

数学建模竞赛

赛题简析与论文点评

赫孝良 戴永红 周义仓



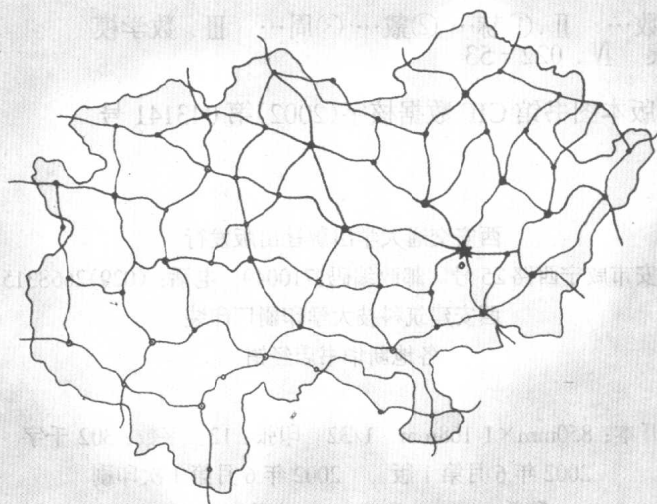
西安交通大学出版社

数学建模竞赛

赛题简析与论文点评

(西安交大近年参赛论文选编)

赫孝良 戴永红 周义仓



西安交通大学出版社

· 西 安 ·

内 容 提 要

本书由两部分内容组成:第一部分是西安交通大学近年参加国内外大学生数学建模竞赛的部分获奖论文;第二部分是该校教师十多年来开展数学建模教学和竞赛工作的探索与实践,和部分参加过数学建模课程学习与竞赛学生的体会。本书将学生在参赛过程中所提交的论文未加修饰地按原貌展示出来,并进行了适当的点评,使读者可以看到在建模竞赛期间学生可以做到何种地步,为广大参赛同学提供一份真实的竞赛参考资料。

本书的读者对象是从事数学建模教学、竞赛的高等院校教师和学生,也供对此有兴趣的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模竞赛赛题简析与论文点评/赫孝良,戴永红,
周义仓编著. —西安:西安交通大学出版社,2002.6
ISBN 7-5605-1527-4

I. 数… II. ①赫… ②戴… ③周… III. 数学模
型-文集 IV. 022-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 043141 号

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)

西安建筑科技大学印刷厂印装

各地新华书店经销

*

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:12 字数:302 千字

2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 1 次印刷

印数:0 001~5 000 定价:16.00 元

发行科电话:(029)2668357,2667874

序 言

“数学建模”(Mathematical Modeling)作为一个词汇问世,不过是近几十年的事情,可是,在数学产生、发展的历史长河中,人们用建立数学模型的办法解决需要寻求数量规律的现实问题,并获得巨大的成功,是不乏先例的。在高科技,特别是计算机技术迅速发展的今天,计算和建模更是正在成为数学科学技术转化的主要途径。教育必须反映社会的实际需要,因此,数学建模进入大学课堂,顺应了时代发展的潮流。

长期以来,在数学教学改革中,人们一直在探索既能保证学生在分析计算、逻辑推理等方面得到严格的训练,又能培养学生运用数学知识解决实际问题能力的途径。将数学建模引入大学课堂,不失为在不打乱正常教学秩序下,数学教学体系、内容和方法改革的一项试验。

十几年来,数学建模课堂教学和竞赛活动相互促进、相得益彰,其内涵之丰富和规模之庞大,在数学乃至整个大学教育中都是少见的。全国大学生数学建模竞赛的规模从1992年的74所学校、314队,发展到2001年的529所学校、3861队。赛题涉及的领域在扩大,质量在提高。许多学校,包括西安交通大学,还经常举办校内的建模竞赛,再加上参加培训的、数倍于参加竞赛的同学,这项活动的受益面是相当可观的。

数学建模竞赛之所以得到大学生如此热烈的欢迎,还在于它符合培养学生创新能力和综合素质的需要。学校里通常的教学方式是,老师一门课、一门课地讲授,学生一个人、一个人地学习、考试。而数学建模竞赛的内容和方式却在培养知识的综合性、能力的创造性、以及团队合作精神、顽强拼搏意志等方面,显示出独特

的优势,是学生在大学阶段难得的一次近似于真刀真枪的综合训练,在一定程度上模拟了学生毕业后工作时的情景。数学建模竞赛既丰富、活跃了广大同学的课外生活,也为优秀学生脱颖而出创造了条件。

