过渡现象

〔日〕大槻 乔 主编
陈诗闻 译 王凯 校

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书原系日本大学讲义，运用数学工具分析过渡现象的物理概念，第一章阐述集中参数电路的过渡现象；第二章介绍拉普拉斯变换及其逆变换等数学方法；第三章叙述分布参数电路过渡现象的解法；第四章介绍过渡现象在自动控制系统方面的实际应用。本书概念清楚，简明扼要，举例较多，使读者能熟练掌握各种过渡现象的解法。每章都附有习题及解答。本书适合于从事电子技术、电工技术、自动控制等方面的科技人员、高等院校师生参考。

过 渡 现 象

〔日〕大槻 乔主编

陈诗闻 译

王 凯 校

*

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

天津新华印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

*

开本：787×1092 1/32 1981年9月 第一版

印张：6 20/32 页数：106 1981年9月天津第一次印刷

字数：149千字 印数：1—6,800册

统一书号：15045·总2447—有5189

定 价：0.69元

原　序

有关电路的论述，主要阐说正弦波定常解的《电气回路》一书，已于今年春天出版。这次决定出版其续编《过渡现象》，不胜欣悦！

电气回路在进行操作时，按实际的电路参数，几乎都伴有过渡现象。欲分析过渡现象，需写出电气回路的微分方程，然后求微分方程的解。为了简便求解，出现了海维赛演算子法。进一步合理的处理就是拉普拉斯变换。甚至可以说，过渡现象的求解过程就是拉普拉斯变换的过程。

但这样一来往往容易忽略其物理意义，故本书首先用数学来分析物理概念，由浅入深，遁序渐进，以期达到彻底理解，熟练地掌握各种过渡现象的解法。

在第一章，对集中参数的种种基本电路因电源电压变化或参数变化所引起的过渡现象加以说明，尽可能多举例题，使读者在遇到颇为复杂的问题时不感觉困难。

第二章以拉普拉斯变换为题，简单涉及海维赛演算子法，同时由傅里叶级数讲到傅里叶变换，进一步详述正文的拉普拉斯变换及逆变换。给出了许多例题，以便使读者对各种过渡现象问题都能迎刃而解。

第三章论述分布参数电路的一般解法。不言而喻，应用于输电线和通信线；脉冲技术的波长较短，电子仪器的布线和线圈等也应视作分布参数来处理。本章从二导体系到多导体系以及线路上的损耗的影响都作了定性的考虑。

第四章以自动控制系统为题，说明过渡现象的实际应用范

围。在给出自动控制系统的基本结构的同时，阐述其中的机械动作可以同电气回路作类似的处理。

各章还提出了十来个习题（并在书末给出其简略解答），希望借此在理论上有透彻的理解。某些电现象不能眼见，但这些现象和数理的解析非常一致。所以，只有做一下练习才能对问题有确切的理解这样说是不过份的。

本书请了各领域的专家来执笔以期完善，但错误在所难免，发现之处倘蒙无保留地指出，是所至幸。

大槻　乔

1967年7月30日

译　者　序

自然界的任何事物，它的能量在一定条件下具有一定的形式，表现出一定的稳定状态。如果条件改变，状态也要随着改变。但因物质所具有的能量不能突变，故从原来的稳定状态达到新的稳定状态要经过一个过渡过程。

在电路中由于换路（包括电路的接通、切断、短路、电动势改变或电路常数改变）引起能量的变化，这种变化不能突然发生，必须经过一定时间。例如电感性电路中，电路存有磁能$\frac{1}{2}Li^2$，当换路时，磁能不能突变，反映出流过电感上的电流不能突变；而在电容性的电路中，电路储有电能$\frac{1}{2}Cu^2$，换路时电能不能突变，反映在电容上的电压不能突变。

研究电流、电压随时间的变化规律和电路参数对变化快慢的影响，是过渡现象所要解决的问题。过渡现象尽管时间极为短暂，但对实际工作起着重要的作用。

电子线路中过渡现象的论述，散见于一些书的章节。日本大槻乔主编的《过渡现象》是这方面的专著。

本书从物理概念入手，运用数学工具进行分析，并结合实际应用，最后推广到自动控制、机械系统中。阐述由浅入深、举例较多，概念清楚，简明扼要。每一章都有相应的习题，便于读者思考以加深对问题的理解。

