

国家教育委员会留学回国人员资助费支持项目
山东省自然科学基金资助项目

经济学中一般均衡理论

★ 王乃静 郎国放 编著 ★



辽宁大学出版社
一九九四年一月

序

1874年法国经济学家、洛桑学派的带头人瓦尔拉斯在其《纯政治经济学原理》一书中提出了一般均衡论，核心内容是用几个代数方程组描述生产、需求、交换、分配和资本形成，在供求平衡、完全竞争、自由交换的条件下，确定均衡价格，达到充分就业、市场结清，生产者获得最大利润，消费者得到最大效用。

100多年来，一般均衡论的研究主要有两个方向。第一个方向是理论研究。美籍匈牙利数学家冯·诺依曼创立了凸集理论、不动点定理等分析工具。英国的希克斯、美国的萨缪尔逊、法国的阿莱(均为诺贝尔经济学奖获得者)，都对一般均衡论的性态作过研究。1954年美国经济学家阿罗、美籍法国数学家、经济学家德布鲁对一般均衡论的发展作出了最大的贡献，他们利用有限维空间上的卡古尼不动点定理严格地证明了一般经济均衡的存在性定理，因此先后荣获诺贝尔经济学奖。正如匈牙利著名经济学家科尔奈所说，他们把一般均衡论推到了“峰顶”。第二个方向是实际应用。美国经济学家、诺贝尔经济学奖获得者列昂惕夫的投入产出分析，由冯·诺依曼提出、筑井甚吉加以具体化的大道模型，哈罗德—多马模型和绝大部分经济计量模型，都是以一般均衡论作为理论基础和指导思想。一般均衡论对经济学的影响是全面、

系统、深刻的，至今仍占统治地位。

改革开放以来，我国经济学工作者对引进、学习西方经济理论的热情很高，在图书、报刊上对一般均衡论作过多次介绍，但大部分局限于100多年以前的原始内容。在阿罗、德布鲁的研究成果之后，一般均衡论又有了新的发展，对此我国读者知之甚少。由王乃静、郎国放两位博士编著的《经济学中一般均衡理论》一书，是我国学者在这方面编著的第一本专著，它对一般均衡论的最新成果作了系统的介绍，如均衡流形、自然投影、 \bar{g} 理论等等。在本书中，作者首次提出了公有制经济的数理经济模型，证明了在规范的市场行为假设下，公有制经济也存在一种市场均衡，这对于推动我国数理经济学的研究无疑将起到重要的作用。我们要建立的社会主义市场经济，将是公有制(含股份制)与其他所有制相结合的混合经济，作者的这项研究成果是进一步深化改革的理论依据之一。

在今后一段时间内，我国仍处于从计划经济向市场经济的过渡时期，在这个时期研究数理经济学是很困难的，因为研究对象，即经济现象、过程和规律的质不稳定，变化很快，要研究其量，即数量表现、数量关系、数量变化及其规律性，困难是很多的。但这决不是说，目前不能研究数理经济学，恰恰相反，科研工作的任务就是解决困难，攻克难关，问题越复杂、越困难，就越要研究。我认为，以成熟的市场经济为参照系，研究各个变量从计划经济向市场经济的演变过程，可能是克服上述困难的一个办法。

60年代以来，爱伟、帕廷金、克洛沃、莱荣霍夫德、巴罗、格罗斯曼、贝纳西等经济学家对非均衡经济理论作了许

多研究，这个研究方向发展很快，影响日益扩大。这种研究一方面向一般均衡论发起了挑战，另一方面它又要以后者为参照系，分析非均衡轨迹对均衡轨迹、非均衡解对均衡解的偏离度，从这个角度来说，非均衡论的研究离不开一般均衡论的研究。

本书的两位作者都是山东经济学院数理经济研究所的青年学者，他们在数理经济学研究中辛勤耕耘、大胆探索、勇于创新的精神，应当大力提倡，受到鼓励。我相信，本书的出版一定能推进我国数理经济学的发展，一定会受到我国广大数量经济学工作者的热烈欢迎。

