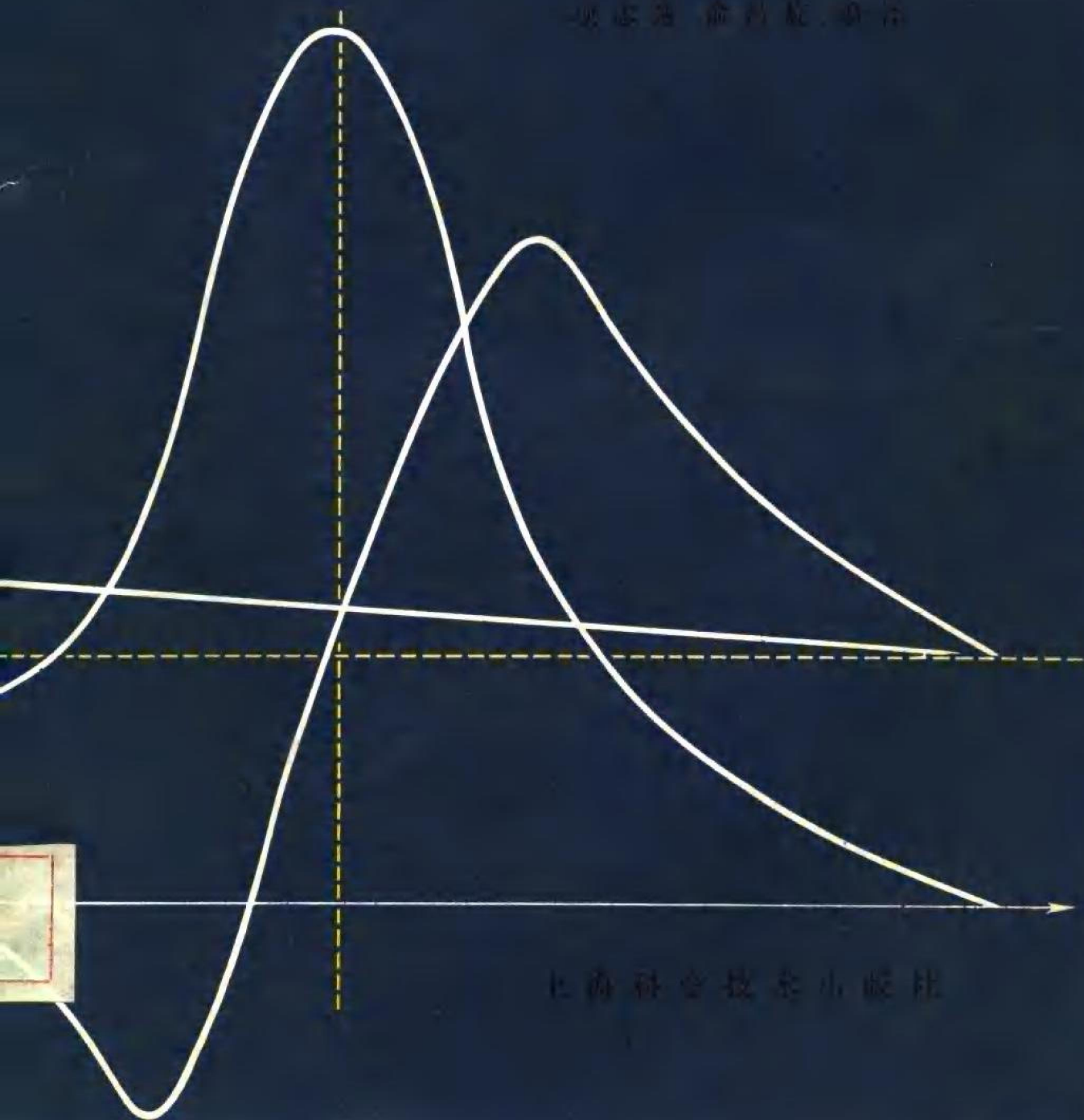


高温等离子体诊断技术

上册

张本清 俞烈庭 编



上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书分上、下两册，全面地介绍了受控热核聚变研究装置上的各种诊断方法，着重阐述基本的实验方法，对所涉及到的激光、红外、微波、原子核物理等领域中的先进技术也作了必要的介绍。

全书共分十章，上、下册各五章。上册第一章讨论实验工作的一般问题；第二章介绍电磁探针；第三章论述等离子体辐射；第四、五章则全面介绍了从远红外直到X和 γ 射线的宽广波段光的测量和分析方法；第六、七章分别介绍利用微波探针和激光探针进行诊断的方法；第八章介绍粒子诊断方法；第九章专门讨论等离子体和器壁相互作用的诊断问题；第十章专门论述惯性约束等离子体的诊断方法。

本书适宜于作为从事实验室等离子体、激光、红外、微波、原子核物理的实验工作者，以及有关专业师生的参考书。

高温等离子体诊断技术

上 册

项志遯 俞昌旋 编著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

本书在上海发行所发行 上海商务印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 13.25 字数 913,000

1982年2月第1版 1982年2月第1次印刷

印数 1—2,500

统一书号: 13119·961 定价: (科五) 1.50 元

序 言

受控热核反应是人类解决能源需要的一个可能途径。它的前景是令人神往的,然而它又象是座海上仙岛,似乎是可望而不可及。从四十年代末第一颗氢弹实验成功后不久,人们就大规模地着手研究将这种核聚变反应加以控制,以达到实现和平利用这种巨大的聚变反应能的伟大目标。当时已经知道,要实现核聚变反应,必须将核燃料加热达到高温的等离子体状态,并把它们有效地约束起来。开始人们是很有信心的,然而在实践中遇到了意外的困难。高温等离子体的行为是那样的变化多端,难以驯服,使得人们放弃了速战速决的希望,而着手于细致地研究高温等离子体的基本运动规律,从而使这门学科成为一项国际性的长期探索的科学课题。

分析表明,要获得受控热核反应的能量收益,起码必须满足两个条件。第一,等离子体的离子温度必须达到热核点火温度,即约 10^8 °C; 第二,等离子体的离子数密度和能量约束时间的乘积 $N_e\tau$ 必须达到 10^{14} $\text{cm}^{-3}\cdot\text{s}$ 以上,以使高温等离子体在约束时间内聚变反应所释放的能量超过因辐射而从等离子体损失的能量。以上就是所谓的劳逊判据。近三十年来,人们为实现上述两个条件已付出了巨大的代价,已经设计和试验了各种各样的获得和约束高温等离子体的装置。它的研究规模越来越大,有些实验装置已经成为巨大的工程项目,然而至今都还未能达到获得聚变能量收益的必要条件。尽管如此,受控热核反应研究仍正逐步向最终目标接近,而且看来最终地实现这个目标已经是为期不远了,但是为实现这个目标还必须作出十分艰巨的努力,还有不少已知和未知的困难需要克服。

