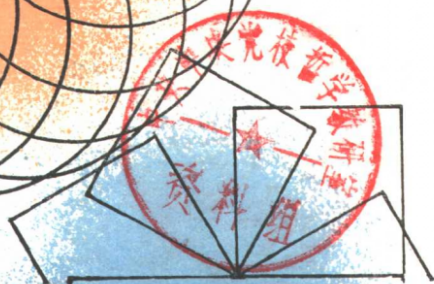
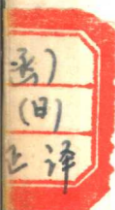
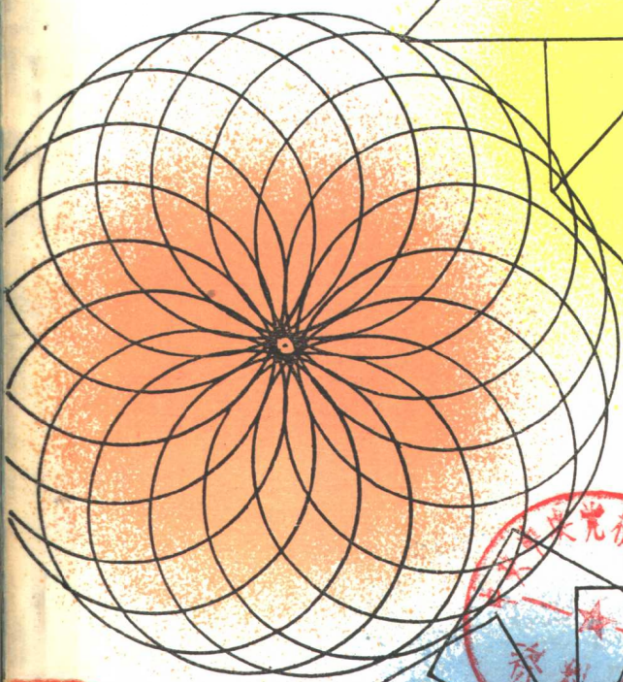


日本中学生数学丛书

8



函数与分析

封面设计：王劲涛

统一书号：130944.48

定价：2.00元

日本中学生数学丛书(8)

函数与分析

[日] 冈森博和 著

阎邦正 译 马忠林 校

日本中学生数学丛书(8)

函数与分 析

[日]岡森博和 著

阎邦正 译 马忠林 校

★

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行

长春新华印刷厂印刷

★

787×1092毫米32开本 4 1/2印张 76,000字

1981年4月第1版 1981年4月第1次印刷

印数: 1—9,850册

书号: 12091·81 定价: 0.50元

内 容 提 要

《函数与分析》一书是日本山梨大学教授横地 清主编的中学生数学丛书第8卷，内容包括由微小到全体，重新讨论2次函数，微分，各种函数和周期函数等五章。

著者充分利用数值的确切性和图象的直观性，深刻具体地揭示了各种函数性态的变化情况。概念引出自然，法则阐述清晰，语言通俗，论述详尽。这本书是广大中学数学教师在教学、备课、辅导中最适用的参考书，也是广大中学生及数学爱好者丰富知识的一本课外读物。

出版说明

为了解国外教学情况，我们组织翻译出版由日本山梨大学教授横地 清主编的一套中学生数学丛书共十二卷，它是日本中学生的数学课外读物。这套丛书是以近代数学的观点和方法，系统地阐述初等数学中的一些重要专题，对我国广大中学生和中学数学教师在理论上和思考分析问题的方法上均有参考价值。

共有十二名同志参加丛书翻译工作，由吉林师大数学系马忠林同志审校，从一九八〇年起陆续出版发行。

吉林人民出版社 一九八〇年元月

目 录

第一章 由微小到全体

§ 1 物体变化的情况	1
(1) 区间变化率	1
(2) 各种区间变化率	4
§ 2 函数与连续性	8
(1) 函数	8
(2) 函数的连续性	12

第二章 重新讨论 2 次函数

§ 1 物体降落状态	17
(1) 区间变化率	17
(2) 瞬时变化率	23
§ 2 2 次函数	27
(1) 2 次函数的变化率	27
(2) 2 次函数的最大和最小	32

