



天 新 之 路 探 索 研 究



初中课程同步

读 想 用

CHUZHONGKECHENG TONGBUDUXIANGYONG

特级教师 经典奉献



总策划 刘 津
主 编 谈月清 苏建华 (特级教师)
审 定 全国中学课程改革研究组

机械工业出版社
China Machine Press

天骄之路中学系列

初中课程同步读想用

初二数学

谈月清 苏建华 主编
全国中学课程改革研究组 审定



机械工业出版社

《初中课程同步读想用》丛书

编委会名单

主 编:杨学维

副主编:李咏梅 苏建华 李连君 王德成

编 委:(按姓氏笔画排列)

丁明华 万淑学 仇步汉 王德成 白居易 李咏梅 朱振中 刘 红

刘兴奎 刘悦英 李连君 李学娟 许 玲 张正中 杜秀兰 苏建华

陈淑华 周在福 晋朝阳 高玉枚 谈月清 崔文波 窦文碧 戴 茜

“天骄之路”已在国家商标局注册(注册号:1600115),任何仿冒或盗用均属非法。

因编写质量优秀,读者好评如潮,“天骄之路”已独家获得国内最大的门户网站——新浪网(www.sina.com)在其教育频道中以电子版形式刊载。

本书封面均贴有“天骄之路系列用书”激光防伪标志,内文采用浅黄色防伪纸印刷,凡无上述特征者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)82684321。

欢迎访问全国最大的中高考专业网站:“天骄之路教育网”(<http://www.tjzl.com>),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

初中课程同步读想用.初二数学/谈月清,苏建华主编.一北京:机械工业出版社,2002.6

(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-10367-X

I. 初… II. ①谈…②苏… III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 036865 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:朱 华 版式设计:沈玉莲

封面设计:雷海伟 责任印制:何全君

河北迁安鑫丰印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2002 年 7 月第 1 版·第 1 次印刷

880mm×1230mm 1/32·10.5 印张·429 千字

00001—10000 册

定价:12.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010)68993821、68326677-2527

编写说明

经各家名师的苦心构思和精心编写,各位编辑的层层推敲和点点把关,一套与中学最新试验修订版教材同步配套并经全国部分著名重点中学师生试用成功的新型教学辅导丛书与全国广大中学生和教师见面了。

读、想、用(Reading, thinking & using)是当今国际教育领域的最新科研成果,现已受到国内教研名家的高度重视,必然会带来中小学直至大学教学方法的大革命。“读”即让学生变苦读为巧读,融会贯通课本知识;“想”即让学生对所学知识进行规律性的把握和思想能力的培养;“用”即让学生在现行考试制度下具备用综合能力素质应考的本领。教与学是个整体,密不可分。教学质量的高低不完全取决于教师、教材、教学法。上述三方面只是提高教学质量的外因,而学生的求知欲望、能动性则是内因。有了求知欲望和能动性,还有一个方法问题。现在,很多学生学得十分被动。他们的学习方法简单、落后,并有相当程度的个体性和盲目性。比如说,课前预习是个重要的步骤,它直接影响四十五分钟的教学质量。可是目前由于学生的独立自学能力差,他们把课前预习只理解为教材的通读,至于诸如教材向学生传递了什么重要知识点?教材中的重点难点如何把握?这些重点难点如何才能有效突破?如何才能运用已有的知识点形成独特的解题技巧与思路等等问题,则很少思考。学生既然在课前没有充分思考,上课自然十分被动,必然出现课上被教师牵着鼻子走和“满堂灌”的现象,而学生却失去了宝贵的参与和讨论机会。至于课后复习这一环,很多学生就做得更不好了,他们要么背课本,要么钻题海,要么依老师,要么靠家长,没有目标,漫无边际,缺乏行之有效的总结归纳和精辟灵活的重点检测。“读想用”正是从学的角度出发为学生提供思考、实践的机会,并帮助学生培养良好的学习方法、收集处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力、语言文字表达能力。