书中所述及的拉普拉斯变换和逆变换、褶积、网络函数、阶跃响应、脉冲响应等是近年来日益广泛应用于电子线路中的数学方法。掌握了这些方法，不管遇到的线路结构如何复杂，

其工作状态可按编就的程序用电子计算机求得其数值解。这些内容在六十年代是较为新颖的，在目前也不失其先进性。

原书由四人执笔，各章衔接有欠严密之处，如第二章开头和第一章稍有重复，第三章自然对数的底的符号用 ε，但这些缺点不严重。对原书中的印刷错误，译时已作了改正。

本书对于从事电子、电工技术、自动控制的科技人员、高等学校的师生都有参考价值。

由于本人水平所限，译本中不免有缺点和错误，热忱希望读者批评指正。

陈诗闻

1978年11月

目　录

第一章　集中参数的电路

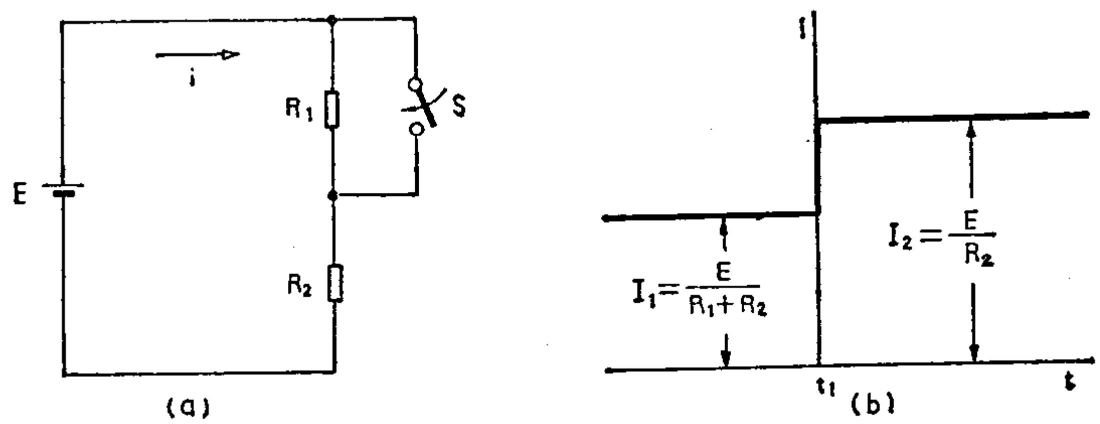
本章中，将电路中的电阻、电感和电容看作集中而不变的元件，来说明关于常见电路的过渡现象。我们从什么是过渡现象这样最基本最简单的问题到很复杂的问题来进行研究。过渡现象的范围相当广泛，读者通过本章能了解到它的概要。

1·1 电路的过渡现象

电路的电源电压、元件及其组合一经决定，就不难算出电流和端电压。像这种电路状态已确定的电流或端电压，可按“电气回路”或“交流理论”的问题来求解。其解称为**定态解**或**定常解**。可是，在电路状态变化时，例如接上电源、或短路电路中的元件等变成另一电路状态时，电路的电流和端电压的变化不能马上达到新的稳定状态，也就是有一个不能按通常交流理论计算的演变状态。这个期间称为**过渡期**(transient period)，过渡期的状态称为**过渡状态** (transient state)，出现过渡状态的现象称为**过渡现象**(transient phenomena)。

在电路状态变化时，是不是都会发生过渡现象呢？这也不尽然。譬如第1·1图(a)的电路，于$t=t_1$时合上开关S的同时，电流从I_1变到I_2。I_1和I_2分别为电路状态的定常解，这时过渡期为零，过渡现象不发生。只有电阻的电路不发生过渡现象。

那么什么情况下才产生过渡现象呢？电路元件除电阻之外还有电感和电容时，电感贮存电磁能，电容储存静电能。因为



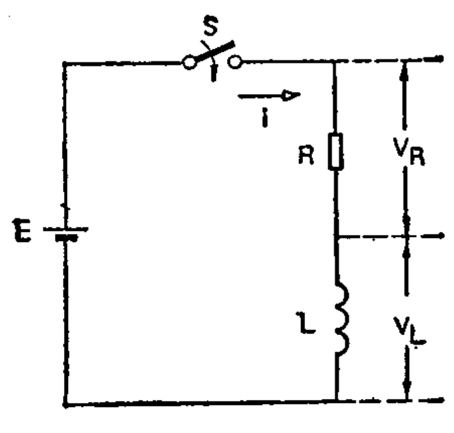
第1·1图　没有过渡现象的情况

能量是功之源泉，靠能量使电流流过，于是会出现不能从电路本身预测的其它现象。即使最初没有能量储存，由于电感和电容由电源吸取能量而使电流变化。电路中有电感或电容时，就有不同于定常电流的过渡电流流过，于是过渡现象就发生了。