目前有两大途径有可能实现上述目标。其一是磁约束方法,它是利用各种位形复杂的强大的磁场,将高温等离子体约束在一定的空间内,就好象用一个“磁瓶”将高温等离子体“装”起来一样。磁约束的必要条件是等离子体的动力学压强要小于磁压强(这两者的比值称为 β 值)。由于技术上的原因,目前磁感应强度还难以超过 10 特斯拉,因此在最好的情况下,它也只能把密度低于 10^{22}m^{-3} 的高温等离子体约束住。可见,磁约束高温等离子体是稀薄的电离气体,其离子数密度远远低于标准状态下气体的分子数密度,因此为了实现上述条件,磁约束等离子体的体积通常是很大的。目前有各种类型的磁约束装置,等离子体的维持时间从微秒量级到秒量级。此外还有一种称为磁镜的磁约束装置,由于它可以从外界连续地补充高温核燃料,有可能达到稳态运行。而磁约束等离子体密度范围为 $10^{19}\sim 10^{22}\text{m}^{-3}$ 。其二是惯性约束方法,它是利用强功率的、空间和时间高度集中的激光束、电子束或离子束,照射到一个含有热核燃料的小靶球上,使之迅速地压缩和加热,在它们还来不及飞散之前就产生一次微型的热核爆炸。在惯性约束中,靶球是十分微小的,时间是十分短促的,空间和时间尺度分别以毫米和毫微秒计,而它所产生的高温等离子体密度却有可能比液体密度高成千上万倍。

由上述可见,各种类型的高温等离子体具有各自不同的特性。而且它们又处于异乎寻常的状态中,并经历着十分复杂的运动和变化过程。例如,它们处于异常高温、高压(或真空)和强而复杂的电磁场中,产生各种复杂的磁流体运动过程(各种波和不稳定过程等),并产生各

种形式的辐射,而且高温等离子体内部的各种成分(包括各种离子、电子、光子等)之间经历着十分复杂的粒子和能量输运过程,以及各种相互作用过程(包括等离子体粒子间、电磁波与等离子体间,以及等离子体与容器壁间的相互作用等)。要真实地了解高温等离子体内部的状态及各种运动过程,是一件很困难的事情。高温等离子体诊断的目的,就是设法利用一切可能利用的手段来对等离子体进行诊断,以图较多地了解它的内部状态,例如各种离子和电子的温度和密度、电流和电磁场等的空间和时间分布,以及各种输运、波动和不稳定性、辐射等的运动状态等等。没有这些测量数据,就无法对装置的性能作出正确的判断,也就无法对各种实验装置进行必要的改进,并进而探索新的途径。因此,各种等离子体诊断手段,是实验等离子体物理工作者的耳目,它们在受控热核聚变实验研究中起着重大的作用。

等离子体的诊断方法大体上可分为两类,一类是被动地检测从等离子体内部射出来的一切物质(包括从微波到 X 射线的各种频区的电磁波,逃逸的原子、电子、中子和其它的微粒子等),以及等离子体在外部产生的磁场,从而推断高温等离子体内部的特性;另一类是主动地送入各种形式的探针,例如各种实物探针(静电探针、磁探针等)、微波探针、激光探针以及各种粒子探针等,它们深入到等离子体内部,并根据它们与等离子体相互作用的特性,来对等离子体进行诊断。这些诊断手段本身往往需要有很高的实验技巧,但是由于受到多种因素的复杂影响,它们所获得的结果却往往不是那么直接和明确,必须经过细致的分析研究,才能从中获得等离子体的内部运动状态的某些特性。所以,等离子体诊断方法本身应包括测量技术和测量结果的理论分析两方面。在这里,实验测量和理论的分析的配合是十分重要的。

由于等离子体诊断所涉及的内容和所用的技术十分广泛,而且随着科学技术的发展,诊断技术本身也会有重大的发展和变化,这样势必给诊断方法的介绍带来一定的困难。本书是在中国科技大学等离子体专业教材的基础上修改而成的。原来偏重于基础实验技术的介绍,修改中适当地增加了一些必要的诊断理论的介绍,不过有些公式的详细推导过程往往就省略了,读者如有需要,可以参阅有关的参考文献。本书所用的单位制以 MKS 实用制为主,有些量由于习惯而采用其它单位制时,都加以说明。书末还附有各种单位制的换算表和一些常用的物理常数及基本公式,以备参考。

由于我们水平有限,缺乏经验,错误和不足之处在所难免,诚恳地希望得到批评指正。本书曾请中国科学院等离子体物理研究所有关同志审阅,本书插图由冯秋萍同志描绘,在此一并致谢。

目 录

序言

第一章 概述	1
§ 1.1 热核研究中诊断工作概况	1
§ 1.2 实验的可靠性和误差	3
§ 1.2.1 实验的校验	3
§ 1.2.2 偶然误差和系统误差	4
§ 1.2.3 误差的计算	7
§ 1.2.4 数据处理	8
§ 1.3 分辨率	12
§ 1.3.1 被测数量的分辨率	12
§ 1.3.2 空间分辨——阿贝尔变换	13
§ 1.3.3 时间响应——傅里叶变换	15
§ 1.4 干扰与噪音	18
§ 1.4.1 干扰与噪音的来源	19
§ 1.4.2 干扰的消除——屏蔽	20
§ 1.4.3 其它消除干扰的途径	23
§ 1.4.4 噪音的抑制	25
参考文献	26
第二章 电磁探针	27
§ 2.1 静电探针	27
§ 2.1.1 工作原理	27
§ 2.1.2 静电探针方法中的几个问题	31
§ 2.2 感应式磁探针	36
§ 2.2.1 内部磁探针	37
§ 2.2.2 罗柯夫斯基线圈	41
§ 2.2.3 位移探针	44
§ 2.2.4 逆磁效应的测量	49
§ 2.2.5 磁探针测量振荡模式	51
参考文献	54
第三章 高温等离子体的辐射	56
§ 3.1 原子状态分布	57
§ 3.1.1 粒子速度分布	57
§ 3.1.2 热平衡下的状态分布	57
§ 3.1.3 各种原子过程	59
§ 3.1.4 等离子体几种简化模型	61
§ 3.2 连续光谱辐射	64