推进中学素质教育即是推进中学生“读、想、用”的过程。因此,“读想用”丛书的编写思路与众不同,它博采众长、匠心独运,有的放矢、注重实效,它融入了近几年初、高中教学科研的最新成果,体现了近年来教学改革和中高考的最新特点,遵循教、学、练、考的整体原则,各科每一分册单元结构均有选择性地设计成以下几个板块:

①[基础视点概览]:对本章节应掌握的基础知识点、考试要求与学习目的进行提炼和延展,并可通过图表、网络的形式进行系统整理。

②[重点难点聚焦]:将该章节的重点难点突出出来,并进行精辟的分析、引导,同时提供合理的学习方法或建议。

③[解题思路指引]:通过对典型例题的精析,将该题所涉及的知识体系和能力体系加以言简意赅的点明,主要侧重于方法、规律、技巧的把握。

④[跟踪强化练习]:通过选编适量的习题,使学生对所学的知识点进行融会贯通并有所巩固和提高。

⑤[单元知识归纳]:将每单元的常考知识点及难点进行归纳总结,使读者能巩固学习成果,拓展思维。

⑥[误点名师批答]:将读者在本章学习、应试中容易犯错的题型进行归纳、总结,由名师予以批注,使读者能融会贯通,错误不再重演。

⑦[单元综合测试]:模拟“实战”演练,提高对学科知识点、知识体系、规律性的整体掌握水平,以及灵活运用知识的学科能力。

⑧[参考答案点拨]:对所有训练题给出详细答案,对易错、难度大、较新颖的试题均给出解题提示或分析。

另外,语文科目还设有[课外拓展阅读]、[作文名篇赏析],英语科目还设有[课文参考译文],每单元后均附有单元知识总结及单元能力检测。

这套丛书是由多年工作在教学第一线的全国著名重点中学的特高级教师编写的。他们不但精熟自己所执教的学科内容,善于精析教材中的重点和难点,而且对中考和高考有过深入的研究。

需要说明的是,出版社为照顾到广大学生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其它书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

虽然在成书过程中,本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,力求能够帮助读者更好地把握本书的脉络和精华;虽然我们在付印前,仍组织数十名北大清华高考状元们对本书进行了“挑错竞赛”而基本未发现错误,但书中也难免有疏忽和纰漏之处。检验本丛书质量的惟一标准是广大师生使用本书的实践,作为教研领域的最新成果,我们期盼它的社会效益,也诚挚地希望广大师生的批评指正。读者对本书如有意见、建议,请来信寄至:(100080)北京市海淀区中国人民大学北路大行基业大厦13层 天骄之路丛书编委会收,电话:(010)82685050,82685353,或点击“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言,也可发电子邮件。以便我们在再版修订时参考。

本丛书在编写过程中,得到了各参编学校及国家优秀出版社机械工业出版社有关领导的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学、清华大学有关专家、教授的协助,在此一并谨致谢忱。

编者

2002年6月于北京大学燕园

欢迎访问全国最大高考网站
天骄之路教育网 <http://www.tjzl.com>

(本网与新浪网独家合作, 授权新浪网开辟“天骄之路”教育专栏)

天骄之路中学系列

- 《最新初中课程同步读想用》丛书
(初二: 语文、数学、英语、物理)
- 《最新高中课程同步读想用》丛书
- 《最新高中课程同步读想练》丛书
- 《最新初中课程同步读想练》丛书
- 《2003最新高中总复习读想用》丛书
- 《2003最新中考状元易错题宝典》丛书
- 《2003最新北大清华高考状元易错题宝典》丛书
- 《2003最新高考命题趋向及解题技巧》丛书
- 《2003最新中考命题趋向及解题技巧》丛书
- 《2003全国著名重点中学高考模拟试卷精选》丛书
- 《2003北京市海淀区高考模拟试卷》丛书
- 《2003全国重点中学大联考冲刺》丛书
- 《2003全国重点中学中考模拟试卷精选》丛书
- 《高中英语听力与阅读必备》丛书
- 《高中语文整体阅读能力优化测试》丛书
- 《高中英语步步为赢》丛书
- 《高中英语词汇考点与记忆手册》丛书
- 《全国各省市45套高考模拟试卷汇编》丛书
- 《最新全国中考试题及答案选编》丛书

