求都是与避雷器等的保护特性紧密联系的，避雷器等性能的改进可以降低所需的冲击绝缘水平。而为检验绝缘在内部过电压下的可靠性，传统的做法往往以短时工频电压近似地等效来进行试验，以检验其绝缘水平，各种设备的1min工频耐受电压主要是根据内部过电压的大小制定的（见附录表A4）。实际上影响绝缘的电气强度的因素很复杂，特别是遇到超高压和特高压时，绝缘在内部过电压下的电气强度和工频电气强度之间难以获得较准确的折合关系，因此对于330kV及以上的设备，在工频运行电压、暂时过电压（持续时间较长、频率较低的内部过电压）下的绝缘性能以及在操作过电压（由于操作过程引起的内部过电压）下的性能需用不同类型的内过电压模拟试验来检验（见附录表A2）。而在工频运行电压及暂时过电压下设备绝缘对老化或污秽的适应性则宜用长时间的工频电压试验来检验。

国家标准等所规定的设备试验电压是各制造厂设计其绝缘时考虑电气性能要求的重要

依据。至于在现场对设备进行交接试验或者在大修后进行试验时，也要按有关规程进行耐压等试验，但这时的试验电压一般低于相应的制造厂的试验电压。

三、对高压电气设备绝缘其他性能的要求

在研究设备绝缘时，除了考虑电压的作用外，还应分析机械力、温度、大气环境等因素对绝缘耐受电压性能的影响，不能忽视这些因素。在一定情况下它们可能成为破坏绝缘的主要因素。

(1) 机械性能的要求：高压设备的绝缘在承受电场作用的同时还常受到机械负荷、电动力或机械振动等的作用。例如悬式绝缘子承受导线拉力，隔离开关的支柱绝缘子在分合闸时承受扭转力矩，突发短路时变压器绕组承受很大电动力等。这些机械力的作用可能导致绝缘局部损坏（如产生裂纹、变形），使绝缘的电气强度下降，最终导致绝缘击穿。由于绝缘子在设备中同时起机械支持和电绝缘的作用，无论机械损坏或电气击穿，都会使电气设备解体。因此，在选择绝缘时必须同时考虑机械和电气的双重作用。

(2) 温度和热稳定性的要求：每种绝缘材料都有一定的耐热能力。如果温度过高，会使其丧失绝缘能力或寿命缩短，特别是有机绝缘材料，如变压器油、油纸绝缘、塑料等在高温下更容易分解及氧化，引起绝缘性能迅速劣化。又如早期的油纸电力电容器及胶纸套管，因材料的介质损耗大，如设计不妥、运行中散热不好，就更易出现热击穿。因此应给各类绝缘规定一定的工作温度，在此温度以下工作时绝缘材料老化较慢，从而保证所要求的寿命。

(3) 化学作用和不利环境条件下稳定性的要求：在户外工作的绝缘应能长期耐受日照、风沙、脏污、雨雾、水雪等的侵蚀。在高海拔区运行的设备，还需考虑由于气压、温度、湿度改变的影响。在特殊环境下，例如在含有化学腐蚀性气体或在湿热带地区工作，还应考虑绝缘对各种有害因素的耐受能力。总之，绝缘应具有足够的化学稳定性。

四、高压电气设备绝缘的设计过程

(1) 选择绝缘结构类型及材料：绝缘是整个电气设备的一部分，选择绝缘结构时应了解设备的整体布置及工作条件，全面分析电、磁、机械、热以及其他方面的要求。而过去的制造、试验及运行经验也有重要的参考价值。经过调查研究、分析对比后，才能合理地安排绝缘结构。

选择绝缘结构时，还应考虑材料来源、加工工艺和设备：如尽量采用来源丰富又不产生污染的材料、采用先进的工艺过程等，既可确保质量，又可提高生产率、降低造价，而且不影响工人及使用者的健康等。

(2) 确定各部分绝缘的电场分布和所承受电压的幅值及波形：按照试验电压标准及设备结构，通过分析计算或根据同类型结构的实测，了解其电场分布情况，特别是那些场强集中部位或其他易损坏部位绝缘材料上可能受到的场强大小及波形。