§ 3.2.1 辐射计量与辐射输运方程	64
§ 3.2.2 黑体辐射	67
§ 3.2.3 韧致辐射	68
§ 3.2.4 复合辐射	72
§ 3.3 线光谱辐射	73
§ 3.3.1 回旋辐射	73
§ 3.3.2 原子特征线辐射	77
§ 3.3.3 线光谱的展宽	83
§ 3.4 通过光谱测量进行诊断的方法	86
§ 3.4.1 由光谱绝对强度估计密度与温度	86
§ 3.4.2 由光谱相对强度测量电子温度	89
§ 3.4.3 由线谱轮廓测量离子温度和电子密度	91
§ 3.4.4 利用禁戒跃迁辐射作为诊断手段	93
§ 3.4.5 电离速率方程的应用	95
§ 3.4.6 由光谱测定杂质的成分和含量	97
§ 3.4.7 利用塞曼效应测磁场	97
§ 3.4.8 通过硬 X 射线测量逃逸电子	99
参考文献	100
第四章 光的测量	103
§ 4.1 高速摄影	104
§ 4.1.1 光学机械高速摄影机	104
§ 4.1.2 变象管高速摄影机	107
§ 4.1.3 高速快门	109
§ 4.2 可见光的测量	112
§ 4.2.1 照相底片	112
§ 4.2.2 光电二极管和光电倍增管	115
§ 4.3 红外光的探测	120
§ 4.3.1 红外探测器的特性参数	121
§ 4.3.2 红外探测器	124
§ 4.3.3 远红外探测器	129
§ 4.3.4 其它的红外光学元件	134
§ 4.4 紫外光的探测	137
§ 4.4.1 紫外探测器	138
§ 4.4.2 紫外光的绝对测量	141
§ 4.5 X 和 γ 射线的探测	142
§ 4.5.1 X 和 γ 射线的吸收和辐射电离现象	143
§ 4.5.2 气体探测器	146
§ 4.5.3 闪烁探测器	150
§ 4.5.4 半导体探测器	151
参考文献	154
第五章 光谱分析	156
§ 5.1 可见光区光谱分析	156

§ 5.1.1 光谱仪的几个重要指标·····	156
§ 5.1.2 棱镜光谱仪·····	158
§ 5.1.3 光栅光谱仪·····	161
§ 5.1.4 法布里-珀罗干涉仪·····	166
§ 5.2 红外光谱分析·····	169
§ 5.2.1 红外棱镜光谱仪·····	169
§ 5.2.2 红外光栅光谱仪·····	170
§ 5.2.3 红外法布里-珀罗干涉仪·····	171
§ 5.2.4 傅里叶变换谱仪·····	173
§ 5.3 紫外光谱分析·····	176
§ 5.4 X 射线谱分析·····	179
§ 5.4.1 X 射线晶体谱仪·····	179
§ 5.4.2 光子能量分析·····	183
§ 5.4.3 吸收片方法·····	191
§ 5.5 光谱定量测量中的几个问题·····	195
§ 5.5.1 标准光源·····	195
§ 5.5.2 光谱强度测定·····	198
§ 5.5.3 线光谱强度和轮廓的修正·····	201
参考文献·····	203

第一章 概 述

§ 1.1 热核研究中诊断工作概况

我们在序言中已经扼要地说明了受控热核研究中诊断工作的重要性和它的一些特征,在以后的讨论中基本上是按测量方法分章的。事实上每一种等离子体参数常常要由几种不同的诊断方法来测定,而一种诊断手段也可能用来测量不止一个参数。因此在具体讨论各种诊断方法之前,先给出诊断工作的概貌,这样有利于比较全面地了解各种诊断技术,同时对于今后根据实验需要选择和改进诊断方法也会有所帮助。在本章的后几节将讨论一些物理实验中的一般性问题,它们对诊断工作来说都是很重要的。

表 1.1.1 列出了目前磁约束热核实验研究中所着重测量的一些参数以及相应的测量手段;至于惯性约束等离子体的诊断方法将在第十章中单独介绍。

表 1.1.1 等离子体各种参数的诊断途径

测 量 参 数	测 量 手 段
电子温度 T_e	激光汤姆逊散射、X 射线谱、回旋辐射谱、离子探针、电导测量、静电探针、光谱测量
离子温度 T_i	中性粒子能谱、激光集体散射、中子产额、线光谱多普勒展宽、等离子体逆磁效应
电子密度 N_e 、重粒子密度 (离子密度 N_i 、中性粒子密度 N_0 、有效电荷 Z_{eff})	微波或激光干涉、激光散射、中性粒子(离子)探针、静电探针、光谱测量(包括真空紫外和软 X 射线谱)、质谱测量、激光共振散射
等离子体电流密度 J_p (等离子体磁场 B_p) 分布	微波或激光法拉第旋转效应、塞曼效应(配合粒子探针)、激光散射谱的磁调制、波偏振方向的变化、重离子或中性粒子探针
电位分布 ϕ (电场 E)	重离子探针、静电探针
等离子体位置、漂移和不稳定性	对称磁探针、相关磁探针、高速照相、微波反射和散射、激光集体散射、离子探针、相关 X 射线测量、电流电压波形、电子回旋辐射
壁效应及能量和粒子损失	辐射卡计、粒子的质谱和能谱测量、激光共振散射、各种表面分析方法(俄歇电子能谱、特征 X 荧光、电子探针、离子探针、电子显微镜、核反应方法等)

由于诊断方法正在不断发展之中,所以不容易作出明确的评价。不过从目前情况看来,比较活跃的诊断方法有下面几个方面:

激光诊断方法 它表现得最活跃最有成效,这是由于激光技术迅速发展,可以获得十分强大且在空间、时间、频率和偏振方向等都可以严格控制的激光束,使它成为一个十分锐利的诊断工具。测量激光散射的光强和频谱,可判断电子密度和电子温度,并可得到满意的空分和时间分辨。激光干涉,特别是亚毫米波段的干涉和全息技术的应用,是测量电子

密度的有效方法,今后随着等离子体密度的增加,它将取代微波干涉方法。利用染料激光器频率可以精细调节的特点,能选择激光频率来使气体中的某一种原子发生共振激发,再根据特征荧光测量气体成分和数量。这是一种十分灵敏的而且容易获得定量结果的好方法。利用长波激光束的散射也有可能测量离子温度及等离子体波和不稳定性。例如亚毫米波段的激光散射就有可能测量象托卡马克类型的低电子密度装置的离子温度。

粒子束探针和逃逸粒子的分析 这也是一种内容丰富的诊断途径。带电的和中性的粒子束由各种离子源产生,它们的能量和飞行方向能够用电磁场来迅速地调变。根据粒子束和等离子体中的电子和离子及电磁场的相互作用,有可能测量多种参数,而且是目前测量等离子体中电场分布的唯一方法。根据粒子束飞行轨迹来判断作用点的位置,虽然比不上激光散射那么直接明确,但是它容易进行空间扫描。粒子束还用作其它诊断的辅助手段,例如中性粒子射入等离子体后,会产生电荷交换的快速中性粒子,也会激发出特征光谱。测量中性粒子能谱就可以判断等离子体中的离子温度,而根据发光的塞曼效应,可以决定磁场大小和方向。这种类型的测量有好的空间分辨能力。测量和分析从等离子体中逃逸出来的粒子的质量和能谱,对于了解等离子体某些内部情况以及等离子体和壁的相互作用也是很有用的。