张守一

1994年1月10日

目 录

序

第一章 一般均衡理论	1
第一节 引言	1
第二节 商品和价格	2
第三节 均衡和纯交换经济	7
第四节 均衡对应和自然投影	14
第五节 Walras 动态系统	21
第二章 消费者与选择理论	29
第一节 偏好和效用函数	29
第二节 消费者行为和个人需求函数	37
第三节 Slutsky 性质	49
第四节 显示偏好性质	58
第五节 间接效用函数	59
第三章 均衡流形	63
第一节 从局部到整体	63
第二节 均衡流形的整体性质	67
第三节 无贸易均衡	72
第四节 均衡流形的丛结构	75
第五节 超额需求的 Jacobi 矩阵和纤维丛结构	77

第四章 自然投影	82
第一节 正则经济	82
第二节 正则经济和均衡	88
第三节 临界均衡	93
第四节 Pareto 最优	98
第五节 正则经济和 Pareto 最优集合	102
第六节 均衡的数量	105
第七节 Pareto 最优集的结构	110
第五章 固定总资源均衡分析	112
第一节 固定总资源均衡集和自然投影	112
第二节 总需求函数	119
第三节 总超额需求函数的其他性质	123
第六章 自然投影和包络理论	131
第一节 两商品两消费者情形	132
第二节 包络理论和一般均衡模型	143
第三节 关于均衡个数的应用	146
第七章 对偶理论	152
第一节 预算约束 Pareto 有效 (BCPE)	
分配概念	153
第二节 对偶性	158
第三节 \bar{g} 理论在一般均衡理论研究中的应用	167

第八章 公有制经济与市场均衡	192
第一节 引言.....	192
第二节 均衡消费及其公理性分析.....	194
第三节 均衡生产及其公理性分析.....	200
第四节 非线性经济均衡模型.....	208
第九章 一般均衡模型的若干推广	228
第一节 引言.....	228
第二节 含不确定性因素的情形.....	230
第三节 一般均衡模型中的时序.....	242
第四节 一般均衡理论中的货币因素.....	254
数学附录	258
第一节 微分几何.....	258
第二节 度理论.....	271
第三节 流形上的微分方程.....	276
第四节 凸分析.....	278
参考文献	282
后记	287

第一章 一般均衡理论

第一节 引言

一般均衡理论是以存在于市场经济体系中的各要素之间的密切而错综的联系为基本背景，研究经济体系的整体和全局的性质，描述和解释有关市场经济的各种错综复杂互相联系的经济现象。

在这些相互联系及其各种经济现象当中，价格是最为重要和引人注意的。价格是所有经济个体可共同分享的信息，在一定条件下，它可以起到调节供给与需求的作用，使得市场上资源能够有效地分配。这种有效分配是指资源既不短缺也不浪费，从而使得社会总供给与总需求达到均衡。我们将研究这种使得供求达到均衡的均衡价格和均衡经济的存在性以及各种局部和整体性质，从而对有关经济现象有一个整体的和全局的了解。

要对这种供给与需求之间的调节进行严密分析，首先要明确价格、商品和经济个体等概念。这些概念的含义似乎显而易见，但事实上并非如此，我们在后面逐步展开讨论。通

过这些概念就完全可以描述单一经济个体的供给与需求，将所有经济个体综合就得到市场上的总供需，由此可以提出切实可行的均衡概念。较为准确地讲，均衡就是由供给等于需求所确定的方程组的解。因此，除了均衡存在性以外，与数学有关的一些问题需要研究，其中包括定性问题和解的个数。这些问题不仅有重要的经济意义，事实上，在研究物理、化学甚至生物学中有关问题时也考虑这些问题。另一类问题是由供需均衡经济模型本身产生的。从经济意义上讲，均衡集合的整体性质要比均衡的共性重要得多。因此，我们不去讨论均衡的共性，而把注意力放在均衡集合的整体性质上。对均衡集合的整体性质的研究以及相应的经济描述构成了本书的主体。

关于社会主义市场经济的均衡问题，本书将在第八章进行专题讨论。整个第八章是作者王乃静博士的研究成果，这些研究成果对于当前我们国家的社会主义市场经济的建设具有理论上的指导意义。

