

真善美
丛书

ZHEN SHAN MEI

当代数学哲学 与逻辑哲学入门

- 几何的起源、逻辑特征和几何知识的本性
- 几何多元化倾向和抽象化观点的发展
- 数学的逻辑基础和关于数学本性的不同理解
- 逻辑与反映论
- 经典逻辑与非经典逻辑
- 多值逻辑的起源、特性及其启示作用
- 逻辑哲学所关心的真理理论
- 悖论

桂
起
权

华东师范大学出版社

当代数学哲学与逻辑哲学入门

桂起权 著

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路3663号)

新华书店上海发行所经销 江苏淮安印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 6 插页: 2 字数: 140千字

1991年6月第一版

1991年6月第一次印刷

印数: 1—2,000本

ISBN7—5617—0271—X/B·020 定价: 3.00元

出版说明

奉献在读者面前的是一套普及性的哲学小丛书。它兼有理论性和知识性的特色，它的内容将涉及到中外哲学史、马克思主义哲学的基本原理以及逻辑学、伦理学和美学等学科领域。出版这套丛书的目的，是向广大青年、特别是大学生介绍当代中外哲学研究中的新情况和新成果，宣传马克思主义哲学的基本理论。它将力图在哲学研究与普及的广度和深度上有所开拓，注重探索新的研究领域和广泛吸收新的信息，力争使读者通过学习，能在对哲学、特别是对马克思主义哲学的基本原理的理解上得到新的启迪。

我们深知，哲学是一棵常青的人类智慧之树。它是历代先贤圣哲对真善美的执著追求的丰硕成果的结晶，它的生命深深植根于人类生活的沃土之中。作为真善美高度统一的马克思主义哲学则是这棵大树上的一簇出类拔萃的新枝，它也必将随着现实生活的发展而愈益枝繁叶茂，绚丽多姿，显示出无比的生命力。我们殷切地期望本丛书的作者和广大读者，努力继承和发扬我国人民求真、崇善和爱美的传统美德，都来做这棵智慧之树的辛勤的浇灌者，为马克思主义哲学、从而也为整个哲学的繁荣发展作出自己的贡献。

本丛书由华东师范大学哲学研究所名誉所长冯契教授主编。丛书的撰稿人大多数是校内外在教学科研和实际工作中卓有成绩的中青年理论工作者。我们期待这套丛书的出版，也能为青年学者的成长提供一定的条件。如

果它能在这方面尽一点绵薄之力的话，那将是我们十分引以为幸的。

华东师范大学出版社

1987年6月6日

前 言

本书所要讨论的是关于数学和逻辑中的最重要的一些哲学问题。尽管各个学派对这些问题意见分歧很大，然而仍有可能集中到共同关注的课题，例如数学真理和逻辑真理是不是唯一的、逻辑正确性(有效性)在形式系统内外的关系问题等等。

“数学哲学”、“逻辑哲学”是数学与哲学、逻辑与哲学相互渗透的产物，是近几十年来迅速发展起来的新兴的边缘性学科，是现代哲学中所出现的新分支。尽管它们的思想渊源可以追溯到遥远的古代，然而它们的成熟却是晚近的事。从纯粹哲学的眼光看，很可能觉得数学哲学、逻辑哲学简直不象哲学，因为它们似乎过分数学化和逻辑化了。可是，纯粹数学家和逻辑学家或许会倒过来责怪它们过分哲学化。然而，我们实际上既不能单纯用数学标准或逻辑标准，也不能单纯用哲学标准去衡量这些边缘性学科。它们有自己存在的理由，它们只是它们自己！

“数学哲学”所讨论的是数学所特有的哲学问题，包括欧几里得几何和非欧几何的哲学问题，以及数论和数学基础中的哲学问题。“逻辑哲学”所讨论的是逻辑中所特有的哲学问题，例如为什么在本世纪以来会出现形形色色的新逻辑呢？逻辑真理是一元的还是多元的（不同领域可以有不同的逻辑吗）？还是逻辑只是一种工具而与真理无缘？