(3) 决定结构尺寸：确定了那些有损坏可能的绝缘部位以及可能受到的电压以后，根据相应条件（如电压类型、电场分布、材料工艺等）下的介电强度数据，并考虑一定的裕度后，就可决定绝缘结构的尺寸。

介电强度的数据，可从已有的各种试验结果、手册等选取，但要注意到材质的不同、

加工工艺的不同、电场分布的不同等都将引起介电强度的变化，有时这种变化是很大的。对很重要的而从手册、书刊等上找不到的数据，宜根据条件的可能进行适当的试验，取得较为可靠的设计数据。

(4) 其他性能的校核：设备绝缘在满足电气性能要求的同时，还必须校核其机械性能及热性能等，以确保该设备的可靠运行。如果这些性能不能满足要求，必须改变绝缘尺寸甚至结构型式。

总之，应设计出满足运行要求而且性能价格比高的绝缘结构。

五、高压设备的绝缘试验

1. 工厂试验

产品的初步设计是否正确必须用试验来检验。通常是先试制样品，再根据试验结果修改设计。这种过程有时要多次反复才能使产品性能全面满足要求，然后才可正式投产。

关于产品试验，常用型式试验以全面检查该产品的设计、材料、工艺等是否满足技术条件；而对于已定型的产品，以出厂（或例行）试验对每台产品在出厂前进行质量检查。

2. 现场试验

对新安装的设备进行交接试验，对已运行设备进行预防性试验。无论是定期或不定期的、离线或在线的检测，其目的都在于及时发现缺陷或损伤，以确保设备安全可靠运行。

现场绝缘状况的检测及分析，不仅为电力系统安全运行提供了保障，也为制造部门提供了产品在投运后的老化、损坏规律，为进一步改进产品设计创造条件。

第一章 高电压绝缘技术中的静电场

第一节 工程上常见的静电场

工频交流电气设备中，不同电位导体间的电位差随时间的变化比较缓慢，导体间距离远小于相应电磁场的波长，所以在任一瞬间工频交流电气设备中的电场可近似视作静电场。

一、电介质的局部放电及击穿

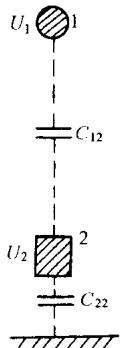
当作为绝缘材料的电介质承受的电场强度超过一定限值时就会失去绝缘能力而损坏。若强场区局限于较小范围，则电介质可能只是局部损坏，发生局部放电。若强场区范围很大，则电介质将全部失去绝缘性能，造成电极间短路，即电介质击穿（详见第二章及第六章）。电介质耐受电场的限度称为临界电场强度 E_0 ，它除与材料、工艺有关外，还与电极形状、极间距离、电场不均匀程度、散热条件等因素有关。表 1-1 列出了一些常用电介质的临界场强。工程上分析高压设备中电场的主要目的是，在规定的电压和一定的绝缘条件下，使最大电场强度不超过允许值——参照临界场强并考虑一定裕度而确定的数值。

表 1-1 常用电介质的临界场强及相对介电常数

介 质	临界场强 ^① E_0 (kV/cm)	相对介电常数	备 注
气体 (标准状态下)	空气	25~30	E_0 均指幅值
	六氟化硫	≈80	
	氮气	25~30	
	二氧化碳	22~27	
液体	变压器油	50~250	E_0 值受所含杂质影响很大
	硅油	100~200	
	四氯化碳	≈600	
固体	石蜡	100~150	E_0 值因材料制造工艺不同而有较大差别
	瓷	100~200	
	聚乙烯	200~300	
	聚苯乙烯	200~300	
	聚四氟乙烯	200~300	
	聚氯乙烯	100~200	
	有机玻璃	200~300	
	环氧树脂浇注品	200~300	

① 在说明栏中未特别注明者均指有效值。

二、静电感应



导体受邻近带电体的影响，在其表面不同部位出现正负电荷的现象称为静电感应。在图 1-1 中，对地绝缘的导体 2 处于高压导体 1 周围的电场内，若导体 2 的对地电容为 C_{22} ，而导体 1、2 之间的电容为 C_{12} ，则导体 2 与地间会出现感应电压

$$U_2 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_{22}} U_1$$

当接地的导体或人与之接触时就会产生电流，这时会有火花或使人有麻电的感觉。静电感应除会引起人身、设备安全问题外，还会影响测量准确度，产生干扰信号等。可利用屏蔽、接地等方法减小静电感应的影响。