第三章 微分

§ 1	函数 $f(x)$ 的变化率	44
(1)	变化率	44
(2)	从图形看变化率的意义	48
§ 2	导函数	50
(1)	瞬时变化率的求法	50
(2)	导函数	53
(3)	导函数的性质	57
(4)	3 次函数	61

第四章 各种函数

§ 1	跳跃函数	67
(1)	反比例函数	67
(2)	平方反比例函数	72
§ 2	由函数构造函数	76
(1)	复合函数	76
(2)	由逆对应构造函数	79
(3)	与两个以上变数对应的函数	80
§ 3	加倍函数	82
(1)	自然现象中存在指数函数	82
(2)	指数法则	84

(3) 指数函数的值	85
(4) 指数法则的推广	89
(5) 指数函数的性质	89
(6) 指数函数的应用	94

第五章 周期函数

§ 1 圆运动与直线运动	97
(1) 曲柄轴与圆运动	97
(2) 确定动径 OP 的位置	98
(3) 三角函数定义	101
(4) $\cos\theta$ 与 $\sin\theta$ 的值	106
§ 2 三角函数的性质	108
(1) 余弦函数	108
(2) 正弦函数	110
(3) $\cos\theta$ 与 $\sin\theta$ 的相互关系	113
§ 3 三角函数与三角形	115
(1) 三角形和它的面积	115
(2) 正弦定理	116
(3) 余弦定理	117
(4) 测树高	120
(5) $\tan\theta$ 的值	122
(6) 正切函数	123

(7) $\tan\theta$ 的相互关系.....	126
(8) 正切函数与三角形.....	127
§ 4 弧度与简谐振动.....	128
(1) 角度与弧度.....	128
(2) 简谐振动.....	130
编者的话	133

第一章 由微小到全体

§1. 物体变化的情况

(1) 区间变化率

如果问：「列车 5 小时行驶 340 公里，它的时速是多少？」因为 $340 \div 5 = 68$ ，我们便回答：时速是 68 公里。这就是说，如果列车是以匀速行进的话，可以认为它一小时行驶 68 公里。

但是，实际上列车起动以后，要逐渐增加速度；中途有信号和拐弯地方，有时要改变速度；而且停车时，必须逐渐减少速度。

这种事情，在我们日常生活中，是常有体验的。因此，所谓时速 68 公里，就是一小时的平均速度是 68 公里。

列车的行程，由起动后所经过的时间来决定。现在我们在列车起动后，按每 20 秒为一段来考察列车在 3 分钟以内所跑的距离。所得数据，如表 1 所示。

表 1 列车起动后的时间和距离

时 间 (秒)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
距 离 (米)	0	60	170	320	550	830	1200	1600	2000	2400