与此相关，“科学哲学”所讨论的是自然科学所特有的哲学问题，如科学发现可否有一定的程序、模式或启

发性原则，科学的说明和预测，科学理论的结构以及理论和经验的关系等等，“语言哲学”所讨论的则是与语言有关的种种哲学问题。而且，以上四个哲学分支是部分地相互交叉的。换句话说，它们具有某些公共内容。例如，集合论悖论既是数学哲学的研究课题又是逻辑哲学的课题。

本书的主要目标，一是介绍“数学哲学”和“逻辑哲学”这两门关系密切的新学科的基本内容；二是在不触动数学哲学家和逻辑哲学家所认可的基本内核的前提下，用辩证哲学观点对其中的某些内容进行适当的逻辑重构和重新解释。（第二方面的工作更是初步的、探索性的。）当然，作者深知这一任务本身是十分艰巨的。这是因为：第一，本书的内容本身无论从“科学”方面和哲学方面说都有相当的深度，尽管本书只是一本入门书，但“深入浅出”工作本身就有一定难度；第二，无论数学哲学和逻辑哲学的创立者都不是马克思主义者，他们从未想到过要用辩证法观点去探讨这些问题。然而，作者认为，对于爱动脑筋的读者而言，到科学（学术）领域的边缘地带甚至是人烟稀少的“无人区”去探险或许更有意义，换句话说，“啃硬骨头”或许更有滋味。

作为一种新的尝试，本书作者在具体解释上很可能会犯错误。但作者相信，本书至少在某种程度上能达到预定目标。如果它能使读者得到某种启迪，或者能起到抛砖引玉的作用。那末，作者的劳动就不算白费了。

《真善美》丛书编委彭漪涟、施炎平等同志为本书仔细地审阅初稿，并提出许多中肯的批评和建设性的意见，对此我表示深切的谢意。

桂起权

1987年7月于珞珈山

内 容 简 介

这是一本学习数学哲学和逻辑哲学的入门书。全书分导论，几何的起源、逻辑特征和几何知识的本性，几何多元化倾向和抽象化观点的发展，数学的逻辑基础和关于数学本性的不同理解，逻辑与反映论，经典逻辑与非经典逻辑，多值逻辑的起源、特性及其启示作用，逻辑哲学所关心的真理理论，悖论等十章。作者通过简练的文笔和清晰的条理，对上述内容作了深入浅出的介绍，读来令人一新耳目。

2014/8/05

《真善美丛书》编委：

主 编 冯 契

副主编 丁 桢 彦 彭 漪 涟

编 委 (按姓氏笔划为序)

丁 桢 彦

冯 契

张 天 飞

包 连 宗

刘 辉 扬

李 志 林

陈 卫 平

陈 克 艰

赵 修 义

施 炎 平

曾 乐 山

彭 漪 涟

童 世 骏

目 录

出版说明

前言

第一编 数学哲学

第一章 导论	3
第二章 几何的起源、逻辑特征和几何知识 的本性	11
§1. 从实验几何到推理几何以及早期的数学 哲学.....	11
§2. 欧几里得几何与公理化方法.....	16
§3. 欧几里得几何有关的哲学问题.....	22
第三章 几何多元化倾向和抽象化观点的发展	27
§1. 非欧几何的起因：第五公设的研究.....	27
§2. 非欧几何——一种特异的几何的诞生.....	32
§3. 非欧几何所引起的一些哲学问题.....	37
§4. 关于非欧几何相容性的两种证明方法.....	41
§5. 抽象的演绎观点的起源以及几何学的两重性.....	46
第四章 数学的逻辑基础和关于数学本性的 不同理解	50
§1. 从数学的“算术化”到数学的“逻辑化”.....	50
§2. 罗素的关系理论和实数、复数的化归.....	55
§3. “数”的数学也需要使用流动范畴.....	61