绝缘导体在电场中

三、均匀电场与不均匀电场

的静电感应

1—导体；2—
对地绝缘导体

均匀电场中电场强度的大小、方向处处相同，如图 1-2 (a) 所示平板电容器中间部分的电场，除此以外的电场都是不均匀电场。按电场不均匀程度又分为稍不均匀和极不均匀电场。前者如球距不大于球径的球间隙电场，如图 1-2 (b) 所示，后者如棒—板间隙（不对称）电场，如图 1-2 (c) 所示，及棒—棒间隙（对称）电场，如图 1-2 (d) 所示。

分析绝缘结构的击穿电压时，不仅要考虑绝缘距离，而且还要考虑电场不均匀程度的影响。对于同样距离的间隙，电场愈不均匀，通常击穿电压愈低。电气设备中的电场大多为不均匀电场。为了充分利用绝缘材料，提高绝缘结构的击穿电压，必须设法减小电场的不均匀程度。

电极表面的电场强度与其表面电荷密度成正比。在电极尖端或边缘的曲率半径小，表面电荷密度大，电力线密集，电场强度高，容易发生局部放电，如图 1-2 (a) 与 (e) 所示。这种现象称为尖端效应或边缘效应，是极不均匀电场的重要标志。工程上常需改善电极形状，避免电极表面曲率过大或出现尖锐边缘。

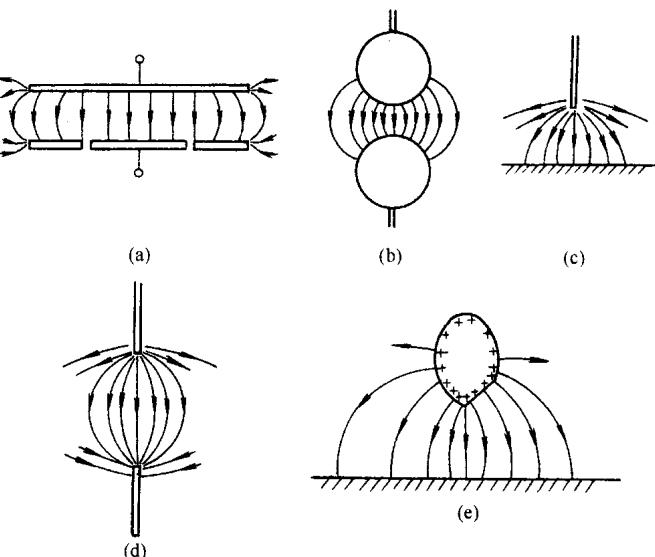


图 1-2 均匀电场与不均匀电场示意图

(a) 均匀电场（中间部分）；(b)、(c)、(d)、(e) 不均匀电场

第二节 静电场的解析计算

静电场的计算分为解析计算和数值计算两大类。解析计算适用于电极和介质形状比较

简单的电场，以及某些形状稍为复杂的结构的近似计算。数值计算则可解决边界条件复杂的电场问题。随着计算机技术的发展，数值计算的应用日益广泛。

绝缘结构的静电场总是存在于三维空间内。若电场内所有等位面都为柱形，表征电场特性的各个量只与两个坐标 x 和 y 有关，而在与等位面垂直的各平面内，电场分布一致，这样的场称为二维场或平行平面场，如两个无限长平行圆柱导体间的电场。若带电体绕公共轴旋转，则在任一通过公共轴的平面内电场分布相同，这种场称为轴对称电场，如支柱绝缘子周围的电场。二维场或轴对称场的计算比三维场简单，因而工程上常将各类实际问题简化为轴对称场或二维场，以简化计算。