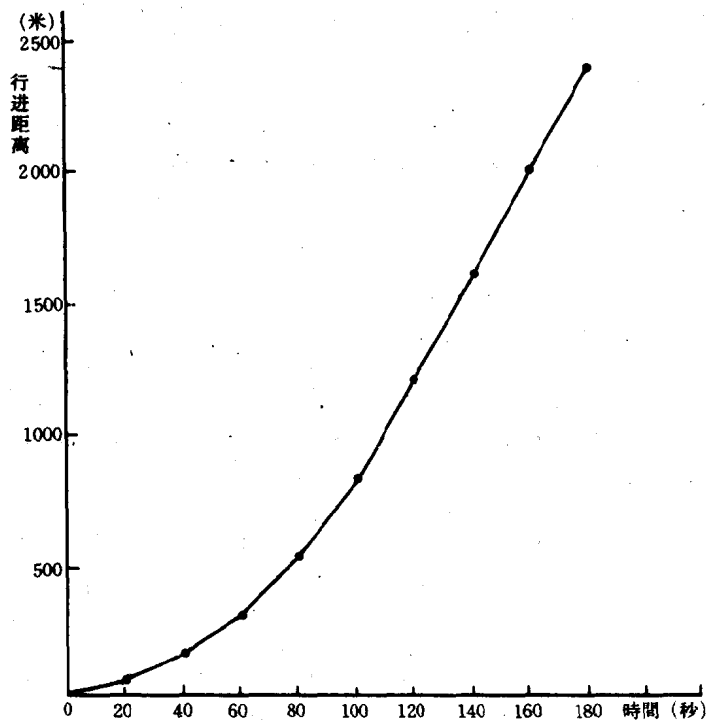


图 1 列车起动后 3 分钟内的行进情况

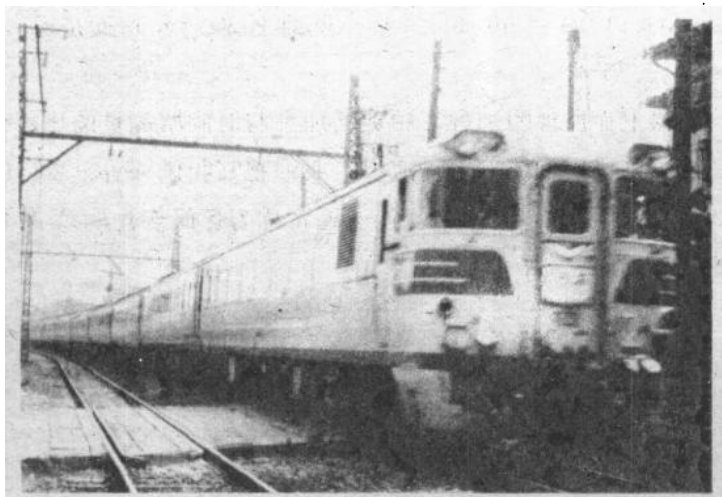


图2 列车起动后的时间与距离

若将表1的关系用图象表示，便如图1所示。由图象可以看出，速度是逐渐增加的，到120秒~140秒附近，达到最高点，从此以后再无变化，成为匀速运动。

在某一段时间内的速度的大小，就图象来看，直线的倾斜度越小，速度就越小，倾斜度越大，速度就越大，在40~60秒这一段时间内的平均速度是 $320 - 170 = 150$ ， $150 \div 20 = 7.5$ ，也就是每秒7.5米。

把这个速度表示为7.5米/秒，读成「7.5米秒」。

同样，80秒~100秒这一段时间内的速度是 $830 - 550 = 280$ ， $280 \div 20 = 14$ ，即14米/秒。在120秒~140秒这一段时间

是 $1600 - 1200 = 400$, $400 \div 20 = 20$, 即 20 米/秒, 这就是说, 时速是 72 千米。

象上面所说的那样, 距离增加量与时间增加量的比, 便是在那一段时间内的平均速度。我们把它叫做「距离(s) 的增量与时间(t) 的增量的比」, 通常称为区间变化率或平均变化率。

区间变化率 (在区间内的平均速度)

$$= \frac{\text{距离}(s) \text{ 的增量}}{\text{时间}(t) \text{ 的增量}}$$

(2) 各种区间变化率

区时变化率不仅表示运动的速度, 下面我们就其它物体的变化情况进行考察。

如图 3 所示, 把水加热, 测定它的温度上升和体积增加的数值, 并把数据记入表 2。从表中的区间变化率和图象(图 4) 可以清楚地看出, 水的膨胀率是在多少度附近为最大。

表 2 水加热时的温度与体积

C (温 度)	20	20.5	22	25	27	29	32	33.5	38	40.5
v (由水的量度观察)	5.5	5.9	7.0	8.0	9.0	10.1	11.4	12.8	16.0	18.0
区间变化率	0.800	0.730	0.330	0.500	0.550	0.430	0.930	0.710	0.80	