光谱测量 这虽然是一种较古老的诊断途径,但却是目前诊断工作中所不可缺少的部分。等离子体的辐射随着温度的升高逐渐趋于短波部分。真空紫外和软 X 射线谱的测量是测定等离子体内部杂质的重要途径,软 X 射线谱的测量又是测定电子温度和离子的有效电荷数的比较简便和明确的方法。利用高分辨率的晶体 X 射线谱仪,测量杂质特征谱的多普勒展宽,是测定高温等离子体离子温度的一种很有前途的方法。光谱分析也是其它一些诊断工作中必须配备的手段。例如激光散射、激光激发荧光散射、多普勒效应和塞曼效应的测量等都必须配备有光谱分析仪器。

磁探针测量 利用对称探针、正弦分布线圈以及相关探针来测量等离子体位移和磁流体不稳定性扰动模式,是有成效的。此外,还可以用磁探针测量等离子体的逆磁效应,来判断等离子体内能。这些磁探针并不需要深入到等离子体内部,而是在外部测量磁场分布,这就便于安装大量的探针,故也是一种重要的诊断途径。

等离子体与器壁表面相互作用 这方面的研究已经受到重视,除了利用很多表面物理的诊断工具外,也已发展了一些新的诊断手段。我们将在第九章中专门讨论这个问题。

微波技术 这也是诊断中一个有用的方面,微波干涉早已成为一种常规的电子密度测量方法。由于等离子体密度的提高,要求微波波长缩短,因而它将和激光衔接起来,在亚毫米波段常常是微波技术和激光技术渗合使用。其它如电子回旋辐射也在微波波段,它将传递不少等离子体性能的信息,例如电子温度、电子密度、磁场强度和方向以及电子温度起伏和不稳定性等。微波在有磁场的等离子体中还会因偏振方向和传播方向的不同而有不同的传播特性。这些都可以提供一些诊断途径。微波散射和亚毫米波散射是测量等离子体不稳定性的重要方法。

中子测量 中子是聚变反应的直接表现。虽然在目前研究性的装置中,中子数量不多或根本没有,中子物理学还没有多大意义,但是随着日益接近反应堆的建立,中子测量将越来越成为重要的诊断途径,中子物理学的研究也会成为重要的研究课题。

在这里我们还需指出,目前的诊断工作对于受控热核研究说来还显得不够。例如对离

子温度 T_i 和等离子体电流密度分布这两个重要参数来说, 在表 1.1.1 中虽然列出了几种诊断方法, 但实际上其结果还不能令人满意。 T_i 的几种测量方法都还有一些困难, 难以绘出空间分布的数值。至于电流密度分布至今还没有给出正式的可靠数据。其它如杂质的空间分布、等离子体的波动和不稳定性等的测量, 也有待于进一步研究, 发展新的测量和分析方法。

还需指出, 随着研究工作的深入, 以及随着装置的规模日益增大, 建造周期增加, 运转费也急剧上升, 这就希望在一次放电中获得尽可能多的数据。因此, 诊断设备中都需配有大量的数据采集和处理设备。测量结果最终不外乎表现为光信号或电信号。光信号可用照相底片记录, 它有极好的空间分辨能力并有极大的存储量, 快速照相技术也有时间分辨能力; 而电信号的记录, 在电子计算机技术中已经发展了多种多样的数字化和储存系统。至于数据处理就主要借助于电子计算机了。光信号和电信号可以互相转换, 由于照相底片灵敏度较低, 定量测量也较困难, 所以常常倾向于采用光电器件将它转变为电信号, 然后记录。但是对于快速过程来说却常常需要将电信号转变为光信号, 再观察或记录。例如, 电子示波器就起这个作用, 尤其是存储示波器, 可以将快速电信号加以存储, 然后以慢速度在荧光屏上显示, 对于快速和单次过程的测量是十分有用的。本书中将介绍一些光的测量和快速照相技术, 至于电子仪器和电子计算机虽然是诊断工作中不可缺少的组成部分, 但由于内容很多, 只能由专门课程来讨论。

系统地介绍高温等离子体诊断技术的几种书刊已列于本章末的参考文献[1~9], 此外各届国际和欧洲举行的受控热核反应和等离子体会议的文集中也汇集了不少有关诊断方法的资料, 可以参考。

§ 1.2 实验的可靠性和误差^[10~20]

§ 1.2.1 实验的校验

一个实验所得到的结果是否可靠, 以及能否达到所要求的精度, 应当在实验的始终都要加以特别的注意。在实验提出和开始设计时, 应尽可能对实验的目的和所需的仪器、部件及其相互配合的精度和稳定性等指标, 提出必要的和合理的要求。对于已有的仪器和部件, 应尽可能加以一一校验。如果有些部件达不到要求或没有把握时, 就应当设法在实验进程中加以监测, 随时进行校正或随后加以修正。这些准备工作往往不是轻而易举的。当然也应当指出, 并不是所有的要求和实际可能达到的指标都能够预先知道, 而是需要在实验的进程中逐渐明确和逐步加以测定。总之, 在实验中应始终注意到可靠性和误差问题, 随时进行校验, 做到胸中有数。这是实验成败和优劣的关键。

一个测量数据或一个实验结果是否可以信赖的基本条件是它的可重复性, 也就是说在同样条件下重复测量, 应当可以得到同样的结果。重复测量可以发现和消除或减少某些偶然性误差, 有时就根据重复测量结果的分歧来计算实验的误差。原则上讲, 不允许由单次实验或少数几次实验就做出结论。重复测量是检验实验的可靠性的基本方法。

可重复性是实验可靠的必要条件, 但还不是充分条件。有一些假象或干扰也可以有重复性, 某些仪器的偏差或者理论分析的错误等也不是单纯的重复实验所能够发现的。实验工作者最乐意采用并且十分有效的校核方法, 就是利用一些标准设备来进行对比测量。这种标准设备或者可以代替被测对象或者是另一种测量设备。例如在校正线圈式磁探针时,