只有电感或只有电容的电路称为**单能电路**，两者同时存在的称为**复能电路**，它的过渡现象问题稍微复杂些。

1·2　R-L直流电路

【1】　接上电源的情况



第1·2图　R-L电路

如第1·2图所示，在电阻 R 和电感 L 的串联电路中加直流电压 E 时，若设流过的电流为 i，此时因 i 而在电阻 R 上产生的电压降为 $v_R=Ri$，在电感 L 上产生 $v_L=L\dfrac{di}{dt}$ 的反电动势。所以，若在 $t=0$ 时合上开关，则 $t\geqslant 0$ 时有

$$E = v_R + v_L = Ri + L\frac{di}{dt} \qquad (1\cdot1)$$

成立。

将(1·1)式变形，有

$$\frac{E}{R} = i + \frac{L}{R}\frac{di}{dt}, \qquad \frac{E}{R} - i = \frac{L}{R}\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{i - \frac{E}{R}} = -\frac{R}{L}dt \qquad (1\cdot2)$$

将(1·2)式两边积分，得

$$\log_e\left(i - \frac{E}{R}\right) = -\frac{R}{L}t + A \qquad (1\cdot3)$$

这里A是积分常数。

将(1·3)式变成指数函数的形式，则为

$$i - \frac{E}{R} = e^{-\frac{R}{L}t + A} = Be^{-\frac{R}{L}t} \qquad (1\cdot4)$$

这里$B = e^A$，B是常数，由A决定。作为微分方程（1·1）式的解，求出(1·4)式就已足够了，但作为电工学的问题必须定出B的确切的值。

为了决定(1·4)式中的B值，现在来看一看第1·2图中合上开关时，是否有电流流过。在开关即将接通前的$t = 0-$时，显然$i = 0$，这称为**第一种初始条件**。将(1·1)式变形：

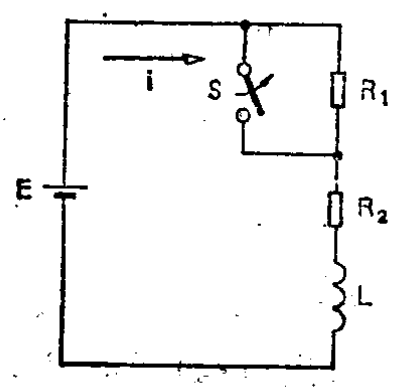
$$E - Ri = L\frac{di}{dt}$$

$$\int_{0-}^{0+}(E - Ri)\,dt = \int_0^i L\,di = L\Delta i = 0 \quad (1\cdot5)$$

(1·5)式中，开关即将接通前记作$t = 0-$，刚接通记作$t = 0+$。若设$(0+) - (0-) = 0$，即忽略开关接通的时间时，因这个

时间差为 0，所以在$(E-Ri)$为有限值时，(1·5)式左边的积分为 0。假设这期间电流的变化为Δi，则Δi也为 0。由于 L 不变，$L\Delta i=\Delta(Li)$表示磁通互连数的变化。于是接通开关的前后磁通互连数没有变化。这称为**磁通互连数不变的原理**，是处理过渡现象常用的原理。

由(1·5)式看出，流过电感的电流在开关合上或断开的暂短时间（理论上是零秒）内电流不变。从而第1·2图上$t=0-$时$i=0$，$t=0+$时亦$i=0$。第1·3图中开关 S 断开之前 $i=\dfrac{E}{R_2}=I_0$，故$t=0+$时亦$i=I_0$。这样，$t=0+$时的条件称为**第二种初始条件**。求过渡现象的式子时所必要的是第二种条件。第一种条件由电路直接可知，从第一种条件推导第二种条件是研究过渡现象时相当重要的手段，这点在以后还要详细说明。除非事先说明，一般就认为给出的是第二种条件。例如第1·2图中第二种条件是$t=0+$时$i=0$，通常多写作$t=0$时$i=0$。



第1·3图　电阻变化的R-L电路

(1·4)式中，$t=0$时$i=0$，所以

$$-\frac{E}{R}=B$$

则有

$$i=\frac{E}{R}-\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)=I_0\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right) \qquad (1·6)$$