ISBN 7-111-10367-X



9 797111 103676



ISBN 7-11-10367-X/G · 482

定价: 12.00元

目 录

代数部分

第八章 因式分解	(1)	10.2 用计算器求平方根	(61)
8.1 提公因式法	(1)	10.3 立方根	(64)
8.2 运用公式法	(4)	10.4 用计算器求立方根	(68)
8.3 分组分解法	(7)	10.5 实数	(70)
[单元知识归纳]	(13)	[单元知识归纳]	(74)
[单元综合测试]	(14)	[单元综合测试]	(75)
第九章 分式	(19)	第十一章 二次根式	(78)
9.1 分式	(19)	11.1 二次根式	(78)
9.2 分式的基本性质	(22)	11.2 二次根式的乘法	(81)
9.3 分式的乘除法	(27)	11.3 二次根式的除法	(86)
9.4 分式的加减法	(32)	11.4 最简二次根式	(89)
9.5 含有字母系数的一元一次方程	(38)	11.5 二次根式的加减法	(93)
9.6 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(43)	11.6 二次根式的混合运算	(97)
[单元知识归纳]	(50)	11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(103)
[单元综合测试]	(53)	[单元知识归纳]	(107)
第十章 数的开方	(57)	[单元综合测试]	(109)
10.1 平方根	(57)		

几何部分

第三章 三角形	(112)	3.3 三角形的内角和	(116)
3.1 关于三角形的一些概念	(112)	3.4 全等三角形	(119)
3.2 三角形三条边的关系	(114)	3.5 三角形全等的判定(一)	(121)

注:每节均包含[基础视点概览]、[重点难点聚焦]、[解题思路指引]、[跟踪强化练习]四个板块。

3.6 三角形全等的判定(二)	4.4 平行四边形的判定····· (165)
····· (124)	4.5 矩形、菱形····· (168)
3.7 三角形全等的判定(三)	4.6 正方形····· (172)
····· (127)	4.7 中心对称和中心对称图形
3.8 直角三角形全等的判定	····· (175)
····· (130)	4.8 梯形····· (178)
3.9 角的平分线····· (133)	4.9 平行线等分线段定理
3.10 基本作图····· (136)	····· (182)
3.11 作图题举例····· (138)	4.10 三角形、梯形的中位线
3.12 等腰三角形的性质····· (140)	····· (185)
3.13 等腰三角形的判定····· (143)	[单元知识归纳]····· (189)
3.14 线段的垂直平分线····· (145)	[单元综合测试]····· (190)
3.15 轴对称和轴对称图形	第五章 相似形 ····· (193)
····· (148)	5.1 比例线段····· (193)
3.16 勾股定理····· (150)	5.2 平行线分线段成比例定理
3.17 勾股定理的逆定理····· (153)	····· (195)
[单元知识归纳]····· (155)	5.3 相似三角形····· (200)
[单元综合测试]····· (155)	5.4 三角形相似的判定····· (203)
第四章 四边形 ····· (158)	5.5 相似三角形的性质····· (206)
4.1 四边形····· (158)	[单元知识归纳]····· (210)
4.2 多边形的内角和····· (160)	[单元综合测试]····· (210)
4.3 平行四边形及其性质	参考答案点拨 ····· (214)
····· (163)	



代数部分

第八章 因式分解

8.1 提公因式法

基础视点概览

一、知识点

1. 公因式

一个多项式各项都含有的公共的因式叫做这个多项式的公因式。

2. 确定公因式的方法

确定一个多项式的公因式时,要对数字系数和字母分别进行考虑:

(1)对于系数,如果是整数系数,取各项系数的最大公约数作为公因式的系数。

(2)对于字母,要考虑两条,一条是取各项相同的字母;另一条是各相同字母的指数取其次数最低的。

3. 提公因式法

一般地,如果多项式的各项都含有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫做提公因式法。

注意:分配律是提公因式法的依据,提公因式法实质是分配律的“逆用”。

$$\text{即 } m(a+b+c) \xrightarrow[\text{提公因式法}]{\text{乘法分配律}} ma+mb+mc$$

4. 提公因式的方法步骤

提公因式法分解因式的一般步骤是:第一步找出公因式;第二步提公因式并确定另一个因式。提公因式时,可用原多项式除以公因式,所得的商即是提出公因式后,剩下的另一个因式。也可用公因式分别去除原多项式的每一项,求得剩下的另一个因式。

二、考试要求与学习目标

1. 对提取公因式法要灵活应用。
2. 正确理解因式分解的概念及它与整式乘法的区别与联系。

重点难点聚焦

本节重点是确定公因式

根据乘法分配律,利用提取公因式进行因式分解。

$$am^2 + bm + m = m(am + b + 1)$$

注意:①提取公因式时,系数要提取它们各项系数的最大公约数,字母提取各

项相同字母的最低次幂;②在提出的公因式中的系数是负的时候,注意括号内各项都要变号;③若其中的某项就为公因式时,提出公因式后,这项的位置是1;④提取公因式一定要进行到不能分解而止.

解题思路指引

【例1】把下列各因式分解

$$(1) 8a^3b^2 - 12ab^3c;$$

$$(2) 3a^3 - 6ba^2 + 12a;$$

$$(3) 5a^3b^2c - 10a^2b^2c^2 + 20ab^3.$$

析解 用提公因式法的关键是准确找出各多项式各项的公因式,而公因式必须是各项系数的最大公约数与各项都含有的字母(或多项式整体)的最低次幂的积.(1)题中公因式是 $4ab^2$; (2)题中公因式为 $3a$; (3)题中公因式为 $5ab^2$.

解答 (1)原式 $= 4ab^2(2a^2 - 3bc)$

(2)原式 $= 3a(a^2 - 2ba + 4)$

(3)原式 $= 5ab^2(a^2c - 2ac^2 + 4b)$

【例2】把 $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3$ 分解因式.

析解 本题两部分的系数都是分数,为了尽量使提取公因式后的括号内各项系数为整数,就应提取各系数分母的最小公倍数的倒数,本题是 $\frac{1}{4}$. 同时,我们所说的提取公因式中相同的字母及其最低次幂,由于字母可以表示数、单项式、多项式,因此本题中相同的字母是指 a ,最低次幂是1以及 $(x-2a)$,最低次幂是2,所以 $a(x-2a)^2$ 也是公因式. 本题提取的公因式就是 $\frac{1}{4}a(x-2a)^2$.

解答 $\frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3$

$$= \frac{1}{4}a(x-2a)^2(2a+x-2a)$$

$$= \frac{1}{4}a(x-2a)^2 \cdot x$$

$$= \frac{1}{4}ax(x-2a)^2.$$

【例3】把 $-8x^4y + 6x^3y^2 - 2x^3y$ 分解因式.

析解 本题是一个五次三项式. 先观察各项是否有公因式, $-8x^4y, 6x^3y^2, -2x^3y$ 的公因式是 $-2x^3y$ (如果多项式的第一项系数是负的一般要提出“-”号,使括号内的第一项系数为正). 提公因式时,系数和字母应分别考虑. 公因式的系数应取各项系数的最大公约数,8,6,2的最大公约数是2,字母应取各项共有的字母 x, y , 并且各字母的指数取次数最低的. x^4, x^3, x^3 的最低次数是3; y, y^2, y 的最低次数是1,所以该多项式应提取公因式 $-2x^3y$.