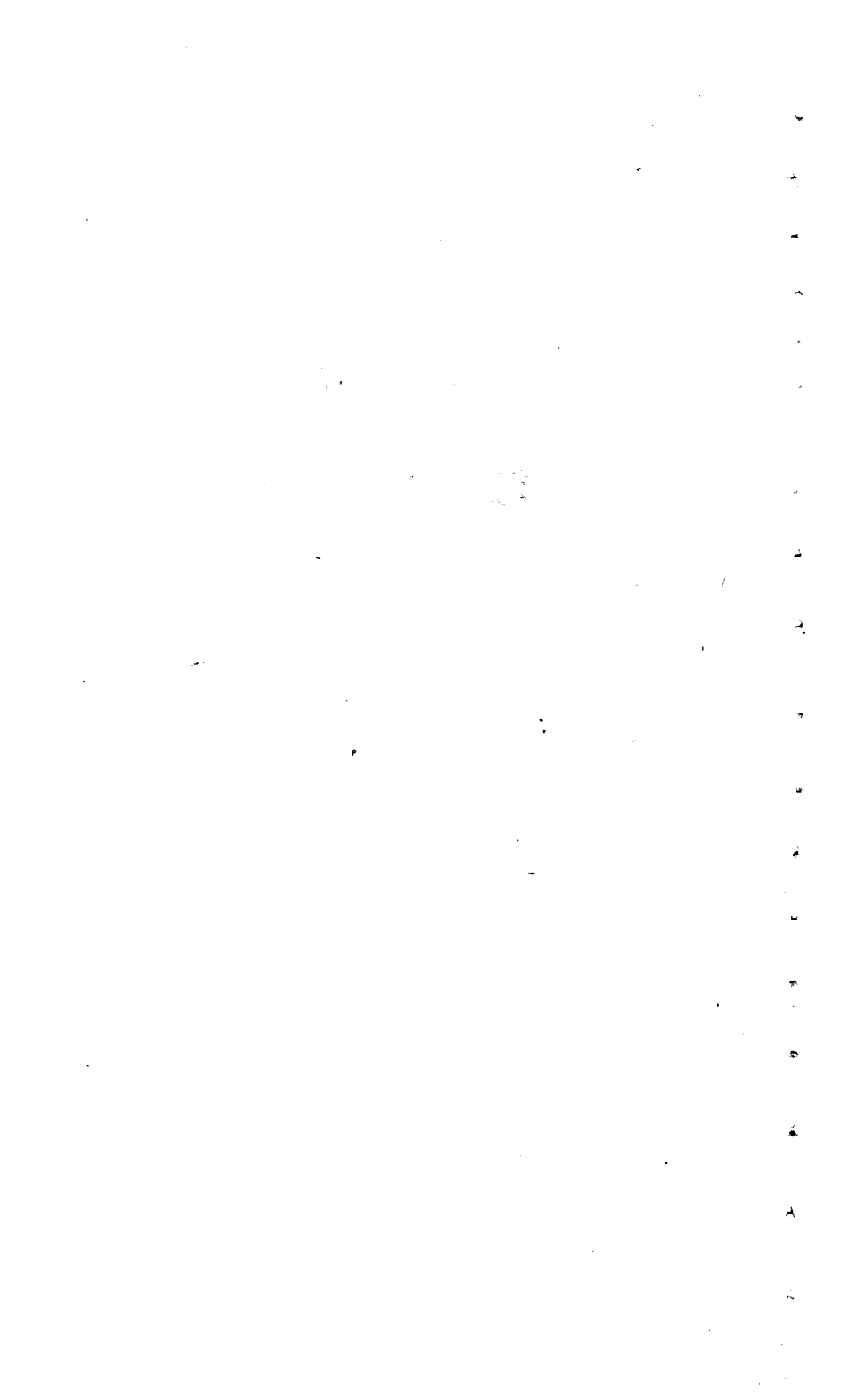
§4. 数学哲学中的直觉主义派·····	65
§5. 数学哲学中的逻辑主义派·····	70
§6. 数学哲学中的形式主义派·····	74
§7. 数学推理的辩证本性·····	78
§8. 经验主义在最近数学哲学中的复兴·····	81