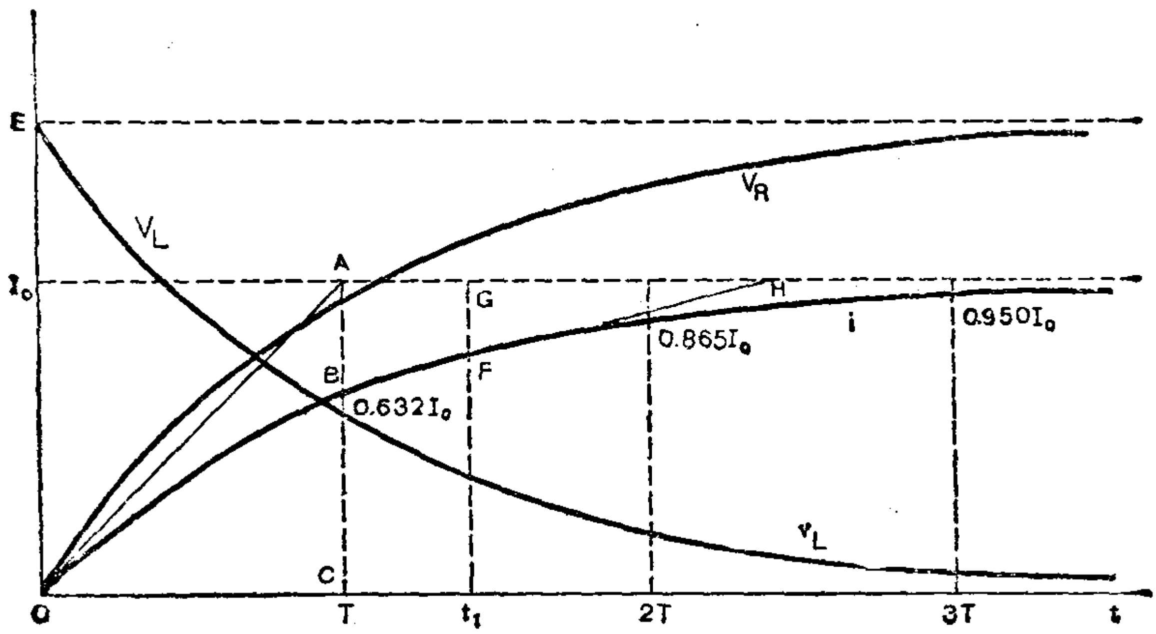
这是第1·2图电路的过渡现象的解。这里 $T=\dfrac{L}{R}$ 称作**时间常数**(time constant)，是表示过渡现象持续时间长短的尺度。T 大时现象变化缓慢，T 小的时候变化迅速。

现在来分析(1·6)式。$t=0$ 时 $e^{-\frac{R}{L}t}=1$，因而 $i=0$。若 $t=\infty$ 即 $e^{-\frac{R}{L}t}=0$，电流便达到其最终值 $I_0=E/R$。因有

$$\left.\begin{aligned} v_R &= Ri = E\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right) \\ v_L &= L\frac{di}{dt} = Ee^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned}\right\} \qquad (1\cdot7)$$

最初的电源电压几乎都加在电感上，随着时间的增加，电压逐渐移到电阻，$t=\infty$ 时全部电压都加在电阻上，电感对线路丝毫没有影响。

将（1·6）式和（1·7）式若用图表示即为第1·4图。



第1·4图 R-L电路的过渡现象

在电流曲线上，由（1·6）式知

$$\frac{di}{dt}=\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (1\cdot8)$$

因此，$t=0$ 时

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=\frac{E}{L}$$

这就是从原点作电流曲线的切线的斜率，此切线和直线I_0A的交点若为A，则

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0}=\frac{E}{L}=\frac{\overline{AC}}{\overline{OC}}$$

$$\overline{OC}=\frac{L}{E}\times\overline{AC}=\frac{L}{E}\cdot\frac{E}{R}=\frac{L}{R}=T \qquad (1\cdot9)$$

$\overline{OC}$即表示时间常数。

下面用F点表示对应任一时刻t_1的电流。若设F点的切线和I_0A直线的交点为H，则

$$i_{t=t_1}=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t_1}\right),\quad \overline{FG}=\frac{E}{R}-i_{t=t_1}=\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t_1}$$

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=t_1}=\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t_1}$$