解答 $-8x^4y + 6x^3y^2 - 2x^3y$



$$= -2x^3y(4x - 3y + 1).$$

跟踪强化练习

一、选择题

1. 下列各式从左到右的变形中, 是因式分解的是()

A. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

B. $m^2 - 2m - 3 = m(m - 2 - \frac{3}{m})$

C. $ma + mb + na + nb = a(m + n) + b(m + n)$

D. $(x+y)^3 - (x+y)^2 = (x+y)^2(x+y-1)$

2. 计算 $-2(-2)^n + (-2)^{n+1} + (-2)^{n+2}$ 的结果等于()

A. -2^{n+1}

B. -2^{n+2}

C. 0

D. $(-2)^{n+1}$

3. $(m-n)^4 + m(m-n)^3 - n(n-m)^3$ 分解正确的是()

A. $2(m-n)^4$

B. $(m-n)^3(2m-2n)$

C. $(m-n)^3(m-n+m-n)$

D. $2m(m-n)^3$

4. 多项式 $9x^{2n+3} - 27x^{n+1}$ 应提取的公因式是()

A. $9x^{n+1}$

B. $x^{n+2} - 3$

C. $9x$

D. 9

二、填空题

5. 把一个_____化成_____的形式叫因式分解.

6. 已知关于 x 的方程 $a(3-x) - b(x-3) = 0$, 其中 $a+b \neq 0$, 则 $x =$ _____.

7. 计算 $2^{1999} - 5 \times 2^{1998} + 6 \times 2^{1997} + 2000 =$ _____.

8. 分解因式 $(a-4)b + (4-a)c =$ _____.

三、分解因式

9. $x(x-y) + y(y-x)$

10. $27x^2(3x-y)^2 - 9x(y-3x)$

11. $2x^3y^4 - 10x^2y^3 + 2x^2y^2$

12. $-3a^{n+2} + 2a^{n+1} - 7a^n$

13. $m(5ax+ay-1) - m(3ax-ay-1)$

14. $a(a-b-c) + b(b+c-a) + c(c-a+b)$

15. $2(a-3)^2 - a + 3$

16. $a^2x^{n+2} - abx^{n+1} + acx^n - adx^{n-1}$

四、计算题

17. $7.6 \times 199.8 + 4.3 \times 199.8 - 1.9 \times 199.8$

18. $\frac{2^{2000}}{2^{2000} - 2^{2001}}$

19. $1998 \times 19991999 - 19981998 \times 1999$



$$20. \sqrt{\frac{1}{3} (\underbrace{111\cdots 1}_{3n\uparrow} - \underbrace{333\cdots 3}_{n\uparrow} \underbrace{3000\cdots 0}_{n\uparrow})}$$

8.2 运用公式法

基础视点概览

一、知识点

1. 运用公式法

把乘法公式反过来运用,可以把符合公式特点的多项式分解因式,这种分解因式的方法叫做运用公式法。

2. 平方差公式

把乘法公式中的平方差公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 反过来,就得到因式分解的平方差公式:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

也就是说,两个数的平方差,等于这两数的和与这两个数的差的积。

3. 完全平方公式

把乘法公式中的完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 反过来,就得到因式分解的完全平方公式:

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \\ a^2 - 2ab + b^2 &= (a-b)^2 \end{aligned}$$

也就是说,两个数的平方和,加(减)上这两个数的积的2倍,等于这两个数的和(差)的平方。

二、考试要求与学习目标

- 灵活运用公式对多项式分解因式。
- 正确理解分解因式应用的公式法和乘法公式互逆性。

重点难点聚焦

本节重点是灵活运用公式

应用公式法常用的公式有:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2 \quad \text{①}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad \text{②}$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) \quad \text{③}$$

$$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3 \quad \text{④}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = (a+b+c)^2 \quad \text{⑤}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \quad \text{⑥}$$

在利用公式时应注意的问题如下:



1. 如果多项式的各项含有公因式,要先提取公因式,再进一步分解因式.
2. 分解因式,必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止.
3. 运用公式法分解因式时,关键在于掌握公式的形式和特点,要广义理解公式里字母的意义,公式里的各个字母可以代表一个数式、一个单项式,也可以代表一个多项式.
4. 在应用公式时,首先要根据多项式的项数、符号、系数、指数诸方面的特征,确定所要使用的公式,然后将多项式变形为符合公式的形式,最后运用公式完成因式分解.