一、单一电介质中简单电场的计算

(一) 平行平板电极间的电场

图 1-3 所示平行平板电极边缘的电场分布不均匀，中间部分是均匀电场。若极间电介质的介电常数为 $\epsilon_r \epsilon_0$ (ϵ_r 为相对介电常数； ϵ_0 为真空介电常数，其值为 $8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)，极间距离为 d ，电场均匀部分的极板面积为 A ，则当外施电压为 U 时，电场均匀部分的电场强度 E 及极间电容 C 分别为

$$E = U/d \quad (1-1)$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r A / d \quad (1-2)$$

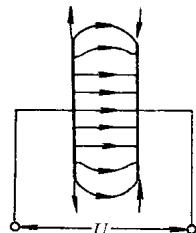


图 1-3 平行平板电极间的电场

(二) 同轴圆柱电极间的电场

图 1-4 所示同轴圆柱电极间电场是不均匀电场，内电极表面电力线最密，场强最大；离内电极越远场强越小；外电极内表面场强最小。离圆柱轴线距离为 x 处的电场强度为

$$E_x = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A} = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r x l} \quad (1-3)$$

式中 Q ——在长度为 l 的电极上的电荷；
 A ——半径 x 、长度 l 的圆柱等位面面积。

由于内、外电极间电压 U 为

$$U = \int_r^R E_x dx = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r l} \ln \frac{R}{r}$$

所以长度为 l 的电极间电容 C 为

$$C = \frac{Q}{U} = 2\pi \epsilon_0 \epsilon_r l / \ln \frac{R}{r} \quad (1-4)$$

将式 (1-4) 代入式 (1-3)，可得

$$E_x = U / \left(x \ln \frac{R}{r} \right) \quad (1-5)$$

最大场强出现在内圆柱表面，其值为

$$E_r = U / \left(r \ln \frac{R}{r} \right) \quad (1-6)$$

当 R 为常数，且外施电压 U 不变时，改变 r ， E_r 将有一极小值 $E_{r,\min}$ 。由式 (1-6) 找出

分母出现极大值的条件，解得 $r = R/e$ ，代入式 (1-6)，得

$$E_{r,\min} = eU/R \quad (1-7)$$

图 1-5 是外圆柱半径 R 恒定，改变内圆柱半径 r 时，最大场强 E_r 的变化情况。如电极间介质为气体，而 E_r 超过临界场强，则内电极表面发生电晕（气体中的局部放电），可以认为这相当于内电极半径增大。当 $r > R/e$ 时，由于电晕层表面场强更大，它将不断扩大直至间隙击穿，即不会发生稳定的电晕。当 $r < R/e$ 时，由于电晕层表面场强下降，它可以稳定在某一半径处，所以在电压较低、气体击穿前会出现稳定的电晕。此后，随着电压升高电晕层不断扩大，当电晕层半径达到 R/e 时，再升高电压就发生击穿了。如以击穿前是否出现稳定电晕为电场不均匀程度的划分标志，则同轴圆柱电极间电场的不均匀程度与 r/R 有关， $r/R < 1/e$ 时为极不均匀电场， $r/R > 1/e$ 时为稍不均匀电场。

实际绝缘结构中，为满足多方面的要求，并不总是使 $r = R/e$ ，常见情况是 $r > R/e$ 。由图 1-5 可知， r/R 略大于 $1/e$ 时， E_r 比 $E_{r,\min}$ 大得并不多。

(三) 同心圆球电极间的电场

在高电压技术中，某些电极结构，例如球形电极对离其很远的建筑物，可近似当作同心圆球来分析。同心圆球电极间的电力线发散得比同轴圆柱更为厉害（见图 1-6），电场更不均匀。

离球心距离为 x 处的电场强度为

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r x^2} \quad (1-8)$$

式中 Q ——电极上的电荷。

由于内、外电极间电压为

$$U = \int_r^R E_x dx = \frac{Q(R - r)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r Rr}$$