第二编 逻辑哲学

第五章 导论 ·····	89
第六章 逻辑与反映论 ·····	97
§1. 逻辑的联词及其现实原型·····	97
§2. 形式系统内外的有效性·····	102
§3. 量词的形式表述及其非形式解读·····	108
§4. 正确的逻辑是唯一的吗?·····	111
第七章 经典逻辑与非经典逻辑 ·····	117
§1. 经典逻辑的产生·····	117
§2. 逻辑理论的可误性·····	120
§3. 修改经典逻辑时值得考虑的各种策略·····	122
§4. 对时态语句的不同逻辑处理·····	126
§5. 作为一种非经典逻辑的辩证逻辑·····	129
§6. 作为一种非经典逻辑的现代归纳逻辑·····	131
第八章 多值逻辑的起源、特性及其启示作用 ·····	135
§1. 从认识论角度看多值逻辑的产生·····	135
§2. 几种典型的三值逻辑系统及其特异性质·····	141
§3. 经典的矛盾律、排中律与多值逻辑·····	147
§4. 辩证论者所得到的启示·····	150
第九章 逻辑哲学所关心的真理理论 ·····	153
§1. 真理论中互斥互补的几种理论概述·····	153
§2. 塔斯基因语义悖论而采取的对策·····	157
§3. 真理定义的实质妥当和形式正确条件·····	160

§4. 用递归方法定义真理.....	162
第十章 悖论	166
§1. 形形色色的悖论.....	166
§2. 围绕着悖论的各种解救办法.....	171
§3. 关于悖论本质的不同看法.....	175

第一编
数学哲学



第一章 导 论

提起“数学哲学”，^①使人想起解放前的一本畅销书《罗素算理哲学》(傅种孙、张邦铭合译)。笔者曾于1962年前后在旧书店购得一册，书上印着“第一批抢救图书”字样。这是怎么一回事呢？

读者想必看过《列宁在十月》这个电影。其中有个镜头提到，起义士兵在进攻冬宫时面临着一个问题，即冬宫中的古希腊艺术珍品是“资产阶级性质”的还是“无产阶级性质”的？该不该保留和保护？聪敏的布尔什维克的指挥官果断地作出合理决策，先保留它，具体问题到革命胜利之后再去做讨论、争论。

中国也碰到了类似的情况。1949年革命胜利之后，出于历史的需要销毁一大批反动或黄色的书刊。但《罗素算理哲学》作为被“抢救图书”保留下来了，而且是在“第一批”中就被抢救出来。不难推想到，当时军管会的负责书报检查的同志是何等聪敏，何等富于先见之明！他必定注意到书中的数学性内容，想到社会主义也需要有自己的数学和“数学哲学”。

英国共产党的理论家康福斯(他的《辩证唯物主义》一书在五十年代就有中译本)，后又有新著《马克思主义与语言哲学》，对分析哲学派的语言哲学采取“批判性改造”的方针。我们对于数学哲学为什么不能也这样做呢？

^①Mathematical philosophy 今译数学哲学，旧译算理哲学，数理哲学。

傅、张译本《罗素算理哲学》用的是半白话文，夹杂很多“之乎者也”和“吾人”这样的话，专名也很不规范（如“函数”、“函项”被译为“从元”，“数列”被译为“緡”），现代读者阅读起来多有不便。好在1982年晏成书教授的新译本《数理哲学导论》，译文准确，文笔流畅，大大方便了读者。

尽管罗素的《数理哲学导论》是作为他和怀特海的《数学原理》的预备读物来写的，但它的内容还是比较专门的。基于我国解放前的历史状况，数理逻辑远不如今天这样普及，数论和数学基础研究尚限于职业数学家的圈子里，因此，那时在我国真正懂得罗素关于数论、数学基础所作的哲学思考的人，其实为数十分有限。这本书在解放前畅销主要只由于罗素闻名之故。另外，罗素的数学哲学只代表逻辑主义一家之言，并未认真介绍形式主义和直觉主义的数学哲学。而且几何学的哲学问题几乎完全没有提及。因此，整个说来，尽管“数学哲学”早已引进到我国，然而却是不全面的并且实际影响不大。

现在的情况根本不同了，科学文化的背景知识完全改观了。作为数学哲学的必备知识的，非欧几何在逐步普及，形式逻辑、数理逻辑（首先是中学里的逻辑代数）在普及，初等数论、集合论和悖论研究在普及，如此等等。因此，今天我们要介绍数学哲学，条件要比以前任何时候都好。在这种情况下，要做到清楚明白和有可接受性完全是有可能的。