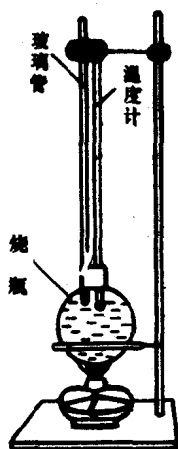


图3 实验装置

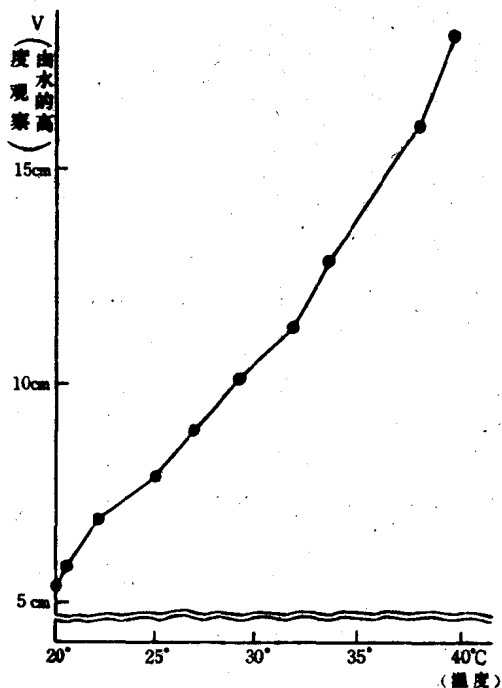


图4 水加热时的温度与体积

作为区间变化率保持不变的例子，可以举出弹簧秤的弹簧延长数与所加重量以及等速运动的时间与距离等等。一般说来，区间变化率保持不变的情形，都可以看作是等速变化。象这样的变化，都是正比函数和一次函数。

表 3 砝码重量与弹簧延长数

重 量(克)	0	5	10	20	25	50	80	100
弹簧长度(厘米)	5.0	5.2	5.4	5.8	6.0	7.0	8.2	9.0
区 间 变 化 率		0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04

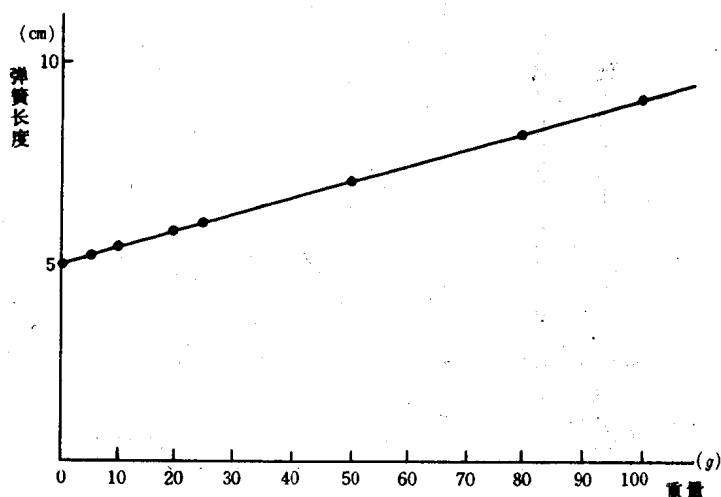


图 5 砝码重量与弹簧延长数

在物体的变化状态当中，区间变化率不能保持一定的情况很多。例如，某日在某处，从 8 时到 17 时，其间每隔一小时测量一次气温，所得数据列成表 4。算出区间变化率，画出图象（图 6）。

表 4 某日某处的时刻与气温

时 刻(时)	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
气 温(度)	7.3	8.9	10.2	11.4	12.3	13.0	13.0	12.5	11.3	10.0
区间变化率		1.6	1.3	1.2	0.9	0.7	0	-0.5	-1.2	-1.3

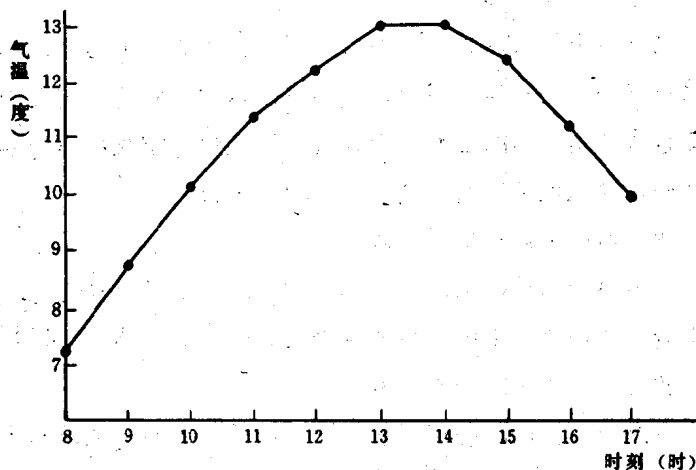


图 6 某日某处的时刻与气温

从图象可以看出,在 8~9 时的区间上,直线倾斜度大,温度上升,区间变化率是 1.6;在 13 时~14 时的区时上,直线无倾斜,温度既没上升也没下降,区间变化率是 0;在 14~15 时的区间上,直线倾斜与前相反,温度下降,区间变化率是