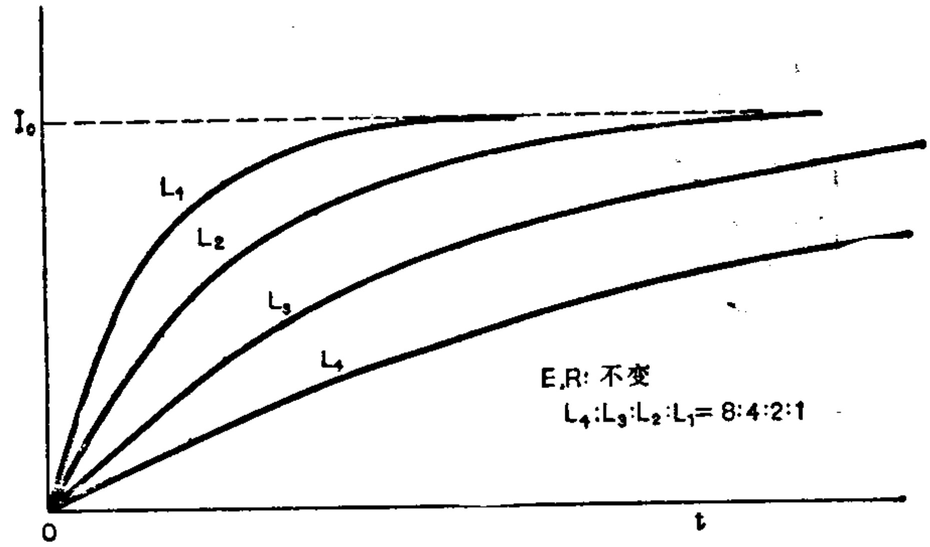
$$\frac{\overline{FG}}{\overline{GH}}=\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=t_1}=\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t_1}$$

$$\overline{GH}=\overline{FG}\cdot\frac{L}{E}e^{\frac{R}{L}t_1}=\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t_1}\cdot\frac{L}{E}e^{\frac{R}{L}t_1}$$

$$=\frac{L}{R}=T \qquad (1\cdot10)$$

$t=T$时$i=I_0(1-e^{-1})=0\cdot632I_0$；$t=2T$时，$i=I_0(1-e^{-2})=0\cdot865I_0$，以下经同样的计算作表得第1·1表。$t=3T$达最终值

的95%；$t=4T$时达最终值的98%。实际上达最终值的98%左右时就可以看作过渡现象已经结束，所以经过了时间常数的四倍的时间就可以认为已达到稳定状态。



第1·5图　固定E和R而改变L的情况

第1·1表

t/T	i/I_0
0	0
1	0.632
2	0.865
3	0.950
4	0.982
5	0.993

如上所述，可用时间常数判定过渡现象的快慢。譬如将E和R固定而改变L，随着L变大而时间常数增加，可得第1·5图所示的结果。

同理，第1·6图给出在E和L一定时，改变R时的电流曲线。

【例题1·1】 求出第1·7图中在$t=0$打开开关时的电流。

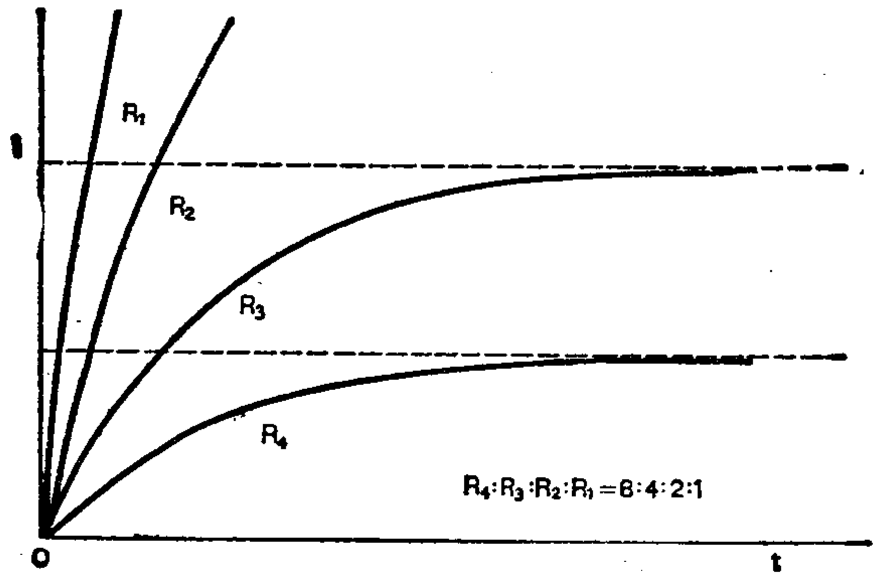
【解】 开关打开前$t=0-$时$i=E/R_1$，$t\geqslant 0$时微分方程为