如果有一个标准磁场或另一个标准的磁探针,自然就能够通过对比测量进行校核。下面我们还将指出,对比测量可以消除仪器中的一些偏差和未知因素,容易得到高的精度和绝对数值。所以精确的和高稳定的标准器件或物理量,对于实验工作者说来,是十分宝贵的。有时候它们虽然不能用作直接校正,也还可以借助一些已经确立的关系而进行间接的校正。我们应当充分利用这些标准,以它们作为基础,来建立精确可靠的实验测量。

在情况比较复杂或者发生某些疑问的时候,要善于将条件简化,将各个因素的效应分离开来,以便找出问题和验证所测结果。有时候作一些模拟实验是很有效的。例如,在用对称的磁探针测量等离子体位置时,可以用一根通过电流的导线来代替等离子体电流。导线的位置比较容易测定和变更,于是就易于校核所测结果。模拟实验和真实情况毕竟有所差异,因而有些实验工作者不敢大胆使用。其实由于模拟实验简化了某些条件,便于实行,也便于定量计算,如果使用得法,充分考虑到各种因素后,就会大大提高实验精度和加快实验的进程。

除了单纯的重复实验外,我们还可以有意识地改变某些条件,再作重复实验。最常用和最简单的条件改变,就是将被测的量干脆取消。例如,在测量等离子体的某些效应时,可以在装置不充气的情况下作放电测量。由于等离子体密度近于零,它的效应也应当接近于零。如果测量中还表现出某些剩余效应,它就必然是假象或干扰。用这种办法来鉴别有效讯号的方法是十分有用的。如果有可能将被测的量作某种定量变更,就可校验测量中的一些指标。例如,输出和输入间的线性关系、分辨能力、时间响应等。如果它们符合于应有的规律,自然也就增加了实验的可靠程度。对于一些不稳定或没有把握的因素,例如电源或光源的波动、温度及湿度的变化、材料的纯度等,也可以有意识地加以变更,进行实验。如果它们确实对实验结果有影响,就应当加以控制或加以监测。

获得实验结果以后,还应当和国内外其他人的同样的或类似的结果以及理论计算结果进行核对。我们既要尊重别人的工作,也不可盲目信从。一般说来,一个比较复杂的新实验方法或实验结果,都需要经过几个实验室的反复验证,才能确认。

§ 1.2.2 偶然误差和系统误差

实验误差是实验结果可靠性的一种定量表示,实验工作者应当力争对自己的实验结果可能存在的误差作出合理的估算。在分析误差时,可以将误差分为两类:偶然误差和系统误差。它们具有不同的特性,需要用不同的方法处理。

偶然误差是指在各种已知条件保持恒定的情况下,重复实验,其测量结果表现出来的差异。这是由于各种不可控制的因素引起的,它可能是被测对象本身的起伏,也可能是测量过程中引入的起伏。实验条件控制得越严格,越细致,实验差异将越小,偶然误差也会减小。但是客观物体必然具有一定的统计特性,它是无法消除的,往往成为精密测量的误差的极限。例如,在一定温度下作热运动的分子的动能、一定能量的光子在气体中产生原子电离的次数、稳定的微弱电流每个瞬间通过某一横截面的电子数目等等,都必然有一定的统计起伏。这种统计性有一个特性,就是当我们进行多次取样重复测量时,所得结果的平均值将趋向一个常数,称之为真值。在真值附近数值出现的几率最大;而偏离真值越大的数值出现的几率将越小,并一般符合于所谓正则分布,也叫做高斯分布:

$$P(x)dx = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_0^2}\right] dx, \quad (1.2.1)$$

式中 $P(x)dx$ 代表测量数值在 x 和 $x+dx$ 区间内的几率, 常数 a 和 σ_0 分别为

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}; \quad (1.2.2)$$

$$\sigma_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - a)^2}{n} \right]^{1/2}, \quad (1.2.3)$$

其中 a_i 代表第 i 次测量的数值; n 代表测量次数; a 就是上述真值; σ_0 表示测量值的离散程度, 称为单次测量的标准误差。图 1.2.1

画出了在 $\frac{\sigma_0}{a} = 5\%, 10\%, 20\%$ 情况下的高斯分布曲线。一次测量的数值在 $a \pm \Delta$ 内的几率为

$$P_\Delta = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_{a-\Delta}^{a+\Delta} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma_0^2}\right) dx. \quad (1.2.4)$$

这个积分不能用初等函数表示, 常称为拉普拉斯函数或误差函数, 可以从数学表中查出。表 1.2.1 中给出几种 Δ 值所相应的 P_Δ 值。

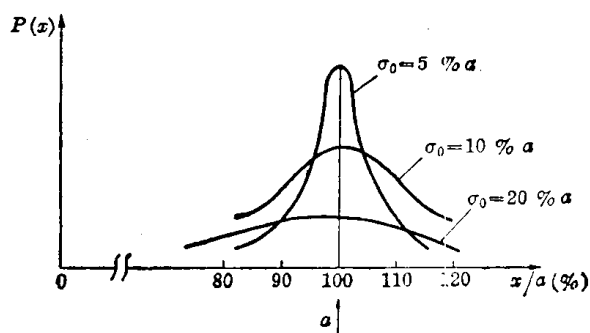


图 1.2.1 高斯分布

表 1.2.1 误差函数值

$\frac{\Delta}{\sigma_0}$	0	0.5	0.6745	1	2	3
P_Δ	0	0.383	0.500	0.683	0.954	0.997

高斯曲线的半高全宽度 $\Delta_{\frac{1}{2}}$ 为

$$\Delta_{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma_0 \approx 2.36\sigma_0. \quad (1.2.5)$$

实际上, 测量次数 n 只能是有限的, 我们并不能真正求得 a 和 σ_0 。如果我们仍用算术平均值 \bar{a} 代表测量值, 则标准误差公式应修改为

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n-1}. \quad (1.2.6)$$

至于 n 次测量的平均值本身的标准误差 σ_n , 可以根据概率计算求得

$$\sigma_n = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n(n-1)} \right]^{1/2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (1.2.7)$$

这样, 我们的测量结果就可以写为: $\bar{a} \pm \sigma_n$ 。

在什么条件下实验结果符合于上述正则分布的统计规律呢? 这是一个不容易精确回答的问题, 下面我们举一个比较简单明确的典型例子来加以说明。设有 N_0 个个体, 它们在一定时间内各自都有发生某一事件的几率, 并假定这个几率 p 是彼此独立无关而又相等的。放射性同位素中原子核的蜕变, 稀薄等离子体中原子的辐射等就是这种情况。在这种情况下, 在该时间内有 N 个事件发生的几率为

$$P(N) = \frac{N_0!}{N!(N_0 - N)!} p^N q^{(N_0 - N)}, \quad (1.2.8)$$

式中 $q=1-p$ 为不发生事件的几率。(1.2.8)式正是二项式 $(p+q)^{N_0}$ 展开式中的第 N 项, 因此称之为二项式分布。当 $p \ll 1$, $N_0 \gg N$ 时, (1.2.8)式可近似为

$$\begin{aligned} P(N) &\simeq \frac{N_0^N}{N!} p^N (1-p)^{(N_0-N)} \simeq \frac{(pN_0)^N}{N!} \exp[-p(N_0-N)] \\ &\simeq \frac{(\bar{N})^N}{N!} \exp(-\bar{N}). \end{aligned} \quad (1.2.9)$$