创新是社会发展的动力,培养学生的创新意识和能力,是学校教育的重要方面。数学建模竞赛为同学们发挥想象力和创造力提供了充分的余地。虽然每道赛题的命题人事先给出了参考答案,可是,在论文评阅中专家们发现,同学们得到的结果千变万化,许多都超出了命题人提供的解答和评阅人事先的设想。大家可以从这本集子中收集的优秀论文看出,在短短的三天里,同学们潜在的能力得到了怎样的发挥。

“三天参赛,终生受益”,是众多参赛同学的共同心声,也在这本集子中得到充分的反映。一般的经验和体会已经说得很多了,这里我只提及集子中一篇题为“新鲜与挑战——学数学建模有感”的文章,在叙述了从一年级到三年级接触数学建模的过程后,这位同学说:“数学建模以其新鲜、有趣吸引了我,更以它的挑战性诱惑了我,我会加油的”。这启示我们,应该加强竞赛的新颖性和挑战性,以适应不断变化的时代和朝气蓬勃的青年的需要。

最后,我要提及这本书的编者,他们常年辛勤工作在数学建模教学和竞赛的第一线,以精湛的指导能力,一丝不苟、认真细致的工作态度,任劳任怨、不计报酬的奉献精神,得到同学们由衷的称赞。这本集子中好几篇文章表达的同学们对他们的深厚感情,大概是从从事普通教学的老师无法享用的。

姜启源

2002年5月

前 言

十多年来,数学建模教学和大学生数学建模竞赛在我国蓬勃发展,对数学课程的教学改革和高素质的人才培养起到了巨大的推动作用。这一活动在一个学校怎样进行,怎样发展,对参与这项活动的教师、学生带来了什么,在竞赛中学生能做什么,写出怎样的论文,是所有关心这项活动的人们所重视的问题。《数学建模竞赛 赛题简析与论文点评》收集了近年来我校在这方面工作的有关资料,主要由两部分组成:第一部分是西安交通大学近年来参加全国和美国大学生数学建模竞赛的部分获奖论文;第二部分是西安交通大学十多年来开展数学建模教学和竞赛工作的总结,也收集了几位参加过数学建模课程学习和国内外大学生数学建模竞赛学生的体会。

在第一部分里,我们将我校学生在参赛过程中所提交的论文“原汁原味”地按原貌展示出来,使读者可以看到在建模竞赛期间(72小时内)学生可以做到何种地步。每年全国和美国大学生数学建模竞赛结束后国内外都出版一些参赛者的优秀论文,这些论文是从成百上千篇优秀论文中筛选出的精华,反映了当年竞赛的最高水平。本书中所提供的这些论文获得过全国、美国或陕西赛区的一、二等奖,我们没有进行任何加工,保持了竞赛的原始状态。文章的论述不一定严密,结论不一定完整,甚至有些小错误,但这反映了建模过程中“没有最好、只有更好”这一永远追求的奋斗精神。我们尝试着对所涉及的竞赛题做一点简单的分析,对题目的意图及优秀答卷应具有的特点简单地加以说明;也对所选的论文做了简单的点评,指出论文的优缺点,目的是为广大参赛同学提供一份真实的竞赛参考资料。

第二部分涉及我们对数学教育的认识,对数学建模的体会、数学建模教学与竞赛工作的过程、教学方法和案例,以及对数学建模的进一步思考。数学是当代高科技的一个重要组成部分和思想库,培养学生应用数学的意识和能力是数学教学的一个重要方面。数学建模是联系数学与实际问题的桥梁,是数学在各个领域广泛应用的具体实现,是数学向科学技术转化的主要途径。数学建模在科学技术发展中的重要作用越来越受到数学界和工程界的普遍重视,它已成为现代科技工作者必备的重要能力之一。数学建模教学和竞赛具有难度大、涉及面广、形式灵活、对教师和学生要求高等特点,需要不断探索、不断创新、不断完善和提高,特别需要教师长期的奉献。数学建模工作的深入需要教师更多的投入,需要精彩的教学案例,需要探索式的教学模式,也需要渗透、融入到各门课程的教学之中。

第二部分还收集了学生参加数学建模活动的体会,这些是他们在参加过数学建模课程学习、数学建模问题讨论、数学建模竞赛培训和数学建模竞赛以后的切身体会,也包含了他们对数学建模活动的建议和期望。数学建模涉及千姿百态的实际问题,比其他传统课程更能激励和训练学生的思维激情和创造能力,它连接起实际问题、数学知识与计算机应用能力,能很好地培养大学生从科技问题原型提出数学模型的能力、快速反应的能力以及知识的自我开拓与更新能力,还能培养竞争意识与协作精神等等难得的科研素质。数学建模的学习与竞赛更多的是一种意识,一种刻骨铭心的应用意识、挑战意识、创新意识以及现实而客观的态度。从事数学建模教学和竞赛工作十多年,我们有拼搏的欢乐,也有奋斗的艰辛,但最令我们欣慰的是数学建模课程、数学建模竞赛对学生能力的培养。对他们一生有如此重大的影响,这是我们始料不及的,所以我们收集了这些同学的体会,希望更多的同学能参与数学建模活动,获得更大的收获。