第二节 商品和价格

一、市场与商品

市场是商品交换的场所，市场经济活动的一个基本特征就是各种共存市场的相互作用。要严密而准确地分析这种相互作用就要首先了解每一个单一市场的运行。在每一个单一

市场上进行交换的商品都有许多，不同的市场上交换的商品也不同。例如，粮食市场上进行粮食交易，不论是大米还是玉米，不论什么产地，质量如何，只要是粮食就可以在这里进行交易，并且在粮食市场上仅有粮食交易。类似，股票市场上仅有股票交易。在股票市场上没有人买粮食，而在粮食市场上也不会有人买股票。由此可以看出，通过描述在市场上进行交易的那些商品的本质或者最重要的属性就可以给出这个市场的定义。

实物商品通过它的实物特征定义，实物特征使得这个商品既具有经济意义又区别于其它商品。例如，形状和颜色是重要的属性，常常构成一个商品定义的重要组成部分。但显然形状和颜色并不是仅有的有关属性。从经济学的观点来看，空间和时间也是重要的属性。由于交货的时间和地点的不同，同一实物商品就会有不同的用途，不同的价值。这说明在商品的实物定义和经济定义之间有一个重要的区别，即经济商品一般指定交货的时间和地点。事实上，许多商品没有具体的实物属性。例如，一个律师的服务就没有颜色，尺寸和形状，没有任何物质表现。然而，他们对经济活动的影响毫无疑问说明这种服务属于经济商品。所以商品的物质或者材料存在性并不是必要的。各种各样的属性有很多，可以考虑由保险公司提供的保险服务来进一步理解这一点。

总而言之，商品的属性有许多，各种各样，既有物质的，也有非物质的，不同的商品有不同的属性。对每一个市场而言，都存在一些基本参数或者属性，它们在确定要在这个市场上进行交易的那些商品时起关键作用，或者，从某种程度上讲，这些属性也就确定了这个市场。

二、商品特征

1. 可交换性。这种可交换性，即一商品同另一商品进行交换的可能性，初看起来似乎是普遍的，不值一提，但实际上并非如此。在所谓公共商品中存在不可交换商品。例如国家防务，公共电视等。这些商品的显著特征是经济体系中的每一个经济个体消费的数量都相同，所以交换这样的商品的想法是没有意义的。可交换性的一个必要条件是消费意味着排斥，正是这种排斥性质构成了交换的主要原因。因此，从现在起，我们不考虑公共商品，而仅考虑私有商品，即可交换商品全体的集合。

2. 可度量性。除了可交换性外，市场上的商品必须是可度量的。这种性质包括了量的概念。这个问题在物理学中是普遍存在的。例如质量就是一个可度量的物理量，通过对一个天秤的操作就可判断出两个质量是否相等以及它们的和。对某一商品，如果能找出一个象天秤那样的一个测量工具以及有关的操作理论，就象通过天秤来对质量进行判断那样，那么这个商品就是可度量的。但这显然远离了我们的主题。所以，从现在起，我们假设市场上每一个被交换的商品都是可度量的。这个假设显然是必须的。事实上，如果商品不可度量，则我们也就不可能利用价格和价值这些与市场观点密切相关的概念来确定它们。换句话说，商品可度量性通常隐含在市场概念中。

我们发现，并不是所有的经济商品都是可度量的。例如某些带有象污染这样的外部副作用的商品以及某些公共商品就是不可度量的。但这些商品的生产需要资源，而这些资源也就不能再用于其它方面。所以，由于这种不可度量商品的

存在，造成了市场在资源配置方面的作用受到了限制。市场的这种固有的局限性充分说明了为什么那些使市场机制能够把资源有效分配的措施常常无效。市场不是万能的。

3. 可分性。一个商品称为不可分的，如果这个商品存在一个严格正的最小量。否则称为可分的。严格讲，没有商品是完全可分的。然而，我们容易看到这种可分性假设只是作为近似而被采用，这取决于不可分性的程度。从现在起，我们假设市场上交换的商品都是充分可分的。这种可分性假设的一个重要作用就是方便于数学的分析。