上式称为泊松分布, 式中 $\bar{N} = pN_0$ 。当 $\bar{N} \gg 1$ 时, 令 $\Delta = N - \bar{N}$, 则上式又可写为

$$\begin{aligned} P(N) &= P(\bar{N} + \Delta) = \frac{(\bar{N})^{(\bar{N}+\Delta)}}{(N+\Delta)!} \exp(-\bar{N}) \\ &= \frac{(\bar{N})^{\bar{N}}}{\bar{N}!} \exp(-\bar{N}) \left\{ \frac{\bar{N}}{\bar{N}+1} \cdot \frac{\bar{N}}{\bar{N}+2} \cdots \frac{\bar{N}}{\bar{N}+\Delta} \right\} \\ &= P(\bar{N}) \left\{ \frac{1}{1+1/\bar{N}} \cdot \frac{1}{1+2/\bar{N}} \cdots \frac{1}{1+\Delta/\bar{N}} \right\} \\ &= P(\bar{N}) \left\{ \exp \left[- \left(\frac{1}{\bar{N}} + \frac{2}{\bar{N}} + \cdots + \frac{\Delta}{\bar{N}} \right) \right] \right\} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{N}}} \exp \left[- \left(\frac{\Delta^2}{2\bar{N}} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.2.10)$$

这就是高斯分布。与(1.2.1)式相比, 得

$$\sigma_0 = \sqrt{\bar{N}} \simeq \sqrt{N}, \quad (1.2.11)$$

而相对误差则为

$$\delta = \frac{\sigma_0}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (1.2.12)$$

在近代物理实验中, 常用计数方法来测量微粒子的数量, 这样, 就可以利用上面两式来决定它的统计误差。计数总数 N 越大, 相对误差就可以越小。当 N 值较小(例如小于 10)时, 就应当采用泊松分布, 它在 \bar{N} 两侧分布是不对称的, 使用起来不方便。

由此可见, 这种类型的偶然误差是可以估算的, 也可以通过多次重复测量来减小它的数值。它们虽然称为偶然误差, 但是它不应当包括一些由于特殊的真正偶然的原因而产生的偏差, 例如, 读数或计算的错误、仪器失灵、电源突然变动等等。这类误差称为过失误差, 必须尽量避免, 事实上, 也是可以避免的。如果在实验中还出现少量的远超过统计误差的数据时, 则可以加以删除。不过这样做应当慎重, 最好找出它们的过失原因, 否则需要多次重复验证。

偶然误差虽然基本上服从或近似服从于上述统计规律, 但是也有一些实验结果的离散值并不符合这样的统计规律。例如某些不稳定因素, 像市电电源的波动、环境温度的变化等, 所引起的实验结果的变动就不一定符合于正则分布。拿环境温度来说, 它与测量所在的地区、季节、时刻有关, 在较短的测量时间内并没有一定的统计规律。如果这一类型的不稳定因素不能够或者不打算加以稳定控制的话, 最好能够测量出它们的修正量, 例如温度每变化一度的修正量等。在实验过程中监测这些因素, 就可以对结果加以修正或估计其可能产生的误差。如果这样也做不到, 就只好在实际可能碰到的各种条件下, 作大量重复实验, 观察它们的偏差情况。在这种情况下用最大可能的偏差作为实验误差比较妥当。

现在我们来分析系统误差。这种误差是由于测量过程中的某些确定的因素而使测量结果和被测的量之间产生偏差。例如, 用光电管测量入射光强时存在暗电流的本底, 在计数粒子束时, 由于探头失效时间而使计数损失, 在测量粒子能谱时探头的不同灵敏度使能谱畸

变, 仪器刻度的不准, 读数方法不正确, 理论考虑不周到等等。它们的特点是并不表现在测量结果的离散上, 可能测量值是很一致的, 但是却和真实的数值不相等。所以, 这种误差不能由重复实验来发现和消除, 是实验工作中应当特别注意避免的。如果我们用某些校核方法, 发现或测定了某一系统误差, 就应当修正实验条件或引入一定的修正项来消除这种误差。对于一些无法校正的系统误差, 应当尽量估计它的最大可能范围, 在实验结果中加以说明。在一定的实验条件下系统误差的修正项是固定不变的, 我们可以利用这个特性, 在一些相对测量中自动消除或减小它们, 这一点我们在下面还会讨论。

§ 1.2.3 误差的计算

在实验中我们经常碰到, 一个实验结果是由一个或几个测量数据经过一定的数学运算才能获得。每个测量数据都有自己的误差, 这就需要根据这些测量值误差来求出结果的误差。

我们先来讨论两个独立测量值 A 和 B 的四则运算, 两个以上的独立测量值的四则运算可以由此类推。用 Δ 表示绝对误差值, δ 表示相对误差值。对于偶然误差, 四则运算的结果如表 1.2.2。其中第 II 栏适用于接近正则分布的统计性误差, 它用标准误差来表示, 可以从概率计算求出; 第 I 栏用于非统计性误差, 即用最大可能偏差作为其实验误差。

表 1.2.2 四则运算的误差

		$A+B$	$A-B$	$A \times B$	$A \div B$
I	Δ	$\Delta_A + \Delta_B$	$\Delta_A + \Delta_B$	$B\Delta_A + A\Delta_B$	$(B\Delta_A + A\Delta_B)/B^2$
	δ	$\frac{\Delta_A + \Delta_B}{A+B}$	$\frac{\Delta_A + \Delta_B}{A-B}$	$\delta_A + \delta_B$	$\delta_A + \delta_B$
II	Δ	$[\Delta_A^2 + \Delta_B^2]^{1/2}$	$[\Delta_A^2 + \Delta_B^2]^{1/2}$	$[(B\Delta_A)^2 + (A\Delta_B)^2]^{1/2}$	$[(B\Delta_A)^2 + (A\Delta_B)^2]^{1/2}/B^2$
	δ	$\frac{[\Delta_A^2 + \Delta_B^2]^{1/2}}{A+B}$	$\frac{[\Delta_A^2 + \Delta_B^2]^{1/2}}{A-B}$	$[\delta_A^2 + \delta_B^2]^{1/2}$	$[\delta_A^2 + \delta_B^2]^{1/2}$