所以极间电容为

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{Rr}{R - r} \quad (1-9)$$

将式 (1-9) 代入式 (1-8)，可得

$$E_x = \frac{Rr}{(R - r)x^2} U \quad (1-10)$$

最大场强出现在内球表面，其值为

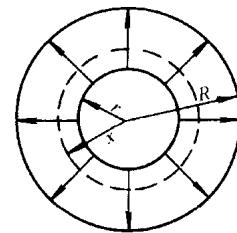


图 1-6 同心圆球电极间电场（内、外球半径分别为 r 、 R ）

$$E_r = \frac{R}{(R-r)r} U \quad (1-11)$$

和同轴圆柱电极相似，当外球半径 R 不变，改变内球半径 r 时， E_r 有一极小值。不难证明，当 $r=R/2$ 时， E_r 最小，其值为

$$E_{r,\min} = 4U/r \quad (1-12)$$

二、最大场强的近似计算

(一) 常见典型电极最大场强的近似计算

工程上，对一些形状比较复杂的电极，常采用近似计算法估算其最大场强。离场强区较远的电极或等位面的形状对最大场强的影响较小，可用形状简单、较易计算的电极来代替远处的电极或等位面。例如对球—板电极，可以用同心球面代替板电极，然后利用同心圆球公式估算最大场强。但这样算得的最大场强值偏大一些，所以要引进修正系数（通常取 0.9）。表 1-2 列出常见典型电极最大场强 E_{\max} 的近似计算公式。

(二) 电场的不均匀系数

从上述可知，电场的不均匀程度和电极形状有关：

平行平板电极间是均匀电场，场强 $E = \text{常数}$ ；

同轴圆柱电极间的电场不均匀，场强 $E \propto 1/x$ ；

同心圆球电极间的电场更不均匀，场强 $E \propto 1/x^2$ 。

对于同一种形状的电极，电场的不均匀程度又随电极的几何尺寸比值 R/r 而变化。

为了比较各种结构电场的不均匀程度，引入不均匀系数 f ，它是最大场强 E_{\max} 和平均场强 E_{av} 的比值

$$f = E_{\max}/E_{av} \quad (1-13)$$

$$E_{av} = U/d \quad (1-14)$$

式中 d ——极间距离，在同轴圆柱和同心圆球电极中 $d=R-r$ 。

由式 (1-13) 及式 (1-14)，可得

$$U = E_{av}d = E_{\max}d/f \quad (1-15)$$

所以对于任何不均匀电场，如果已知 f ，则只要将极间距离 d 除以 f ，作为一个等值距离，即可按均匀电场来计算其起始放电电压。

对同轴圆柱电极，由式 (1-6)、式 (1-13)、式 (1-14) 可算出其不均匀系数为 $f=\frac{d}{r}/\ln\left(\frac{r+d}{r}\right)$ 。同样可算出同心圆球的不均匀系数为 $f=\frac{r+d}{r}$ 。引入参量 $p=(r+d)/r$ ，称为电场的几何特性系数。图 1-7 所示是不同结构的 f 与 p 的关系，对不同电场的不均匀程度给出了清楚的比较。

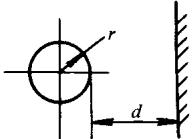
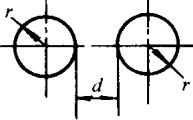
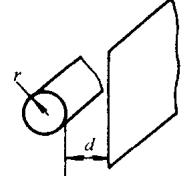
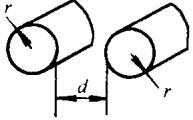
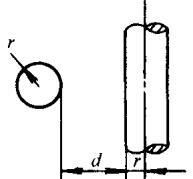
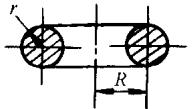
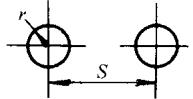
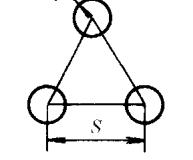
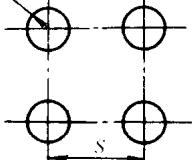
三、应用许瓦兹变换解静电场

(一) 保角变换

复变数 $z=x+jy$ 的函数 $w=f(z)=f(x+jy)=\xi(x, y)+j\eta(x, y)$ ，若在 z 平面上的某区域内单值、连续、有确定的连续导数，则称 w 在这区域内是 z 的解析函数。