解题思路指引**【例1】** 分解下列因式

$$(1) -m^4 + \frac{1}{16}$$

$$(2) a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$$

精析 直接运用公式法,(1)小题是直接运用平方差公式;(2)小题综合运用完全平方公式和平方差公式分解.

$$\begin{aligned} \text{解答 } (1) \text{原式} &= \frac{1}{16} - m^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - (m^2)^2 = \left(\frac{1}{4} + m^2\right)\left(\frac{1}{4} - m^2\right) \\ &= \left(\frac{1}{4} + m^2\right)\left(\frac{1}{2} - m\right)\left(\frac{1}{2} + m\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= (a^2)^2 - 2a^2 \cdot 4b^2 + (4b^2)^2 \\ &= (a^2 - 4b^2)^2 = [a^2 - (2b)^2]^2 = (a + 2b)^2(a - 2b)^2 \end{aligned}$$

【例2】 分解因式

$$(1) x^6(x + y - z) + y^6(z - x - y)$$

$$(2) a^4 + 3a^3 + 3a^2 + 2a$$

精析 此二题可以利用先提取公因式,再运用公式法进行分解的.

$$\begin{aligned} \text{解答 } (1) \text{原式} &= x^6(x + y - z) - y^6(x + y - z) \\ &= (x + y - z)(x^6 - y^6) \\ &= (x + y - z)(x^3 - y^3)(x^3 + y^3) \\ &= (x + y - z)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= a(a^3 + 3a^2 + 3a + 2) \\ &= a[(a^3 + 3a^2 + 3a + 1) + 1] \\ &= a[(a + 1)^3 + 1] = a[(a + 1) + 1][(a + 1)^2 - (a + 1) + 1] \\ &= a(a + 2)(a^2 + a + 1) \end{aligned}$$

【例3】 将 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$ 分解因式.

精析 本题展开时考虑到两个二次三项式中二次项与一次项分别相等,这里设 $x^2 + 5x + 5 = y$,而 $x^2 + 5x + 5$ 是 $x^2 + 5x + 4$ 与 $x^2 + 5x + 6$ 的平均值,所以这种



换元称为均值换元,在某些情况下,利用均值换元分解因式较为简便.

$$\begin{aligned}\text{解答 原式} &= [(x+1)(x+4)][(x+2)(x+3)] - 24 \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6) - 24\end{aligned}$$

$$\text{设 } x^2+5x+5 = y$$

$$\begin{aligned}\text{则原式} &= (y-1)(y+1) - 24 = y^2 - 1 - 24 = (y+5)(y-5) \\ &= (x^2+5x+5+5)(x^2+5x+5-5) = (x^2+5x+10)(x^2+5x) \\ &= x(x+5)(x^2+5x+10)\end{aligned}$$

跟踪强化练习

一、判断题

- $9(p-q)^2 - 6(q-p) + 1 = (3p-3q-1)^2$ ()
- $-a^3 - a = a(-a^2-1) = a(-a+1)(-a-1)$ ()
- $-1 + 100m^2 = 100m^2 - 1 = (10m-1)(10m+1)$ ()
- 已知 $a^2 - 2ab + 1$ 是完全平方式,则 $b = 1$ ()

二、选择题

5. 下列各式中,是因式分解的是()

$$\text{① } ax - bx = x(a-b) \quad \text{② } a+1 = a(1+\frac{1}{a}) \quad \text{③ } (x-1)(x+1) = x^2-1 \quad \text{④ } ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y)$$

- A. ①② B. ①②④
C. ①②③ D. ①

6. 下列各式中不能使用完全平方公式分解因式的是()

$$\begin{aligned}\text{A. } &(x^2+5x-3)^2 - 2(x^2+5x-3) + 1 \\ \text{B. } &-(2a+3b)^2 + 2(4a^2-9b^2) - (2a-3b)^2 \\ \text{C. } &x^2 - 4xy - 4 \\ \text{D. } &(x-y)^2 + 2z(x-y) + z^2\end{aligned}$$

7. 下列各式因式分解正确的是()

$$\begin{aligned}\text{A. } &9(a+b)^2 - 36(a-b)^2 = (9a-3b)(-3a+9b) \\ \text{B. } &9-6(a-b) + (a-b)^2 = (3-a+b)^2 \\ \text{C. } &-a^2-3b = (-a+b)(-a-b) \\ \text{D. } &\frac{1}{8}x^2 - y^2 = \frac{1}{8}(x^2 - y^2) = \frac{1}{8}(x+y)(x-y)\end{aligned}$$