$$(R_1+R_2)i+L\frac{di}{dt}=E$$

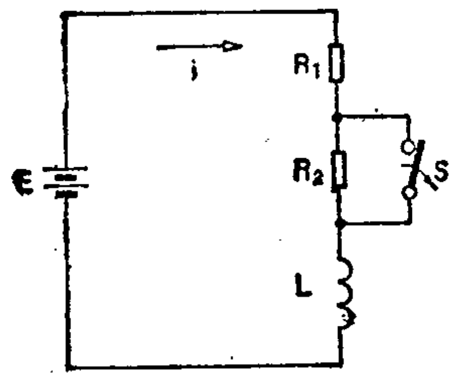
因此，和解(1·1)式一样，得

$$i=\frac{E}{R_1+R_2}+Be^{-\frac{R_1+R_2}{L}t}$$

因为电路中有电感，故$t=0-$时的电流和$t=0+$时的电流相同。从而在



第1·6图　固定E和L，改变R的情况



第1·7图

$t=0+$时电流也为$i=E/R_1$，由于$t=0$时$i=E/R_1$，因此得

$$\frac{E}{R_1}=\frac{E}{R_1+R_2}+B$$

$$\therefore B=\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_1+R_2}\right)E=\frac{R_2\mathrm{E}}{R_1(R_1+R_2)}$$

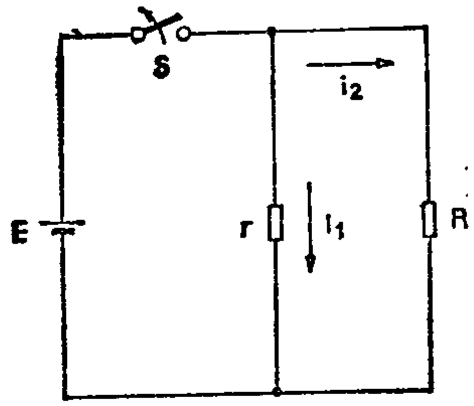
$$i=\frac{E}{R_1+R_2}+\frac{R_2E}{R_1(R_1+R_2)}e^{-\frac{R_1+R_2}{L}t}$$

此例中时间常数$T=\dfrac{L}{R_1+R_2}$

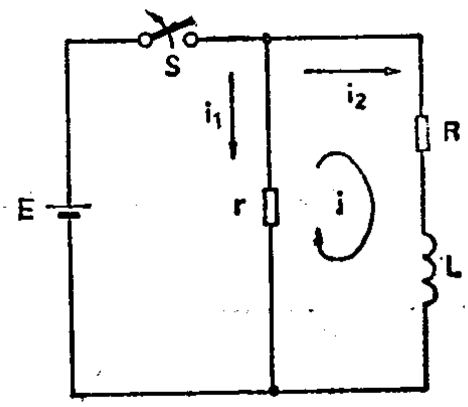
【2】　切断电源的情况

第1·8图开关S合上时，流过的电流是$i_1=E/r$，$i_2=E/R$，若$t=0$时将开关打开，i_1和i_2同时都变为0。

可是，在有电感L的第1·9图中，开关断开后电感中储存有电磁能，在这种情况下电流继续流。列出$t\geqslant 0$时的网络电流i表达式，即为



第1·8图　纯电阻电路中切断电源的情况



第1·9图　R-L电路中切断电源的情况

$$(R+r)i+L\frac{di}{dt}=0$$

变换形式可写作

$$\frac{di}{i}=-\frac{R+r}{L}dt$$

积分两边，得

$$\log i=-\frac{R+r}{L}t+A \qquad (1\cdot11)$$

此处A为积分常数；变换成指数函数的形式，并令$e^A=B$，有

$$i=Be^{-\frac{R+r}{L}t} \qquad (1\cdot12)$$

$t=0-$时$i_2=E/R$，$i_1=E/r$。因i_2是流过电感L的电流，所以根据磁通互连数不变的原理，在$t=0+$时电流也不变，仍为$i_2=E/R$。但在开关断开的同时，原来流经r的电流i_1消失，而流经L的电流$i_2=E/R$流入r。所以$t=0+$时$i=i_2=$