从这个表中可以看出下面几个特点。加减法运算中结果的误差是绝对误差相加, 因此对其中数值较小的量的相对误差要求可以降低一些; 乘除法的总误差是相对误差相加, 因此总误差主要决定于测量精度较低的因子, 单独提高个别因子的精度是没有意义的。加法运算后, 绝对误差会有所增加, 但相对误差可能下降。对于统计性误差, 当两个数的大小和误差相接近时, 相加后的相对误差会有明显下降, 这和前述的重复实验可以降低相对误差的结论是一致的。对于减法来说, 情况就大不相同, 相减后相对误差必然增加。当两数相接近时, 相对误差可能增加得很厉害。这是实验工作者所应当特别注意避免的。不过下面将指出, 利用减法来减小系统误差是一个很好的办法。乘除运算中每增加一个因子, 都会使相对误差增加一些, 而一个相对误差特大的因子的加入, 会使整个测量精度大大变坏。

系统误差的情况就不一样了。上面说过, 系统误差不表现在实验结果的离散上, 所以在实验不是根本错误的情况下, 从实验结果加以一定的修正后, 可以得到真实的结果。这种修正可以是各种各样的, 就简单情况来说, 主要表现为下面两种形式:

$$A_0 = A + F, \quad (1.2.13)$$

$$A_0 = A(1+f), \quad (1.2.14)$$

式中 A 代表实验值, A_0 代表真实值。而 (1.2.13) 式中的 F 代表一个与 A 无关的改正值, 例如电表的零点偏移、光电管的暗电流、粒子探测器的宇宙射线本底等都属于这个类型; (1.2.14) 式中则存在一个与 A 成比例的改正值 Af , 例如直尺由于热膨胀引起的刻度的变动、电表满刻度量程校准的偏差、探测器探测效率、透镜的透光度等的修正都属于这种类型。显然第一种类型的修正项可以通过减法加以消除; 而第二种类型修正项可以通过除法消除。当两个数接近时, 第二种修正项的绝对值也可以应用减法而大大减小。这一点可从用米尺来测量物体长度的一个简单例子中看出。米尺可能由于端点磨损而引起偏差(第一类修正), 也可能由于材料收缩而使每个刻度缩短(第二类修正)。如果用它来测量 A 和 B 两物体长度之差, 在操作方法一致时, 端点的影响将自动消除, 收缩的影响虽然不能消除, 但它在差值中引起的绝对误差也可以减小。例如, B 是标准的一米长度, A 比 B 短一厘米, 米尺收缩率为百分之一。由于收缩对差值 1 厘米的影响仅为 0.1 毫米, 因此 A 的长度可由 B 长度减去差值得, 它比单独用米尺测量 A 的长度要精确可靠得多。再有, 在光谱测量中, 需要用各种修正因子, 例如收集光的立体角、透镜的透光率、探测器的效率等等。它们都属于第二类的修正, 而且都是难以精确测定的。但是如果我们测量同一光源的相邻光谱线强度的比值, 或不同光源的同一光谱线的强度比值时, 这些因素就自动消除。如果其中一个光谱线的绝对强度是已知的, 那么通过测量出的比值就可以求出另一个光谱线的绝对强度。这种相对测量方法可以大大简化测量步骤, 并能提高测量精度和可靠性, 是实验工作者十分乐于采用的。不过必须注意到, 在作相对测量中, 一定要保证测量条件不变, 使修正项一致。此外, 在减法中对于偶然误差不但不能消除, 而且正如前面已经指出的, 差值的相对误差会大大增加。

一个实验数据 A , 如果要作各种函数运算, 例如 $\sin A$ 、 $\log A$ 、 $\exp A$ 、 A^n 等, 其结果的误差可以根据微商的计算近似求出:

$$\begin{array}{l} \text{函数} \\ \text{误差} \end{array} \quad F(A), \quad \Delta F = \frac{dF}{dA} \Delta A_0. \quad (1.2.15)$$

两个或两个以上数据的函数的误差, 也可以由偏微商近似求出:

$$\begin{array}{l} \text{函数} \\ \text{误差} \end{array} \quad F(A, B), \quad \Delta F = \frac{\partial F}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial F}{\partial B} \Delta B_0. \quad (1.2.16)$$

对于统计性误差, 可以改写为

$$\Delta F = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial A} \Delta A \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial B} \Delta B \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (1.2.17)$$

这里应当指出, 只有当 A 和 B 是互相独立无关地进行测量而得到的数值时, 才能应用上式。

§ 1.2.4 数据处理

我们知道, 现代物理实验常常要化费很大人力物力, 而且所得数据也越来越繁杂。因此, 数据处理工作显得特别重要, 而且工作量也很大。目前比较大型的实验往往配备有电子计算机, 以收集、存贮测量数据, 并及时进行处理。不管什么情况, 每做完一次实验后, 都应将实验结果及时处理, 检验其真伪和质量的优劣, 这样可以及时对实验进行改正或修正。下

面谈几点有关数据处理的一般性问题。

关于一个或几个数据要通过一定的数学运算程序来得到结果，这是一个纯粹的数学问题，它的误差求法，前面也已经讨论过，这里不再重复。现在讨论两个或更多的相互依赖的物理量，进行一系列一一对应的测量而得到的数据的处理问题。其目的或者是验证某种理论推断的函数关系，从而求出某些参数值；或者通过实验来求出它们之间的函数关系。不管哪种情况，图示办法是有效和常常被采用的一种方法。在以后全书的讨论中，将经常用图示方法来表示两个或更多物理量之间的函数关系。为此，我们先讨论图示方法。

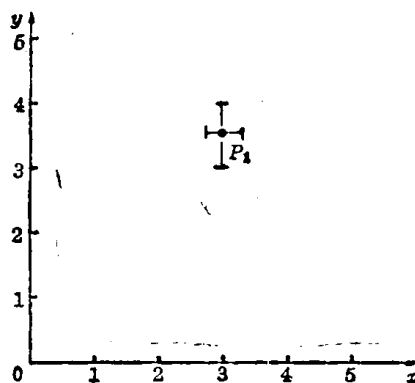


图 1.2.2 线性坐标的误差表示

在实验数据的作图中，绝大多数是采用直角坐标系，只有少数采用极坐标系。将两个测量的物理量的对应值分别作为 x 坐标和 y 坐标，从而得出一一对应的实验点。每个测量值的误差可以用短线表示。例如图 1.2.2 中 P_1 点就表示 $x=3\pm 0.3$ 和 $y=3.5\pm 0.5$ 一对坐标值。所测量的物理量的数值 A 和坐标距离 x (或 y) 之间的关系，通常采用线性关系或对数关系，即