姜启源先生多年来为全国数学建模教学和数学建模竞赛的开

展倾注了大量的心血,也十分关心本书的出版,专门为本书撰写了序言。在此,我们向姜启源先生表示诚挚的感谢。

借此机会,我们感谢多年来和我们一起拼搏奋斗的同学,是他们对知识的渴望、对数学建模活动的热情,督促我们一直坚守在数学建模工作第一线。我们感谢西安交通大学理学院、教务处、图书馆等单位和个人,长期来在人员、经费、图书资料、智力、技术方面的支持,使得我们的工作能够顺利进行。我们感谢全国、陕西赛区组委会的辛勤工作,使得我们的竞赛工作不断深入,受益面逐年扩大。

与数学建模类似,本书的思想、内容与写作也需要不断地完善,书中的错误与不足之处恳请读者批评指正。

编者

2002年5月

目 录

序言
前言

上篇 赛题与论文

1 投资的收益和风险

- 1.1 竞赛题 (3)
 赛题简析 (4)
- 1.2 参赛论文一:公司投资组合的风险收益分析..... (5)
 论文点评..... (21)
- 1.3 参赛论文二:最佳投资方案 (22)
 论文点评..... (38)
- 1.4 参赛论文三:有关组合投资的理论与应用模型 (39)
 论文点评..... (58)

2 灾情巡视路线

- 2.1 竞赛题..... (59)
 赛题简析..... (60)
- 2.2 参赛论文一:关于灾情巡视路线的模型 (61)
 论文点评..... (76)
- 2.3 参赛论文二:灾情巡视路线模型 (76)
 论文点评..... (90)

3 DNA 序列分类

3.1 竞赛题	(91)
赛题简析	(95)
3.2 参赛论文:DNA 序列分类	(96)
论文点评	(108)

4 公交车调度

4.1 竞赛题	(109)
赛题简析	(113)
4.2 参赛论文:公交车调度的建模与仿真	(115)
论文点评	(135)

5 MRI Scanners

5.1 竞赛题	(136)
赛题简析	(138)
5.2 参赛论文一:Image Reconstruction in MRI	(139)
论文点评	(154)
5.3 参赛论文二:A Quick Algorithm for MRI Problem ...	(155)
论文点评	(170)

6 Grade Inflation

6.1 竞赛题	(171)
赛题简析	(172)
6.2 参赛论文:Place Students in Deciles Reasonably ...	(173)
论文点评	(193)

7 Deep Impact

7.1 竞赛题	(194)
赛题简析	(195)

7.2	参赛论文:The Assessment Method of Impact	(195)
	论文点评	(208)
8	Unlawful Assembly	
8.1	竞赛题	(209)
	赛题简析	(210)
8.2	参赛论文:How to Calculate the “Lawful Capacity” in the Constrained Condition	(211)
	论文点评	(228)
9	Ground Pollution	
9.1	竞赛题	(229)
	赛题简析	(231)
9.2	参赛论文:Determination of Groundwater Pollution ...	(232)
	论文点评	(247)
10	Air Traffic Control	
10.1	竞赛题.....	(249)
	赛题简析.....	(250)
10.2	参赛论文:The Model for Measuring Complexity of Air Traffic Control Predicting and Adjusting Path Conflicts	(251)
	论文点评	(281)
11	Elephants: When is Enough, Enough?	
11.1	竞赛题.....	(282)
	赛题简析.....	(285)
11.2	参赛论文:Population Control Model with Self - adaptive Algorithm	(286)
	论文点评	(318)

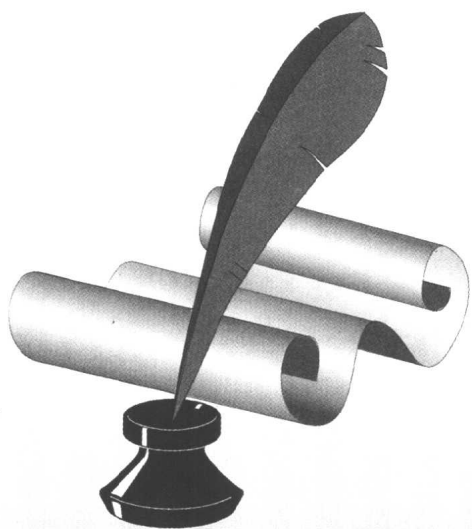
下篇 探索与收获

西安交通大学数学建模教学和竞赛的探索与实践

赫孝良 戴永红 周义仓·····	(321)
新鲜与挑战——学数学建模有感 谢景明·····	(343)
加强建模意识,全面提高人的素质 王晓钰 ·····	(344)
我学数学建模的收获 景轩·····	(346)
关于数学建模的几点体会 李辉·····	(347)
我谈数学建模 李杰·····	(349)
数模思考录 李晓荣·····	(351)
终南捷径——回顾数学建模竞赛 张伟斌·····	(358)
一起走过的日子 洪微·····	(362)
竞赛随笔 薛畔伟 张来峰 李晓雁·····	(369)