8. 在有理数范围内把 $x^9 - x$ 分解因式,结果中因式的个数有()

- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

9. 如果 $x^2 + xy + 2k$ 是一个完全平方式,则 k 的值是()

$$\text{A. } y^2 \quad \text{B. } \frac{1}{3}y^2 \quad \text{C. } \frac{1}{4}y^2 \quad \text{D. } \frac{1}{8}y^2$$



10. 若 $ax^2 + bx + c$ 可分解得 $(3x-2)^2$, 那么 a, b, c 的值分别是()

A. 3, -6, 2

B. 9, -12, 4

C. 9, 12, 4

D. 9, 12, 4

11. 下列各式能用平方差公式分解因式的是()

A. $81x^5 - 16y^4$

B. $-0.36m^2 - 0.01n^2$

C. $16(x-y)^2 - 25(y-x)^3$

D. $-\frac{49}{121}x^2y^4 + \frac{9}{16}z^2$

12. $9(x-y)^2 + 12(x-y)(y+x) + 4(y+x)^2$ 分解因式为()

A. $(5x+y)^2$

B. $(y-5x)^2$

C. $(5y-x)^2$

D. $(5x-5y)^2$

三、分解因式

13. $(a+b)^2 - 1$

14. $m^2 - 12m + 36$

15. $(a-b)^2 - 2(a^2 - b^2) + (a+b)^2$

16. $(x^2 - 2x)^2 - 2x(2-x) + 1$

17. $a^4(a^4 - 1) - a^4 + 1$

18. $(x-2)^2 - (2-x)^4$

19. $a^m - a^{m-2}$

20. $(a+b-c)(a-b-c) + (b-a+c)(b-a-c)$

21. $-4m^2 - 9n^2 + 12mn$

22. $4m^5 + \frac{m^2}{2}$

23. $25(x-y)^2 - 16(x+y)^2$

24. $16a^4 + 9a^2 + 24a^3$

四、计算题

25. $1.4^2 \times 9 - 2.3^2 \times 36$

26. $\frac{2001^3 - 2 \times 2001^2 - 1999}{2001^3 + 2001^2 - 2002}$

五、解答题

27. 已知 $7^{24} - 1$ 可被 40 至 50 之间的两个整数整除, 求这两个整数.

28. 求证: 两个连续偶数的平方差能被 4 整除.

8.3 分组分解法

基础视点概览

一、知识点

1. 分组分解法的概念

这种利用分组来分解因式的方法叫做分组分解法.

注意: (1) 分组分解法不是一种独立的分解因式的方法, 分组的目的是经过适当的分组以后, 转化为用已经学过的提公因式法或运用公式法来进行因式分解.

(2) 运用分组分解法分解因式的关键是合理选择分组方法.

(3) 分组分解法的原则是分组后可以直接提公因式, 或者分组后可以直接运

用公式进行因式分解。

(4) 分组时可进行尝试, 最后找到合理的分组方法。

2. 分组后能直接提公因式的因式分解

分组后可以直接提公因式时, 每一组内有其各自的公因式, 在组内提出公因式之后, 组与组之间同时产生了一个新的公因式, 进一步在组间提出公因式, 从而达到分解因式的目的。

3. 分组后能直接运用公式的因式分解

分组后能运用公式, 在分组时, 组内、组间可以运用公式来进一步分解。

4. $x^2 + (a+b)x + ab$ 型的二次三项式的因式分解

注意: 对形如 $x^2 + (a+b)x + ab$ 型的多项式进行因式分解时, x 可以是字母, 也可以是单项式或多项式, 只要多项式是形如 $x^2 + (a+b)x + ab$ 形式即可用此法进行分解。

5. 配方法对二次三项式进行因式分解

所谓配方法就是通过加减配出完全平方公式, 然后用平方差公式达到分解因式的效果。虽然用配方法进行因式分解过程较为复杂, 但配方法是一种很重要的数学方法, 在以后的学习中有重要作用, 因此我们应该逐步熟悉并掌握。