表 1-2

常见典型电极最大场强 E_{\max} 的近似计算公式

电 极 形 状		E_{\max} 的近似计算公式
球—板		$E_{\max} = 0.9 U \cdot \frac{r + d}{rd}$
球—球		$E_{\max} = 0.9 \frac{U}{2} \times \frac{r + d/2}{r(d/2)} = 0.9 U \cdot \frac{r + d/2}{rd}$
圆柱—板		$E_{\max} = 0.9 \frac{U}{r \ln \frac{r+d}{r}}$
圆柱—圆柱 (两轴平行)		$E_{\max} = 0.9 \frac{U/2}{r \ln \frac{r+d/2}{r}} = 0.9 \frac{U}{2r \ln \frac{r+d/2}{r}}$
圆柱—圆柱 (两轴垂直)		$E_{\max} = \frac{U}{2r \ln \frac{r+d/2}{r}}$
孤立圆环		$E_{\max} = \frac{U \left(1 + \frac{r}{2R} \ln \frac{8R}{r} \right)}{r \ln \frac{8R}{r}}$
双分裂导线		$E_{\max} = \frac{U \left(1 + 2 \frac{r}{S} - 2 \frac{r^2}{S^2} \right)^*}{r \ln \frac{(2H)^2}{rS}}$
三分裂导线 (正三角形)		$E_{\max} = \frac{U \left(1 + 2 \sqrt{3} \frac{r}{S} - 2 \frac{r^2}{S^2} \right)^*}{r \ln \frac{(2H)^3}{rS^2}}$
四分裂导线 (正四边形)		$E_{\max} = \frac{U \left(1 + 3 \sqrt{2} \frac{r}{S} - \frac{r^2}{S^2} \right)^*}{r \ln \frac{(2H)^4}{\sqrt{2} r S^3}}$

* 式中 H 为离地高度; $H \gg S$, $S > 10r$ 。

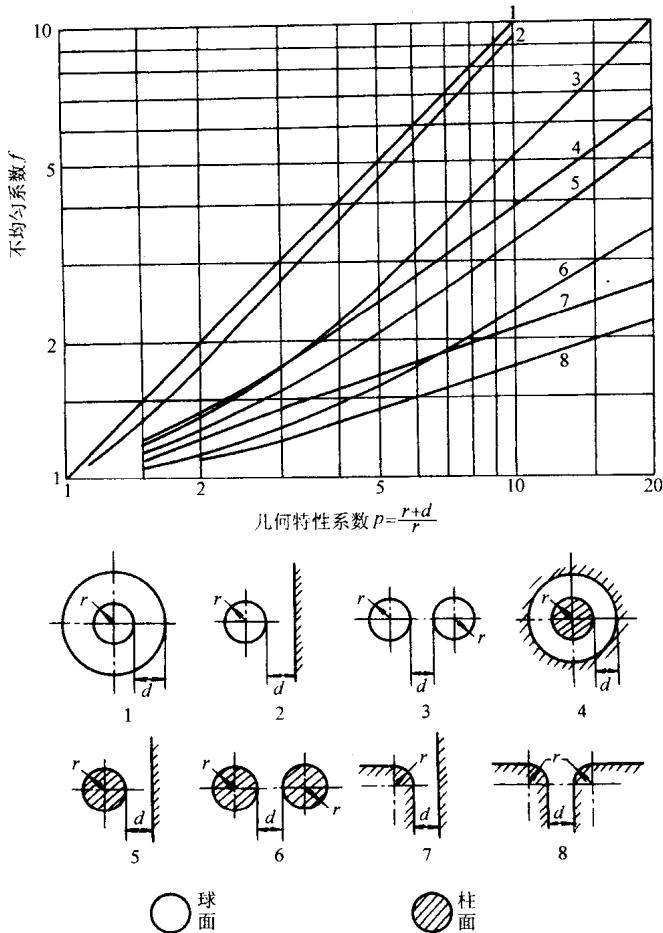


图 1-7 不同电极结构的不均匀系数

由于解析函数 w 的导数存在，且与 Δz 趋近于零的方向无关，因此有

$$\begin{aligned}\frac{dw}{dz} &= \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(\xi + j\eta) = \frac{\partial \xi}{\partial x} + j \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &= \frac{\partial w}{\partial(jy)} = \frac{1}{j} \times \frac{\partial}{\partial y}(\xi + j\eta) = \frac{\partial \eta}{\partial y} - j \frac{\partial \xi}{\partial y}\end{aligned}$$