上 篇

赛题与论文



1 投资的收益和风险

1.1 竞赛题

投资的收益和风险^①

市场上有 n 种资产(如股票,债券,...) $S_i (i=1, \dots, n)$ 供投资者选择,某公司有数额为 M 的一笔相当大的资金可用作一个时期的投资。公司财务分析人员对这 n 种资产进行了评估,估算出在这一时期内购买 S_i 的平均收益率为 r_i ,并预测出购买 S_i 的风险损失率为 q_i 。考虑到投资越分散,总的风险越小,公司确定,当用这笔资金购买若干种资产时,总体风险可用所投资的 S_i 中最大的一个风险来度量。

购买 S_i 要付交易费,费率为 p_i ,并且当购买额不超过给定值 u_i 时,交易费按购买 u_i 计算(不买当然无须付费)。另外,假定同期银行存款利率是 r_0 ,且既无交易费又无风险。($r_0=5\%$)

1) 已知 $n=4$ 时的相关数据如下:

S_i	$r_i(\%)$	$q_i(\%)$	$p_i(\%)$	$u_i(\text{元})$
S_1	28	2.5	1	103
S_2	21	1.5	2	198
S_3	23	5.5	4.5	52
S_4	25	2.6	6.5	40

① 1998 年全国大学生数学建模竞赛 A 题。

试给该公司设计一种投资组合方案,即用给定的资金 M ,有选择地购买若干种资产或存银行生息,使净收益尽可能大,而总体风险尽可能小。

2) 试就一般情况对以上问题进行讨论,并利用以下数据进行计算。

S_i	$r_i(\%)$	$q_i(\%)$	$p_i(\%)$	$u_i(\text{元})$
S_1	9.6	42	2.1	181
S_2	18.5	54	3.2	407
S_3	49.4	60	6.0	428
S_4	23.9	42	1.5	549
S_5	8.1	1.2	7.6	270
S_6	14	39	3.4	397
S_7	40.7	68	5.6	178
S_8	31.2	33.4	3.1	220
S_9	33.6	53.3	2.7	475
S_{10}	36.8	40	2.9	248
S_{11}	11.8	31	5.1	195
S_{12}	9	5.5	5.7	320
S_{13}	35	46	2.7	267
S_{14}	9.4	5.3	4.5	328
S_{15}	15	23	7.6	131

赛 题 简 析

本题是关于一类投资组合的决策问题,内容是在资金总额固定的情况下,对一批成本—收益—风险各不相同的项目进行选择投资,以求减少风险,获得最大的经济效益。这个问题具有广泛的背景,许多不同领域里的问题都可以归结为类似的问题,如出版社对 n 种不同书籍选择出版问题,商店在 n 种货物中选择订购问题

等等。同时,这也是社会生活中的热点问题,受到人们的普遍关注。因此,讨论此类问题是很有意义的。

此问题有一定的难度,给参赛者较大的发挥余地。此题有如下特点:

1. 交易费问题。题中给出的交易费类型,从数学上看是非连续和非凸函数,因此放到目标函数和约束条件中求解优化问题有一定的困难,没有完全现成的方法可直接套用。

2. 风险问题。风险是人们非常熟悉但又没有统一标准的一个量。题中明确规定,总体风险用所投资品种中最大的一个风险来度量。这种度量反映了风险损失一般不会同时发生的现实。然而,金融风险还有其它度量定义,这会给参赛者带来一些麻烦。

3. 多目标优化问题。追求大的利益和小的风险构成一个二目标优化问题,通常需要化为单目标问题来求解。如何化为单目标问题,依赖于决策者对收益和风险的理解和偏好,因而不是不惟一的。对在不同偏好下得到的结果进行分析、比较,将是很有意义的。

1.2 参赛论文一

公司投资组合的风险收益分析

管鸣宇 许峰 林咏华

指导教师 赫孝良

摘 要

本模型在多方案多目标的前提下,先用线性加权的方法将多目标转化成为单目标函数,而加权系数由算法计算求得,然后引入极陡峭函数对非线性变量——交易费率进行了线性化处理,这样形成单目标线性规划函数后,利用单纯形法进行处理,在得到了建