实际上，所谓数学哲学，无非是对数学的哲学分析，特别是认识论分析。数学是关于“数”和“形”的科学，因此数学哲学，就包括关于“数”的哲学分析和关于“形”的哲学分析。第一编就是围绕数学哲学的基本问题——几何学的起源和几何知识的本性问题、几何真理是唯一的

还是多元的、数学对象是真实的存在还是抽象的存在、数学真理的基础是在于逻辑、在于形式还在于人的直觉等等而展开的，不同学派对这些问题有不同理解，作了不同的回答。这涉及到数学哲学的两个部分：第二、三章讨论几何学哲学；第四章讨论数论以及数学基础的哲学。几何学哲学的中心问题是几何学真理的性质问题。欧氏几何曾经争得过“普遍、必然、唯一”真理的王位，并在数学思想界统治二千余年。非欧几何的出现破除了迷信，打破了欧氏几何的垄断。问题的焦点在于，相互对立的“真理”能否同时成立？几何学究竟是否研究真理？数论和数学基础的哲学的重要问题是，数究竟是作为“物理实体”直接存在还是作为“逻辑实体”抽象地存在？还是作为“心智结构的产物”在概念上直觉上存在？还是纯粹的形式或符号？数学真理的本质是什么？是必然的逻辑真理？还是只是一种心智的合理结构？还是只是纯粹的形式真理，没有客观内容？

对于以上这些数学哲学问题，除非用辩证唯物主义观点是得不到合理解答的。无论用单纯的经验主义或是单纯的理性主义都无法正确回答，无论用朴素的唯物主义反映论，或是用主观的或客观的唯心主义都无法正确回答。辩证唯物主义历来认为，“数”和“形”的概念归根结蒂是现实世界原型的反映。然而，这种反映决不是直接的、单一的、镜子式的，而是需要通过极其曲折的途径，通过一系列抽象过程。具体的反映形式是灵活多变的，认识的能动作用和多面性使得多种不同的映象同样可能获得合理性。在以下各章的讨论中，我们将会具体、实际地表明，唯有辩证唯物主义及其能动反映论才能提供解开数学哲学许多疑难问题的钥匙。

为了便于阅读，下面我们先对第一编数学哲学部分

的各章各节将要论述的主要内容和主要线索作一种概略的论述。

在本编第二章我们探讨欧几里得几何的起源及其与逻辑和哲学的关系。第一节通过历史性的考察，描述从古埃及的经验性的大地测量术到古希腊的理性的几何学的发展。分别阐明欧氏几何先驱者们——塔利斯、毕达哥拉斯、柏拉图和亚里士多德的有关贡献以及早期的数学哲学思想。为欧氏几何的产生提供背景资料。第二节通过对欧氏几何的公理化性质的考察，说明几何与逻辑的密切联系。欧几里得是古代演绎系统化理想的初步完成者，《几何原本》为后世许多科学领域提供了共同的逻辑模式。本节通过列举《原本》中最有代表性的定义（包括原始概念）、基本公理和公设等，展示欧氏几何的基本轮廓。还通过对欧几里得的方法论目标以及所采用方法的特点的考察，进一步说明欧氏几何的理性特征。

第三节进一步转入与欧氏几何有关的哲学问题的探讨。几何学哲学的根本问题是几何学知识的本性问题。几何学知识究竟是经验性的还是非经验性的？是演绎性的还是归纳性的？是分析性的还是综合性的？经验主义与理性主义的分歧很大。康德为解决这种“二难之争”提出了自己的解决办法。实际上，这个问题只有用辩证唯物主义观点，才能得到正确的结果。另外，公理化体系表现形式的多样性也是能动反映论的鲜明例证之一。

第三章探讨非欧几何及其哲学问题。第一节表明，从欧氏几何转向非欧几何的过渡环节就是第五公设的研究。欧氏几何第五公设所包含的关于平行线的疑难，带来了一系列的问题。二千年来几何学家们作出了不懈的努力，希望证明或反证这一公设。托勒密、普罗克鲁斯、瓦利斯和勒让德等人试图用直接法证明它，结果发现了