由此可得

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (1-16)$$

式 (1-16) 称为柯西—黎曼条件，是使复变函数 $w = f(z)$ 具有确定导数的必要条件，因而也是使 w 为解析函数的必要条件。 w 的实部 $\xi(x, y)$ 与虚部 $\eta(x, y)$ 都满足二维拉普拉斯方程，即

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \end{array} \right. \quad (1-17)$$

所以复变函数可用来作为决定某些二维场的特殊工具。

由式(1-16)还可得到 $\frac{\partial \xi}{\partial x} \times \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \times \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$, 这表明曲线族 $\xi = \text{常数}$ 和曲线族 $\eta = \text{常数}$ 互相垂直。因此如果 $\xi = \text{常数}$ 是一组等位面, 那末 $\eta = \text{常数}$ 就是一组电力线。

例如, 解析函数 $w = \ln z$ ($z = 0$ 点除外) 可写成 $\xi + j\eta = \ln(x + jy)$, 求解, 得

$$\begin{cases} \xi(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} \\ \eta(x, y) = \operatorname{tg}^{-1} y/x \end{cases} \quad (1-18)$$

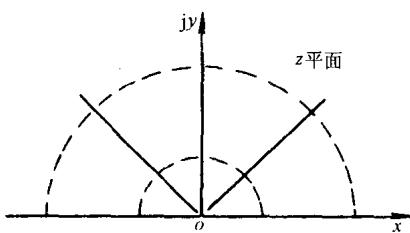


图 1-8 z 平面上的等位面 $\eta(x, y) = \text{常数}$ (实线) 及电力线 $\xi(x, y) = \text{常数}$ (虚线)

如以 $\eta = \operatorname{tg}^{-1} y/x = \text{常数}$ 表示等位面 (图 1-8 中以原点为中心的放射线), 则 $\xi = \ln \sqrt{x^2 + y^2} = \text{常数}$ 将是电力线 (图 1-8 中以原点为圆心的圆周)。

复变函数方法可用来把一个二维场问题变换为另一个较易计算的二维场问题。解析函数 $w = f(z)$ 把 z 平面上一点 $z = x + jy$ 变换到 w 平面上一点 $w = \xi + j\eta$ 。用 M 和 α 分别代表 w 在 z 点导数的模与辐角, 可得

$$dw = M e^{j\alpha} dz \quad (1-19)$$

式(1-19)表明, 当 $dw/dz \neq 0$ 时, 变换 $w = f(z)$ 使 z 点处很短的线段伸长 ($M > 1$) 或缩短 ($M < 1$), 并旋转一个角度 α 。 z 点附近的很小图形变换到 w 平面上时, 新图形与原图形相似。 z 平面上两相交曲线间的夹角变换到 w 平面上时保持不变, 所以 z 平面上正交的曲线族变换到 w 平面上时仍然正交。因此, 把应用解析函数的变换称为保角变换。

例如, 复变函数 $w = \ln z$ 可将图 1-8 所示 z 平面上电场变换为图 1-9 所示 w 平面上的电场。由于 w 平面上电场是平行平板间的电场, 容易计算, 因此 z 平面上的电场也就可知了。

z 平面上、 w 平面上相邻等位面间的电位差分别为 $d\varphi = E_z |dz|$ 和 $d\varphi' = E_w |dw|$, 如果这些等位面是对应的, 那末 $d\varphi = d\varphi'$, 可得

$$E_z = \left| \frac{dw}{dz} \right| E_w \quad (1-20)$$

因此, 有时可通过复变函数把 z 平面上的二维场问题变换为较易计算的 w 平面上的二维场问题, 再由式(1-20)算得原电场的电场强度。

【例 1-1】 将一无穷大金属平板按直线划分为两块, 并用绝缘材料隔开, 两块极板之间加电压 U , 求空间各点场强。

解 如图 1-8 所示, 以正、负 x 轴分别表示金属平板 1、2, 两板在原点 O 处由绝缘材料隔开, 板间加电压 U 。

用 $w = \ln z$ 将 z 平面上电场变换至 w 平面。由式(1-18)可知, z 面内金属板 1、2 分别相当于 w 面内电极 $\eta = 0$ 和 $\eta = \pi$, 因极间电压为 U , 所以 $E_w = U / (\pi - 0) = U/\pi$ 。