6. 换元法

解决某些数学问题时常用此方法, 它是利用设辅助未知数的方法, 把一个形式复杂的代数式, 化成比较简单的形式, 从而使问题得到解决。

7. 待定系数法

就是在解决某些数学问题时, 先用某些字母表示需要确定的系数, 然后根据题目条件确定这些系数, 从而解决问题。待定系数法是数学中经常使用的一种方法, 有着广泛的应用。

二、考试要求与学习目标

1. 掌握分组分解法的概念, 能够运用分组分解法进行因式分解。

2. $x^2 + (a+b)x + ab$ 型的二次三项式的灵活运用。

3. 综合运用因式分解法分解因式。

重点难点聚焦

1. 怎样合理适当地分组, 使分组后能继续进行因式分解。

2. 掌握 $x^2 + (a+b)x + ab$ 形式, 确定 a, b 的数值。

3. 确定 a, b 数值时有下列四种情况:

(1) 当 $ab > 0$ 时, a, b 同号。

① 当 $a+b > 0$ 时, a, b 都为正, 如 $x^2 + 6x + 8$ 中, $8 > 0$, 又 $6 > 0$, 则 a, b 都为正, $ab = 8$, $a+b = 6$, 故, $a = 2$ 或 4 , $b = 4$ 或 2 , 这样 $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$ 。

② 当 $a+b < 0$ 时, a, b 都为负, 如 $x^2 - 6x + 8$ 中, $8 > 0$, 又 $-6 < 0$, 则 a, b 都为

负, $ab=8$, $a+b=-6$, 故, $a=-2$ 或 -4 , $b=-4$ 或 -2 , 这样 $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$.

(2) 当 $ab<0$ 时, a, b 异号.

① 当 $a+b>0$ 时, 在 a, b 中正的绝对值大, 如 x^2+2x-8 中, $-8<0$, 又 $2>0$, 则 a, b 一正一负, 且正的绝对值大, 若设 $a>0, b<0$, 又 $a+b=2, ab=-8$, 故 $a=4, b=-2$, 这样 $x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$.

② 当 $a+b<0$ 时, 在 a, b 中负的绝对值大, 如 x^2-2x-8 中, $-8<0$, 又 $-2<0$, 则 a, b 一正一负, 且负的绝对值大, 若设 $a>0, b<0$, 又 $a+b=-2, ab=-8$, 故 $a=2, b=-4$, 这样 $x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$.

4. 用十字相乘法分解因式时, 一定要画十字交叉图, 验证分法是否正确.

5. 理解掌握其它一些技巧性较强的因式分解法. 例: 换元法、待定系数法、拆项或补项法等.

解题思路指引 分解多项式

【例 1】 $2ac+3bc+6a+9b$

解答 原式 $= (2ac+3bc) + (6a+9b)$
 $= c(2a+3b) + 3(2a+3b)$
 $= (2a+3b)(c+3)$

【例 2】 $a^2-ab-ac+bc$

解答 原式 $= (a^2-ab) - (ac-bc)$
 $= a(a-b) - c(a-b) = (a-b)(a-c)$

【例 3】 $2x^3+x^2-6x-3$

解答 原式 $= (2x^3+x^2) - (6x+3)$
 $= (2x+1)(x^2-3)$

说明 (1) 使用分组分解法, 必须合理选择适当的分组方法, 以便分组后能继续进行分解;

(2) 在适当分组时, 经常要用到加法的交换律和结合律, 以及去、添括号法则.

【例 4】 $m^2+2mn+n^2-am-an$

解答 原式 $= (m^2+2mn+n^2) - a(m+n)$
 $= (m+n)^2 - a(m+n)$
 $= (m+n)(m+n-a)$

【例 5】 x^2-x-4y^2+2y

解答 原式 $= (x^2-4y^2) - (x-2y)$
 $= (x+2y)(x-2y) - (x-2y)$
 $= (x-2y)(x+2y-1)$