总之，从现在起，我们假设市场上的商品具有可交换性，可度量性和可分性。

三、商品束

因为每一个商品都是可分和可度量的，所以我们可以给每一个商品选一个单位，准确地讲是一个单元量。除特别提出外，单位是任意取定的。

从商品的可交换性知道，要至少存在两个商品才能发生交换。因此，我们假设商品的个数大于或者等于2，同时假设商品个数有限。因此，我们可以利用建立在有限维空间上的数学工具。相比较而言，在处理商品个数无限的情况时则需要更复杂的数学工具。需要指出的是，对那些将时间和不确定性作为其主要成份的市场而言，假设商品个数无限则显得更自然些。以下设 l 代表有限个商品的个数。

我们用 l 维欧氏空间 R^l 表示商品空间。一个商品束就是 R^l 中的一个向量。

$$x = (x^j) = (x^1, x^2, \dots, x^l) \in R^l$$

其中 x^j 代表第 j 个商品的数量，可以是正的，也可以是负的。显然 x 可以用来表示一个经济个体所具有的商品，正的量表示它真正具有该商品的数量，而负的量则对应着它的债务。

四、价格

第 j 个商品的价格 p_j 由一个严格正的实数确定 ($j=1, \dots, l$)，它表示第 j 个单位商品的价值。价格向量 p ，或者价格系统，由 l 个分量 p_j 以向量形式定义：

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_l) \in \mathbb{R}_{++}^l$$

对第 j 个商品而言， x^j 在价格 p_j 下的价值定义为乘积 $p_j x^j$ ，商品束 $x \in \mathbb{R}^l$ 在价格系统 p 下的价值定义为 p 与 x 的内积 $p \cdot x$

$$p \cdot x = p_1 x^1 + p_2 x^2 + \dots + p_l x^l = \sum_j p_j x^j$$

我们通过引进一个类似于货币的商品来研究市场上的商品交换，而不用专门的货币理论，这样做证明是方便的。我们称这个商品为媒介，以区别于货币。这种媒介的作用就是作为度量的一个标准，其它商品的价格都可以通过这个媒介表示，各商品的价值通过这个媒介加以比较。这个媒介的价格量规定为 1。为方便起见，除特别指出外，第 l 个商品取为媒介， $p_l = 1$ 。其次，这种媒介规定也可以看作是研究商品交换的一个必要条件。因为经济个体的决策往往是由价格向量的方向所决定，而不是由向量本身。利用正规化向量来表示方向在数学上是方便的。

我们用 S 表示利用媒介规定之后的价格集合：

$$S = \{p = (p_1, p_2, \dots, p_l) \in \mathbb{R}^l \mid p_j > 0, j=1, \dots, l, p_l = 1\}$$

事实上 S 等同于 \mathbb{R}_{++}^{l-1}

第三节 均衡和纯交换经济

一、消费者与需求函数

我们仅考虑一种类型的经济个体，它的活动就是在市场上进行商品交换，习惯上称为消费者。然而，在某些情况中，这个词会导致误解。事实上，一个投机者作了许多买卖但可能没有消费任何东西。因此，在消费者理论研究中，我们必须把直接的实物消费同买卖活动区别开来。在这一章中，消费者理论是通过一个价格和收入的函数来研究买卖行为的。这样做完全是为了讨论方便。（在下一章中我们将讨论消费者行为的理性基础，它是在一组偏好公理之下来讨论的。）

通过需求函数来定义一个消费者是最方便的办法。这个需求函数描述了一个消费者的需求、价格和收入之间的关系。这是一个定义在价格和收入集合 $S \times \mathbb{R}$ 上取值在商品空间 \mathbb{R}^l 内的映射。这里收入可以简单地取为实数。我们把收入和财富作为同义词，尽管它们的意义在现实世界中有所区别。我们给出这种同义性是因为由收入和财富决定的参数既可以起到收入作用也可以起到财富的作用，这取决于对模型的解释。

设 f_i 是第 i 个消费者的需求函数，元素对 (p, w_i) 的象 $f_i(p, w_i)$ 表示第 i 个消费者在给定价格向量 $p \in S$ 和收入 $w_i \in R$ 条件下所需求的商品束， $f_i(p, w_i) \in R^L$ 。注意，这里的收入可以取严格负的实数，这是有经济意义的，同时也方便于数学上的讨论。但需要指出，在限制商品束和收入严格正的条件下我们同样也可以发展一般均衡理论。