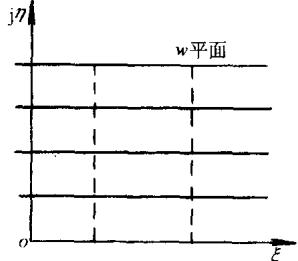


图 1-9 w 平面上的等位面 $\eta = \text{常数}$ (实线) 及电力线 $\xi = \text{常数}$ (虚线)

由式(1-20), 得 z 平面内任一点P的电场强度为

$$E_z = E_w \left| \frac{dw}{dz} \right| = \frac{U}{\pi} \times \frac{1}{|z|} = \frac{U}{\pi \sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{U}{\pi r} \quad (1-21)$$

式中 r —P点到原点的距离。

(二) 许瓦兹变换

许瓦兹变换函数可将 z 平面内不规则多边形的电极变换为 w 平面内沿 ξ 轴放置的电极, 从而求解部分绝缘结构中的静电场。

1. 夹角为 α 的两电极间电场

如图1-10所示, z 平面内A、B两电极间夹角为 α , 在 z_0 处有一小缝隙。电极间加电压 U , 求电场分布。

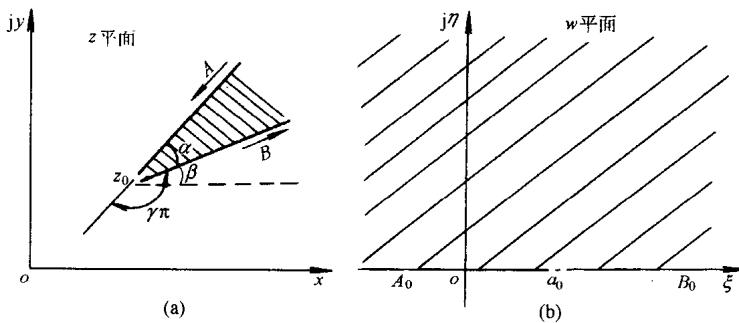


图1-10 z 面内夹角为 α 的两电极间电场变换为 w 面内的上半平面电场
(a) z 平面; (b) w 平面

将上述 z 平面内电场变换至图1-10所示 w 平面内电场的方法是: ①交点 z_0 移至原点(变换函数 $z' = z - z_0$); ②图形转动 $-\beta$ 角($z'' = z' e^{-j\beta}$); ③电极A转至负 x 轴($z''' = z''^m$, 其中 $m = \pi/\alpha$); ④改变图形比例并右移 a_0 ($w = k_1 z''' + a_0$)。综合得到变换函数 $w = k_1 [(z - z_0) e^{-j\beta}]^m + a_0$, 或

$$z = \left(\frac{1}{k_1} \right)^{\frac{1}{m}} (w - a_0)^{\frac{1}{m}} e^{j\beta} + z_0 \quad (1-22)$$

由于图1-10所示 w 平面内的电场是可以求得的, 因此 z 平面内A、B两电极间的电场也就知道了。由式(1-22)可得

$$\frac{dz}{dw} = k(w - a_0)^{\gamma} e^{j\beta} \quad (1-23)$$

式中, $k = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{\frac{1}{m}}$, 为一常数; $\gamma = \frac{1}{m} - 1 = \frac{\alpha - \pi}{\pi} = -\frac{\pi - \alpha}{\pi}$ 。为以后计算方便, 当由A的正方向(图1-10中A旁箭头所示)转至B的正方向是逆时针旋转时, 规定 γ 为负值; 反之, γ 为正值。

2. 不规则多边形电极间电场

对图1-11所示 z 平面内不规则多边形的电极, 可以应用许瓦兹变换函数变换为 w 平面内沿 ξ 轴放置的电极, 并使 z_1 点和 ξ_1 点对应, z_2 点和 ξ_2 点对应, ……。由上述夹角