$$x = kA; \quad x = k(A - A_0) \quad (1.2.18)$$

或

$$x = k \log \frac{A}{A_0}, \quad (1.2.19)$$

其中 A_0 为原点处 A 的数值， k 为比例系数。要选择 k 和 A_0 数值，使得实验数据处于适当地位，不要超越图，又不要偏缩一方，使图形清晰和有较高精度。线性坐标中被测量的大小的表现与直观感觉一致，看起来比较清楚。但是这有一个缺点，就是作图的精度在不同部位是不一样的。例如在图 1.2.2 中，画出的点的坐标的绝对误差很难小于 ± 0.1 毫米。因此在 10 厘米处，实验点坐标画起来精确程度可达 $0.1\sim 0.2\%$ ，而在 1 厘米时将大于 1% ，在 1 毫米处就必然大于 10% 。我们当然不希望因为作图而增加实验误差，因此线性坐标的实用范围难以超过两个数量级。对数坐标情况就不一样，我们将 (1.2.19) 式微分得

$$dx = \frac{k}{\ln 10} \frac{dA}{A}. \quad (1.2.20)$$

由此可见， A 量的作图的相对误差，在图的各个部位是一样的。如果我们要在 10 厘米范围画出两个数量级，代入 (1.2.19) 式，得 $k=5$ 厘米。仍令 $dx=0.1$ 毫米，得

$$\frac{dA}{A} = \frac{0.23}{50} \simeq 0.5\%.$$

如果在 10 厘米内要画出四个数量级，则作图精度 $\simeq 1\%$ 。因此，当测量数值的上下限比值很大，而且在小数值处仍有重要图形时，采用对数坐标是有利的。

在坐标图上作出了一系列实验点，就应当把它们用一根直线或曲线贯穿起来。画线的一个重要原则，就是使线尽可能平滑和不超出各个实验点的误差范围。画光滑曲线可以类似于求平均值，以此来减小实验的偶然误差；也可以根据曲线得到实验点之间或适当外延处的对应关系。通过画出平滑线也可以发现个别的偏离曲线过远的异常点。碰到异常点就应当检查实验过程，查对记录及计算中是否有过错。如果没有错误，最好更细致地重复实验。如

果重复实验仍然出现此现象,就更值得注意,应当深入分析。近代物理中,由于谐振等原因,常常会在测量数据之间发现非常复杂和尖锐变化的相应关系。例如在图 1.2.3 中画出一个

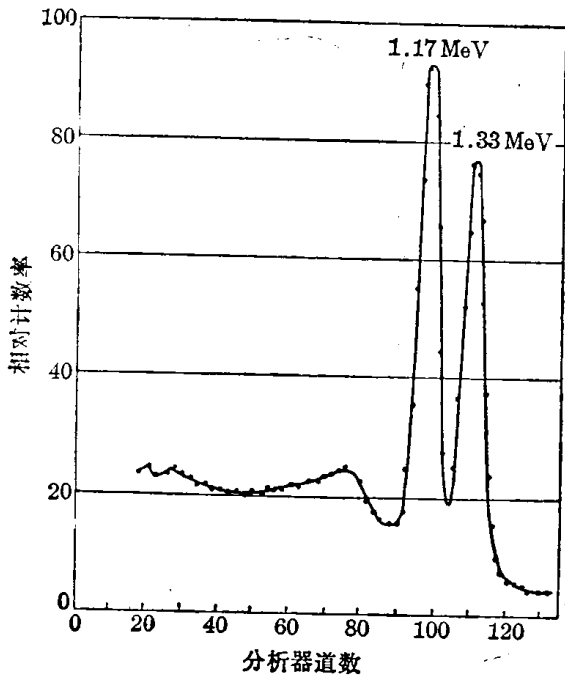


图 1.2.3 Co^{60} γ 能谱

用 NaI(Tl) 闪烁计数器测量 Co^{60} γ 源的能谱数据。这是一个久经重复的图形,其中两个光电峰代表 Co^{60} 源的两中能量(1.17 和 1.33 MeV)的 γ 射线。虽然图形有复杂结构,我们仍然应当尽量画成光滑曲线。

如果变数不止两个,一般就画成多根曲线,或分幅图形。如三个变数时,令其中一个变数作为参变数画出在此参变数保持在不同恒量下的其它两个变数之间的关系曲线。例如图 1.2.1 中就是以 σ 值为参变数,画出的三根曲线。也可以在平面上画出三维图形,例如,若干 x 与 y 变量间的函数关系曲线的原点,沿另一直线按参变数 z 作相应移动,看起来就如同立体图象。目前计算机处理数据就常常在显示屏上直接显示这种三维图形。在作图中为了使图形简化或使它具有更普遍意义,还常常将测量

值通过一定的变换后,再作为坐标值。最简单和通用的变换就是采用相对数值。例如在 (1.2.1) 式中可以令:

$$y = \frac{x-a}{\sigma}, P(y) = \sigma_0 P(x).$$

则几率分布公式为

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right). \quad (1.2.21)$$

这样,就可以将图 1.2.1 中的一系列曲线概括为一根曲线,如图 1.2.4。

作出实验图形后,还常常需要作进一步分析。对于一些复杂图形,常常根据图形找出它的一些特征数值。例如在图 1.2.3 中可以找出光电峰的峰值位置、峰的宽度、峰的高度、两峰间谷点的高度(或峰谷比值)、本底高度、峰的面积(峰处总计数)等等,它们都有一定的物理意义。我们现在转而讨论如何根据实验数据来求出它们之间函数关系的解析式的问题。实验结果的图示虽然有一目了然的优点,但是它的精度有限,如果能找出解析式,精度就不受作图的限制,也便于进一步分析和运算。

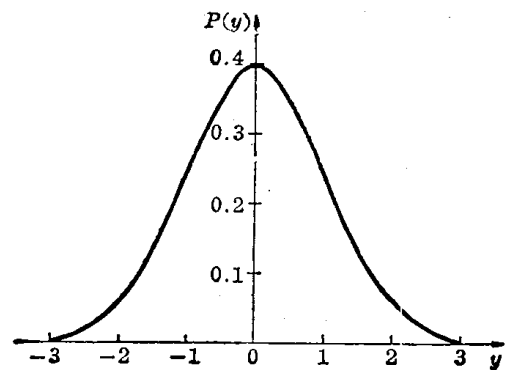


图 1.2.4 归一化高斯分布

通过作图求解析式的最简单情况,是实验图形呈直线的情况,它的解析式是

$$y = m(x-x_0). \quad (1.2.22)$$

如果将直线画出,自然就立刻求出其中的两个未知常数 m 和 x_0 。在画直线时应当照顾到全