通过需求函数定义消费者体现了个人需求由价格和收入决定这样一个经济学观点。目前，我们是把需求函数作为一个假设条件提出来的。在下一章我们将看到，需求函数实际上是一组偏好公理的必然结果，在那里我们将得到关于需求函数的许多性质，这些性质对以后的讨论是至关重要的。就目前而言，我们仅需要关于需求函数的一个性质：Walras 定律。它的数学形式如下：

$$p \cdot f_i(p, w_i) = w_i$$

这里 $p \in S, w_i \in R$ 。简单讲就是需求价值等于收入。这里，我们是把这个性质作为一个公理。在下一章中可以看到 Walras 性质实际上是一组偏好公理的一个必然结果。

为使交换发生，必须至少存在两个消费者，所以我们假设消费者个数大于或者等于 2 并且有限。这个假设是毫无疑问的。然而有些情况可以利用无限个消费者假设来讨论则显得更自然些。但对大多数情况而言，有限假设就够了。以下设 m 表示消费者个数。

二、纯交换经济

一个纯交换经济(或纯交换市场经济)组成如下: l 个指定的商品; m 个消费者以及相应需求函数 f_i , $i=1, \dots, m$; 每个消费者的初始资产 ϕ_i , $i=1, \dots, m$ 。这里的初始资产表示消费者在进入市场时本身具有的商品束, $\phi_i \in R^l$, 因此既不是财富也不是收入。它可以看作是第 i 个消费者(也就是经济个体)对市场的供给。我们用 $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_m) \in R^{lm}$ 表示这 m 个消费者的初始资产。由上述定义可知, 一个纯交换经济是通过商品、个人需求和初始资产这三个经济参数来描述的。

实际上, 这里的纯交换经济模型可以解释为一个贸易经济体系, 在这里, 每个经济个体把自己的商品束交换所需的商品束, 使自己的收益或者效益得到改进甚至极大化(受预算约束)。我们将在下一章中看到这一点。

一个纯交换经济简记为 $(l, (f_i), \phi)$ 。

三、均衡概念

市场的作用是让消费者之间在给定的价格下进行商品交换。考虑第 i 个消费者, 它在进入市场时具有初始资产 $\phi_i \in R^l$, 价格为 $p \in S$ 。根据这些信息, 经过计算可知它的财富 $w_i = p \cdot \phi_i$ 。另外需求函数也已知。这样, 决定第 i 个消费者需求的所有参数都已掌握。所以, 它所需求的商品束是 $f_i(p, p \cdot \phi_i) \in R$ 。总需求是所有消费者个人需求之和:

$$\sum_i f_i(p, p \cdot \phi_i)$$

为满足所有个人需求，必须要求每一个商品的总需求小于或者等于同一商品的总供给。因为总供给等于 $\sum_i \phi_i$ ，所以我们有如下定义：

定义 1.3.1: 价格向量 $p \in S$ 称为纯交换经济 $(L, (f_i), \phi)$ 的均衡价格向量，如果下列不等式成立：

$$(1.3.1) \quad \sum_i f_i(p, p \cdot \phi_i) \leq \sum_i \phi_i$$

我们首先证明一个简单结论，也就是在均衡价格处，不仅所有个人需求被满足，即不存在任何商品短缺，而且总资源也被充分利用，即没有商品的超额供给。这个结论本质上是由 Walras 定律所保证的。它被叙述为下面的定理。

定理 1.3.1 价格 $p \in S$ 是纯交换经济 $(L, (f_i), \phi)$ 的均衡价格的充分必要条件是：

$$(1.3.1) \quad \sum_i f_i(p, p \cdot \phi_i) = \sum_i \phi_i$$

注意，(1.3.2) 是向量恒等式，它说明在均衡价格处每一个商品的供需相等。

证明：充分性是显然的。下面我们用反证法证明必要性。假设不然，即 (1.3.1) 成立但 (1.3.2) 不成立，也就是说

$$\sum_i f_i^j(p, p \cdot \phi_i) < \sum_i \phi_i^j, \quad j=1, \dots, l$$

并且至少存在某个 j 使得上述相应不等式为严格小于不等式。用 p_j 乘上述相应不等式的两端，然后相加得到